

# Vetületi irányfüggőség a bináris tomográfiában\*

Varga László\*\*, Balázs Péter, Nagy Antal

Képfeldolgozás és Számítógépes Grafika Tanszék  
Szegedi Tudományegyetem  
6720, Szeged, Árpád tér 2.  
[vargalg,pbalazs,nagya]@inf.u-szeged.hu

**Absztrakt.** Munkánk során egy bináris tomográfiai rekonstrukciós algoritmus vetületi irányfüggőségét vizsgáltuk. Célunk annak az eldöntése volt, hogy a rekonstrukciók minősége javítható-e pusztán a vetületek képzéséhez használt irányok helyes megválasztásával és ha igen, milyen mértékű javulás érhető el az által. Vizsgálatainkhoz egy képi tesztadatbázis elemein végeztünk kísérleteket, azok különböző vetülethalmazaikból való rekonstruálásával. A tesztek futtatása után az eredményeket különböző módszerekkel elemeztük. Eredményeink fényében egy lehetséges alkalmazást is javasolunk a nem-roncsoló tesztelés témakörében.

## 1. Bevezetés

A transzmissziós tomográfia célja tárgyak belső szerkezetének vetületekből történő rekonstruálása. A gyakorlatban ez leggyakrabban úgy történik, hogy egy szkennerekben a vizsgált tárgyat valamilyen sugárzásnak teszik ki és adott útvonalak mentén mérik az áthaladó sugárzás gyengülését. A mért adatok alapján becsülni lehet a tárgy összsűrűségét a keresztülhaladó sugarak útvonala mentén. Az így kapott információt felhasználva különböző számítógépes algoritmusok segítségével rekonstruálható a tárgy belső szerkezete.

Általános esetben a feladat egyszerűen megoldható a szűrt visszavetítés módszerével, ami hatékonyan és gyorsan képes a tárgyak rekonstrukciójára, feltéve hogy megfelelő mennyiségű (általában több száz) vetület áll rendelkezésre. Sajnos előfordulhat, hogy a nagy számú vetület használata elfogadhatatlan, mivel a vetületek képzése nagy költséggel járhat, vagy roncsolhatja a vizsgált objektumot. Ilyen esetekben a szükséges vetületek számának minimalizálása is fontos szempont.

A diszkrét tomográfiában [5, 6] feltételezzük, hogy a vizsgált tárgy csak néhány, ismert anyagból áll és ezzel az előzetes információval elérhetjük, hogy a rekonstrukcióhoz kevés (általában 2-8) vetület is elegendő legyen. A kis számú vetület használatából azonban adódik, hogy a vetületek megválasztásakor nagy szabadság áll rendelkezésre.

---

\* A cikk eredményei az alábbi publikációban jelentek meg: Varga, L., Balázs, P., Nagy, A.: Direction-dependency of a binary tomographic reconstruction algorithm, Lecture Notes in Computer Science vol. 6026 (2010) 242–253.

\*\* Kapcsolattartó

Jelen cikkünkben arra keressük a választ, hogy a vetületi irányok megválasztása milyen mértékben befolyásolja a rekonstrukció eredményét diszkrét tomográfia esetén, valamint hogy lehetséges-e a rekonstrukció minőségét pusztán a megfelelő vetítési irányok megválasztásával javítani. Vizsgálatainkhoz nagy számú kísérletet végeztünk egy bináris képi adatbázis elemeinek különböző vetülethalmazaikból való rekonstruálásával, valamint az így kapott eredmények kiértékelésével.

A cikk a következőképpen épül fel. A 2. fejezetben ismertetünk egy modellt a diszkrét tomográfia feladatának formalizálására, és leírunk egy algoritmust annak megoldására. A 3. fejezetben részletesebben bemutatjuk a vizsgálatokhoz használt keretrendszert. A 4. fejezetben ismertetjük a vizsgálatokhoz felhasznált tesztadatokat és numerikus eszközöket, majd az 5. fejezetben példákkal alátámasztva részletesen leírjuk az eredményeinket. A 6. fejezetben felvázoljuk a vetületi irányfüggőség egy lehetséges alkalmazását a nem-roncsoló tesztelésben. Végül a 7. fejezetben összefoglaljuk az eredményeinket és megemlítiünk néhány továbblépési lehetőséget.

## 2. Diszkrét tomográfia

Munkánk során a 2-dimenziós bináris transzmissziós tomográfia területén végeztünk vizsgálatokat. A probléma a következőképpen formalizálható. Adott egy ismeretlen  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \{0, 1\}$  függvény, amit vizsgálunk. Az  $f$  függvényről nem rendelkezünk közvetlen információval, viszont mérni tudjuk annak integráljait adott vetítési sugarak mentén. A vetületi értékek kiszámítását a Radon-transzformáció írja le, az

$$[Rf](\alpha, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t \cos(\alpha) - q \sin(\alpha), t \sin(\alpha) + q \cos(\alpha)) dq \quad (1)$$

képlettel. A fenti képletben  $\alpha$  és  $t$  a vetítés sugarak irányát és origótól vett távolságát adják meg, a  $q$  változó pedig a vetítési sugár egyenesének paramétere. A feladat egy olyan  $f'$  függvény meghatározása, amely az eredeti  $f$  függvénnyel megegyező vetületekkel rendelkezik a meghatározott irányokban.

Ideális esetben – amikor minden  $(\alpha, t)$  párhozhoz tartozó  $[Rf](\alpha, t)$  érték rendelkezésre áll – a feladat egyszerűen megoldható matematikai módszerekkel. Sajnos a gyakorlatban egy számítógépes implementációban csak véges számú értéket tudunk kezelni, így mind a vetületek, mind a rekonstruálandó függvény reprezentálására diszkrétizált modellt kell alkalmaznunk.

A továbbiakban feltételezzük, hogy a rekonstruálandó  $f$  függvény véges tartóhalmazú, és konstans értéket vesz fel minden, a két dimenziós egész rács által meghatározott egységnégyzeten. Formálisan,

$$f(u + a, v + b) = f(u + c, v + d); \quad u, v \in \mathbb{Z}; \quad a, b, c, d \in [0, 1). \quad (2)$$

Feltesszük továbbá, hogy egy vetület véges számú, párhuzamos vetítési sugárhoz tartozó mért értékből áll. Az (1) képlet jelölését használva egy vetület

azonos  $\alpha$  irányokkal meghatározott, vonal menti integrálokból áll, amelyek  $t$  paraméterére

$$t \in \left\{ k + 0.5 \mid k \in \mathbb{N}, |k + 0.5| \leq n/\sqrt{2} \right\} \quad (3)$$

teljesül, feltéve hogy a koordináta-rendszer középpontja a kép közepére van helyezve. Informálisan, az így megadott paraméterekkel leírt vetületek egymástól egységnyi távolságra elhelyezett vetítési sugarakat tartalmaznak úgy, hogy az irány módosítására használható forgatási középpont két vetítési sugár között félúton van elhelyezve.

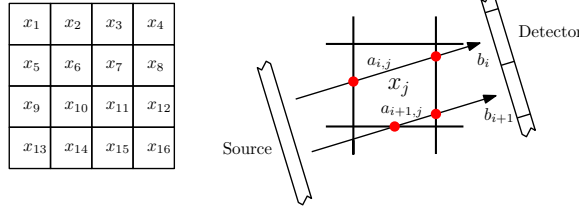
A fenti megkötéseket használva a feladat felfogható egy diszkrét kép véges számú vetületi értékből történő rekonstrukciójaként, és a rekonstrukciós probléma reprezentálható egy

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n^2 \times m}, \quad \mathbf{x} \in \{0, 1\}^{n^2}, \quad \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m \quad (4)$$

alakú egyenletrendszerrel, ahol

- $\mathbf{x}$  ismeretlen vektor reprezentálja a rekonstruálandó kép képpontjainak sorozatát,
- $\mathbf{b}$  tartalmazza a mért vetületi értékek vektorát,
- $\mathbf{A}$  leírja a képpontok és vetületi értékek közötti kapcsolatot azáltal, hogy minden  $a_{i,j}$  megadja az  $i$ . vetítési sugár  $j$ . képponton belül haladó szakaszának hosszát.

A rekonstrukciós probléma egyenletrendszerrel történő modellezését illusztrálja az 1. ábra.



**1. ábra:** A rekonstrukciós probléma egyenletrendszerrel történő reprezentálása.

Habár a kapott modell jól definiálja a rekonstrukció problémáját, a feladat egészértékű mivoltából adódóan egy megoldás megtalálása igen nehéz lehet. Tovább nehezíti a feladatot, hogy a diszkrét tomográfiában általában csak kis számú vetület áll rendelkezésre a rekonstrukcióhoz. Így a kapott egyenletrendszer alulhatározott, és az esetleges mérési hibák miatt még inkonzisztens is lehet. A felmerült problémák megoldására a gyakorlatban két megközelítést használnak.

Az egyik lehetséges módszer, hogy iteratív algoritmusok segítségével közelítjük az egyenletrendszer egy folytonos megoldását, majd a kapott eredményt valamilyen módszerrel diszkrétizáljuk. Az így kapott algoritmusok az úgy nevezett

Algebrai Rekonstrukciós Technika (Algebraic Reconstruction Technique - ART) különböző változatai [2, 4, 7].

A rekonstrukciós módszerek másik nagy csoportja visszavezeti a rekonstrukciós problémát egy

$$\mathcal{C}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda \cdot g(\mathbf{x}) \quad (5)$$

alakú energiafüggvénnyel felírt energia-minimalizálási feladatra, ahol  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}$ , és  $\mathbf{x}$  a (4) egyenletrendszerben megadottaknak felelnek meg,  $g(\mathbf{x})$  pedig egy függvény, ami a rekonstruálandó képre vonatkozó előzetes információt reprezentál, valamely  $\lambda$  súllyal. Ebben az esetben, a megfelelő energiafüggvény felírása után a rekonstrukció megoldható különböző optimalizáló módszerekkel, mint például genetikus algoritmusokkal vagy szimulált hűtéssel [1, 8, 10].

Vizsgálataink során a rekonstrukciókat a [10]-ben megadott algoritmussal végeztük. Az említett algoritmus D.C. programozást (egy numerikus módszer konvex függvények különbségének minimalizálására) alkalmaz, egy

$$\mathcal{J}_\mu(\mathbf{x}) := \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \sum_{j=1}^{n^2} \sum_{l \in N_4(j)} (x_j - x_l)^2 - \mu \frac{1}{2} \langle \mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{e} \rangle, \quad \mathbf{x} \in [0, 1]^{n^2} \quad (6)$$

alakú energiafüggvény minimalizálására. A fenti képletben  $N_4(j)$  a  $j$ . képponttal 4 szomszédságban álló képpontok halmazát jelöli, a  $\gamma$  konstans az energiafüggvényben szereplő simasági feltétel súlyát határozza meg és  $\mathbf{e}$  jelöli a csupa 1 értékeket tartalmazó konstans vektort. Az optimalizálási folyamat elején a binárizáló tag súlyát meghatározó  $\mu$  paraméter értéke 0, így a kezdeti energiafüggvény minimuma a legjobb folytonos megoldás lesz. A későbbiekben a  $\mu$  paraméter értéke ciklikusan egy  $\mu_\Delta$  értékkel emelkedik, így az energiafüggvény optimuma fokozatosan egy bináris megoldás felé tolódik. A fenti algoritmus több szempontból is megfelel a céljainknak, mivel:

- determinisztikus, így a véletlen nem befolyásolja a rekonstrukció eredményét,
- kevés vetület esetén is megbízható és pontos rekonstrukciókat szolgáltat,
- alkalmas párhuzamos implementációra, így a modern hardverek felépítését kihasználó párhuzamos megvalósítása nagy számú teszt elvégzését teszi lehetővé, viszonylag rövid idő alatt.

Az említett módszerre a későbbiekben egyszerűen DC algoritmusként fogunk hivatkozni.

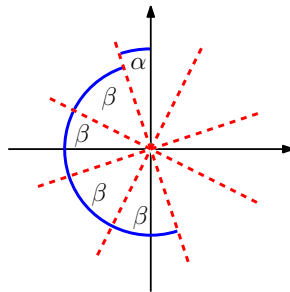
### 3. A rekonstrukciók paraméterei

A DC rekonstrukciós algoritmus paramétereit főként a [14] alapján adtuk meg, így például a  $\gamma = 0.25$  beállítást használtuk. A paraméterezésben történt egyetlen eltérés, hogy a  $\mu_\Delta$  rekonstrukciónkénti dinamikus kiszámítása helyett egy előre meghatározott  $\mu_\Delta = 0.1$  értéket használtuk, a programok egyszerű és hatékony működése miatt.

A tesztképek rekonstrukciót különböző számosságú vetülethalmazokkal végeztük. Minden  $S$  vetülethalmaz esetében a vetületképzéshez felhasznált irányok egyenletes közönként lettek elhelyezve egy félkörön, a következő módon

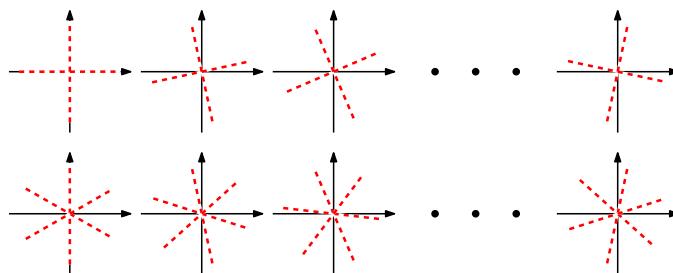
$$S(\alpha, p) = \left\{ 90^\circ + \alpha + i \frac{180^\circ}{p} \mid i = 0, \dots, p-1 \right\}, \quad (7)$$

ahol a  $p$  (vetületek száma) és az  $\alpha$  (kezdőszög) előre meghatározott konstansok. A vetületi irányhalmazok meghatározását a 2. ábra szemlélteti.



**2. ábra:** Példa a felhasznált vetületi irányhalmazokra.  $S(\alpha, 4)$  irányhalmaz ( $\alpha, p = 4$  előre meghatározott paraméterek,  $\beta = \frac{180^\circ}{p} = 45^\circ$ ).

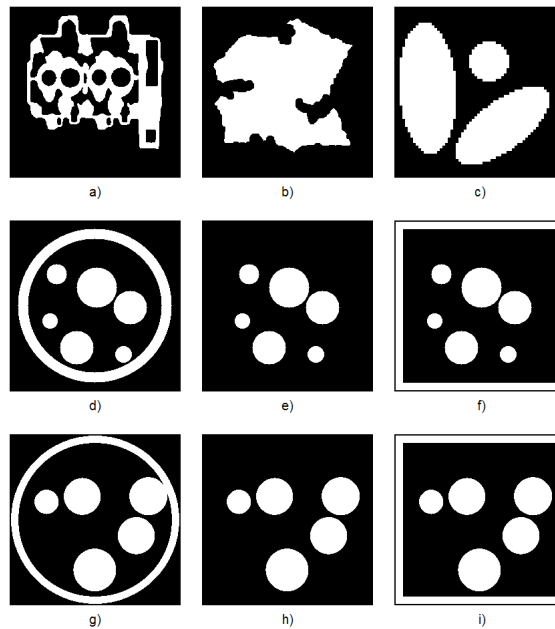
Minden tesztkép esetén a felhasznált vetülethalmazok  $p$  vetületszámai 2 és 16 között mozogtak, és minden vetületszám esetén különböző,  $0^\circ$  és  $\left(\left\lceil \frac{180}{p} \right\rceil - 1\right)^\circ$  közötti egész  $\alpha$  kezdőszögekkel definiált szöghalmazokat használtunk. (A vetületi irányhalmazokra ad példát a 3. ábra.)



**3. ábra:** Példa a két és három vetületet tartalmazó ekvianguláris vetületi irányhalmazokra. A szaggatott piros vonalak jelzik a vetületi sugarak irányait.

#### 4. Tesztadatok és kísérletek

Vizsgálataink során három különböző forrásból származó szoftveresen előállított tesztképeket használtunk, amelyek közül hármat a [14] szerzői az algoritmusuk tesztelésére használtak és kettő a [2]-ben jelent meg. Ugyancsak készítettünk 10 újonnan generált tesztképet, amik egyenként 5 darab véletlenszerűen elhelyezett körlapot tartalmaznak. Bizonyos képeknek (a 10 újonnan generált kép és a [14]-ben használt egyik tesztkép esetén) elkészítettük két módosított változatát is azáltal, hogy az eredeti objektumok köré egy gyűrűt vagy négyzetes sávot helyeztünk. Az előállt összesen 37 tesztkép egységesen  $256 \times 256$  pixel méretűre skáláztuk. A tesztképek közül néhány a 4. ábrán látható.



4. ábra: A teszteléshez felhasznált képi adatbázis néhány eleme.

A vizsgálatok során használt programokat az NVIDIA CUDA [15] keretrendszer segítségével implementáltuk, amely lehetővé teszi a nagy számításigényű folyamatok GPU-n való hatékony elvégzését. A számításokat egy Intel Q9300 CPU-t és NVIDIA GeForce 8800 GT GPU-t tartalmazó PC-n hajtottuk végre. A képenként definiált 431 rekonstrukció elvégzéséhez szükséges idő – a feldolgozott tesztkép függvényében – 1-2 óra között mozgott.

Vizsgálataink során két különböző megközelítést alkalmaztunk az eredmények kiértékelésére. A rekonstrukciók hibájának mérésére meghatároztuk az eredeti és a rekonstruált képek közötti különbséget minden tesztkép és  $S(\alpha, p)$

szöghalmaz esetén, a következő képlettel:

$$E(\mathbf{x}^*, S(\alpha, p)) := \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_{S(\alpha, p)}\|_2^2. \quad (8)$$

A fenti formulában  $\mathbf{x}^*$  jelöli az elvárt ideális eredmény (a vizsgált tesztkép képpontjainak vektorát és  $\mathbf{x}_{S(\alpha, p)}$  az  $S(\alpha, p)$  irányhalmazzal készült vetületekből kapott rekonstrukciót.

Az eredményhalmaz egy másik típusú kiértékelése abból állt, hogy minden tesztkép és vetületszám esetén meghatároztuk a tesztkép irányfüggőségét a következő formulával:

$$D_t(\mathbf{x}^*, p) := \frac{(E_{max}(\mathbf{x}^*, p) - E_{min}(\mathbf{x}^*, p))}{n^2} \left( \frac{\cos\left(\pi \frac{E_{min}(\mathbf{x}^*, p)}{n^2}\right) + 1}{2} \right)^q, \quad (9)$$

ahol

$$E_{min}(\mathbf{x}^*, p) := \min_{\alpha=0^\circ, \dots, (\lceil \frac{180}{p} \rceil - 1)^\circ} E(\mathbf{x}^*, S(\alpha, p)), \quad (10)$$

$$E_{max}(\mathbf{x}^*, p) := \max_{\alpha=0^\circ, \dots, (\lceil \frac{180}{p} \rceil - 1)^\circ} E(\mathbf{x}^*, S(\alpha, p)), \quad (11)$$

és  $q$  a

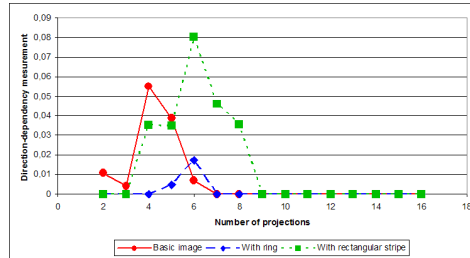
$$\left( \frac{\cos(\pi t) + 1}{2} \right)^q = 1 - t \quad (12)$$

egyenlet megoldásaként áll elő, egy adott  $t \in (0, 1)$  paraméter mellett.

A (9) képlet egyszerűen egy adott tesztkép és vetületszám mellett kiszámítja a legjobb és legrosszabb rekonstrukciók hibáinak korrigált különbségét. A korrekciós szorzó feladata, hogy az irányfüggőségi mérték ne vehessen fel nagy értékeket, abban az esetben ha a legjobb vizsgált rekonstrukció hibája magasabb egy előre meghatározott  $t$  küszöbnél. A magasabb  $D_t(\mathbf{x}^*, p)$  értékek nagyobb vetületi irányfüggőséget engednek feltételezni.

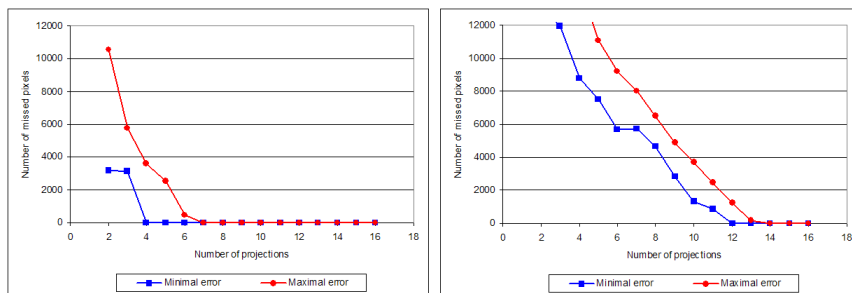
## 5. Eredmények

A tesztek futtatása után, a (9) formulát felhasználva kerestük a kezdőszög megválasztására leginkább érzékeny "tesztkép - vetületszám" párosokat. A célunk az volt, hogy kiderítsük, hogy a rekonstrukció eredménye javítható-e pusztán a vetületi irányok helyes megválasztásával. Természetesen egy valós alkalmazásban csak nagy pontosságú eredmények elfogadhatóak, így a  $D_t(\mathbf{x}^*, p)$  formula  $t$  paraméterét a  $t = 0.001$  értékre állítottuk. A megadott beállítások mellett az irányfüggőségi mérték akkor a legmagasabb, ha egy tesztkép egy adott  $p$  számú vetületet tartalmazó – de különböző irányokból vett – vetülethalmazok közül, néhányból közel tökéletesen rekonstruálható, míg másokat használva elfogadhatatlan eredményt kapunk. Az így kapott vetületi irányfüggőségekre ad példát az 5. ábra.



5. ábra: A 4d-f. ábrákon szereplő tesztképek irányfüggősége a vetületszám függvényében (a magasabb értékek nagyobb irányfüggőséget jelölnek).

A tesztképek közül elsőként azokat vizsgáltuk, amiken nem szerepelt sem gyűrű, sem négyzetes sáv az alakzatok körül. Ebben az esetben azt találtuk, hogy a képek irányfüggősége 3-5 vetület használatakor a legmagasabb. Pontosabban a legtöbb tesztképre meghatározható egy minimális vetületszám, aminek alkalmazásakor a megfelelő irányokat használva az rekonstrukciós algoritmus majdnem tökéletes eredményt ad, míg más vetületekkel az eredmény használhatatlan. Példaképpen, a 6. ábra megadja két tesztkép esetén a legjobb és legrosszabb rekonstrukciók hibáját, a vetületszám függvényében. A 6. ábra bal oldalán megfigyelhető, hogy a 4a ábrán látható tesztkép a megfelelő vetületeket használva akár 4 vetületből is megfelelően rekonstruálható, de ha az irányokat rosszul választjuk meg, akkor akár 7 vetületre is szükség lehet az elfogadható eredmény eléréséhez. Egy másik tesztkép 3 vetület felhasználásával készült konkrét rekonstrukcióira a 8. ábra a-c részei adnak példát.



6. ábra: A 4a (jobb) és 4e (bal) ábrákon szereplő tesztképek minimális és maximális rekonstrukciós hibái a vetületszám függvényében.

Habár mindegyik tesztképünk mutatott bizonyos szintű vetületi irányfüggőséget, meg kell jegyeznünk, hogy nem minden esetben voltak megfigyelhetőek hasonló mértékű eltérések. A 6. ábra jobb oldali része egy, a vetületi irányok megválasztásától kisebb mértékben függő tesztképhez tartozó statisztikákat mu-



tat. Jól látható, hogy a felrajzolt grafikonon a legjobb és legrosszabb rekonstrukciókhoz tartozó hiba-görbék közötti különbség nem számottevő, így ebben az esetben a helyes irányok megtalálásával sem számíthatunk nagy mértékű javulásra a rekonstrukció eredményében. (Ezen tesztképhez tartozó konkrét rekonstrukciókra adnak példát a 8. ábra d-f részei.)

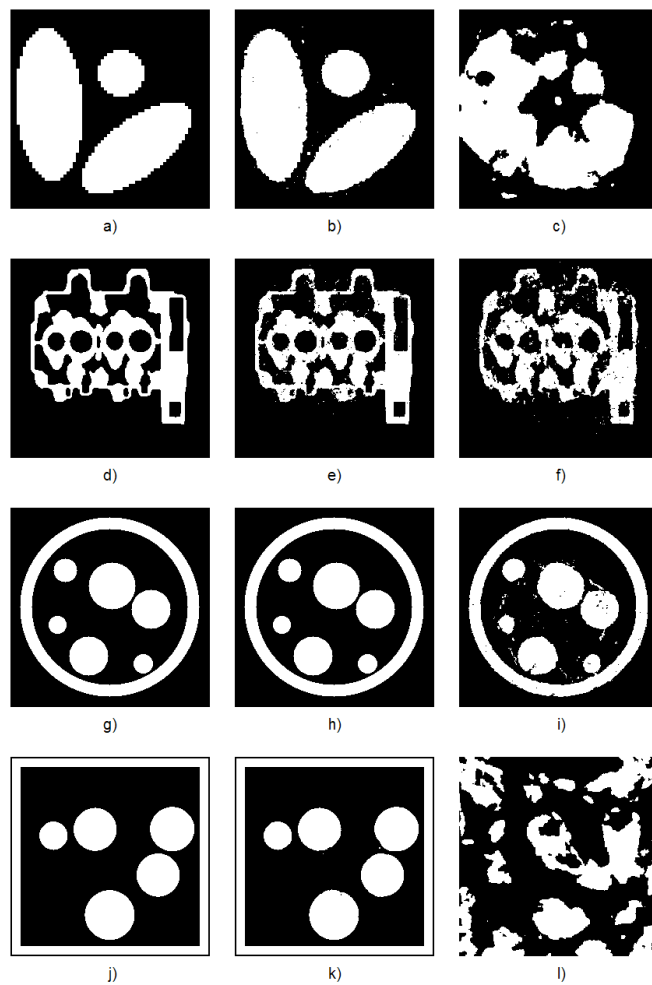
Ugyancsak hasznos lehet ha megvizsgáljuk az egyes tesztképek és vetületszámok esetén a kezdőszög függvényében felrajzolt hibagörbékét. Ilyen görbékre ad példát a 7. ábra. A görbéket megvizsgálva azonnal szembetűnik, hogy a minimális és maximális felvett értékek közötti különbségek nagyok. Ez egybevág a korábbi megállapításainkkal, és azt mutatja, hogy a vetületi irányok megfelelő megválasztásával nagymértékű javulás érhető el a rekonstrukció eredményében. Az is látható, hogy a megjelenített görbék viszonylagosan simák, ami arra enged következtetni, hogy az optimális közeli vetületi irányokkal képzett vetületek ugyancsak jó minőségű rekonstrukcióhoz vezetnek. Ebből következik, hogy a rekonstrukció javításához nem szükséges megtalálni az optimális irányokat, általában egy közelítés is elegendő lehet.

Értékes megfigyelésekhez vezethet még a tesztképek különböző változataihoz tartozó rekonstrukciók összehasonlítása is. Ennek okán a 7. ábrán megjelenített grafikonok egyazon tesztkép három változatához (4. ábra d-f részei) tartozó hibagörbék tartalmaznak a kezdőszög függvényében. Látható hogy a legkisebb hibák minden esetben a tesztkép legegyszerűbb változatához tartoznak.

Abban az esetben, ha egy gyűrűt teszünk az alakzatok köré, a hiba-grafikon formája változatlan marad, de a konkrét értékek megemelkednek. Ennek magyarázata az lehet, hogy a gyűrű nagy fokú instabilitást hoz a modellezésre használt egyenletrendszerbe, így a megfelelő eredmény megtalálása nehezebbé válik. Az is látható, hogy a görbében bekövetkezett ilyen típusú változás csökkenti a minimum és maximum pontok közötti viszonylagos távolságot, így a módosított tesztkép rekonstrukciói kevésbé érzékenyek az irányok megválasztására. A 8. ábra g-i részei egy ilyen esetre adnak példát.

A helyzet egészen más, ha gyűrű helyett egy négyzetes sávot adunk a tesztképen található alakzatokhoz. A 7. ábra ehhez az esethez tartozó grafikonjain jól látható, hogy a görbék alakja a korábbiakhoz képest teljesen megváltozott. Az új görbéken egy vagy két lokális minimumpont figyelhető meg, amik között a rekonstrukciós hibák magas értékeket vesznek fel. Ennek magyarázata, hogy a képhez adott négyzetes sáv rekonstrukciója önmagában is nagymértékben függ a vetítési irányok megválasztásától. Ez a sáv tökéletesen rekonstruálható, ha két vetítési sugár az oldalaira illeszkedik, így ebben az esetben nincs hatással a rekonstrukció eredményére, és az eredmény megegyezik az eredeti tesztkép rekonstrukciójával. Másrészt ha a vetítési irányok nem illeszkednek megfelelően a négyzet oldalaihoz az új hozzáadott alakzat rekonstrukciója lehetetlenné válik, ami az egész kép rekonstrukcióját károsan befolyásolja. Ez azt jelenti hogy egy vizsgált tárgy egy másik nagymértékben irányfüggő tárggyal való kiegészítése jelentősen befolyásolhatja a rekonstrukció eredményét és a vetületképzéshez használt irányok helyes megválasztását.





**8. ábra:** Példa a tesztképek adott vetületszám mellett kapott legjobb és legrosszabb rekonstrukcióira. Az oszlopok tartalma: felhasznált tesztkép (első oszlop), legjobb rekonstrukció (második oszlop), legrosszabb rekonstrukció (harmadik oszlop). A rekonstrukciók paraméterei: b, c: 3 vetületből  $5^\circ$  és  $36^\circ$  kezdőszögekkel; e, f: 10 vetület  $0^\circ$  és  $5^\circ$  kezdőszögekkel; h, i: 6 vetület  $6^\circ$  és  $25^\circ$  kezdőszögekkel; k, l: 4 vetület  $0^\circ$  és  $27^\circ$  kezdőszögekkel.

## 6. Irányfüggőség felhasználása a nem-roncsoló tesztelésben

Az iparban gyakran van szükség adott tárgyak belső szerkezetének vizsgálatára, azok szétszerelése és roncsolása nélkül. Ezt a folyamatot nem-roncsoló tesztelésnek (Non-Destructive Testing – NDT) nevezik. Az ilyen alkalmazásokban a tárgyak belső szerkezetéről általában vetületi tomográfiával röntgen-, vagy neutron-sugárzás használatával nyernek információt. Mivel az ilyen típusú vetületek képzése általában költséges és időigényes, fontos, hogy a szükséges vetületek száma a lehető legalacsonyabb legyen. Ha tudjuk, hogy a tárgyat felépítő anyag homogén, akkor a vizsgálatához alkalmazhatunk bináris tomográfiát [3].

A nem-roncsoló tesztelés egy gyakori feladata, hogy egy legyártott tárgyat összehasonlítsunk egy tervrajzzal és eldöntsük, megfelelően lett-e elkészítve. Ennek módja a következő. A tárgyat behelyezik egy szkennerbe, néhány meghatározott irányból képzik a vetületeit és egy tetszőleges (bináris) rekonstrukciós algoritmussal felderítik a belső szerkezetét. Végül a rekonstrukció eredményét valamilyen hasonlósági mértékkel összevetik a tervrajzzal. Mivel ebben az esetben a vizsgált tárgy tervrajza rendelkezésre áll, szimulálni tudjuk annak vetületeit tetszőleges irányokban, és az 5. fejezetben leírt tesztek elvégzése elemezhetjük a tárgy irányfüggőségét. Az így nyert információ rendkívül hasznos lehet a nem-roncsoló tesztelés számos területén.

Ha elhelyezünk egy referencia jelet a vizsgált tárgyon, akkor lehetséges, hogy a vizsgált tárgyat egy adott helyzetben tegyük be a szkennerbe és adott irányú vetületeit képezzük. A tervrajzon végzett vizsgálatokból megállapíthatjuk, hogy melyek a rekonstrukcióhoz használható ideális irányok – csak meg kell keresnünk egy, a 7. ábrához hasonló grafikonon a minimumhelyet. Ezzel meghatározhatjuk, hogy az alakzat mely vetületeit érdemes képezni, és minimalizálhatjuk a rekonstrukcióhoz szükséges vetületek számát, vagy adott számú vetület mellett maximalizálhatjuk az eredmény pontosságát. Mivel tesztjeinkben az irányfüggőségi grafikon simának bizonyult, az is valószínűsíthető, hogy a vizsgált tárgyat nem kell tökéletesen elhelyezni a szkennerbe, elegendő a megfelelő irányt közelíteni.

Másfelől, ha nem tudjuk befolyásolni a vizsgált tárgy elhelyezését a szkennerbe, akkor is tudjuk mérni a rekonstrukció irányfüggőségét. Az így kapott információból megjósolhatjuk, hogy legrosszabb esetben hány vetületre van szükség a tárgy elfogadható minőségű rekonstrukciójához, illetve hogy egy kötött vetületszám mellett egy adott rekonstrukciós algoritmus megfelel-e a vizsgálatokhoz.

## 7. Összefoglalás és továbblépési lehetőségek

A munkánk célja egy bináris tomográfiai rekonstrukciós algoritmus vetületi irányfüggőségének vizsgálata volt. Számos kísérletet végeztünk azért, hogy egy képi tesztadatbázis elemeit rekonstruáltuk azok különböző vetülethalmazaiából, és az eredményeket megfelelő módszerekkel elemeztük. Eredményeink alapján az alakzatok bináris rekonstrukciójára nagy hatással lehet a rekonstrukcióhoz

felhasznált vetületek irányainak megválasztása, és a vetületek helyes megválasztásával minimalizálható a rekonstrukcióhoz szükséges vetületek száma, vagy adott vetületszám mellett maximalizálható az eredmény pontossága. A vetületi irányfüggőség bemutatása mellett ugyancsak megvizsgáltuk az eredmények lehetséges gyakorlati felhasználását a nem-roncsoló tesztelés területén.

Jelen cikkünk a korábbi [11] munkánk magyar nyelvű fordított és átszerkesztett változata. Az említett cikk közzévése óta sor került az eredmények kiterjesztésére is, több szempont alapján. A [12] munkánkban megvizsgáltuk, hogy elérhető-e további javulás a rekonstrukció minőségében nem-ekvianguláris szögek alkalmazásával. A [13] pedig más rekonstrukciós algoritmusokra terjeszti ki a munkánkat, illetve a gyakorlati alkalmazásokban történő felhasználást vizsgálja azáltal, hogy a tesztek egy részét zajos vetületi adatokkal végeztük.

Az eredményeink alapján arra következtetünk, hogy a vetületi irányfüggőség egy szabályos jelenség, ami a megfelelő matematikai módszerekkel modellezhető. A továbblépési terveink között szerepel ennek az elméleti magyarázatnak a keresése, ami számos új eszközt nyújthat a rekonstrukciók minőségének javítására.

Terveink között szerepel továbbá a vizsgálatok kiterjesztése az adaptív vetületképzés területére [9], amikor is a vetületképzés folyamata során a már meglévő vetületeket felhasználva próbáljuk megjósolni, hogy a továbbiakban mely vetületek segítségével javítható a rekonstrukció eredménye a legnagyobb mértékben.

## Köszönetnyilvánítás

Szeretnénk megköszönni Joost Batenburgnak és Christoph Schnörrnek, hogy tesztképek biztosításával segítették munkánkat. A kutatást részben a Nemzeti Fejlesztési Ügynökség TÁMOP-4.2.2/08/1/2008-0008 és TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KONV-2010-0005 programjai, valamint a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János kutatási ösztöndíja támogatták.

## Irodalom

1. Balázs, P., Gara, M.: An evolutionary approach for object-based image reconstruction using learnt priors, *Lecture Notes in Computer Science* vol. 5575 (2009) 520–529.
2. Batenburg, K.J., Sijbers, J.: DART: a fast heuristic algebraic reconstruction algorithm for discrete tomography, *IEEE Conference on Image Processing IV* (2007) 133–136.
3. Baumann, J., Kiss, Z., Krimmel, Z., Kuba, A., Nagy, A., Rodek, L., Schillinger, B., Stephan, J.: *Discrete Tomography Methods for Nondestructive Testing*, Chapter 14 of [6] (2007) pp. 303–331.
4. Herman, G.T.: *Fundamentals of Computerized Tomography: Image Reconstruction from Projections*, 2nd Edition, Springer, 2009.
5. Herman, G.T., Kuba, A. (Szerk.): *Discrete Tomography: Foundations, Algorithms and Applications*, Birkhäuser, Boston, 1999.
6. Herman, G.T., Kuba, A. (Szerk.): *Advances in Discrete Tomography and Its Applications*, Birkhäuser, Boston, 2007.

7. Kak, A.C., Slaney, M.: Principles of Computerized Tomographic Imaging, IEEE Press, New York, 1999.
8. Nagy, A., Kuba, A.: Reconstruction of binary matrices from fan-beam projections, *Acta Cybernetica*, 17(2) (2005) 359–385.
9. Placidi, G., Alecci, M., Sotgiu, A.: Theory of adaptive acquisition method for image reconstruction from projections and application to EPR imaging, *Journal of Magnetic Resonance, Series B*, (1995) 50–57.
10. Schüle, T., Schnörr, C., Weber, S., Hornegger, J.: Discrete tomography by convex-concave regularization and D.C. programming, *Discrete Applied Mathematics* **151** (2005) 229–243.
11. Varga, L., Balázs, P., Nagy, A.: Direction-dependency of a binary tomographic reconstruction algorithm, *Lecture Notes in Computer Science* vol. 6026 (2010) 242–253.
12. Varga, L., Balázs, P., Nagy, A.: Projection selection algorithms for discrete tomography, *Lecture Notes in Computer Science* vol. 6474 (2010) 390–401.
13. Varga, L., Balázs, P., Nagy, A.: Direction-dependency of binary tomographic reconstruction algorithms, *Közlésre benyújtva: Graphical Models (CompIMAGE 2010 különszám)*.
14. Weber, S., Nagy, A., Schüle, T., Schnörr, C., Kuba, A.: *A benchmark evaluation of large-scale optimization approaches to binary tomography*, *Lecture Notes in Computer Science* vol. 4245 (2006) 146–156.
15. NVIDIA CUDA  
[http://www.nvidia.co.uk/object/cuda\\_home\\_new\\_uk.html](http://www.nvidia.co.uk/object/cuda_home_new_uk.html)