

*Szegedi Tudományegyetem
Kísérleti Fizikai Tanszék*

**Az $\frac{1}{f^\alpha}$ zajok amplitúdó-
szerkezetének vizsgálata**

Diplomamunka

Készítette: *Mérai László*

Témavezető: *Dr. Gingl Zoltán*

Szeged, 2002

Tartalomjegyzék:

1. Bevezetés	3.oldal
2. Elméleti összefoglaló	5.oldal
2. 1. Valószínűségszámítási alapfogalmak	5.oldal
2. 2. Véletlenjelenségek, zajok	10.oldal
2.3. Véletlenjelenségek időbeli, frekvenciabeli tulajdonságai, Teljesítménysűrűség spektrum	11.oldal
2.4. Zajok osztályozása	16.oldal
2.4.1. Eloszlásuk szerint	16.oldal
2.4.2. Teljesítmény-spektrumuk szerint	18.oldal
2.5. Digitális analízis, mintavételezés	21.oldal
3. Zajok előállítása	25.oldal
3.1. Zajok előállítása digitális úton	25.oldal
3.2. Zajok előállítása analóg módon	29.oldal
4. Amplitúdó-transzformáció, szintmetszés	35.oldal
5. A mérés menete	38.oldal
5.1. Numerikus szimuláció	38.oldal
5.2. Analóg mérés	39.oldal
5.3. Eredmények	41.oldal
6. Eredmények összefoglalása	46.oldal
7. Köszönetnyilvánítás	47. oldal
8. Irodalomjegyzék	48. oldal

1. Bevezetés

A modern fizika egyik igen fontos és fejlődő kutatási területe a szilárd testekben lejátszódó zajjelenségek vizsgálata. A természetben lejároló folyamatoknak alapvető sajátossága, a véletlen, amit régebben a mérések pontosságát korlátozó, az információvesztést akadályozó tényezőként tartottak számon. Ma már azonban – a kutatási eredményeknek, s a hatékony jelfeldolgozásnak köszönhetően – a rendszerekben fellépő zajokat információszerzésre is felhasználják. Vannak olyan esetek, amikor nem is áll módunkban másként vizsgálni a rendszert, csak a rendszer saját zaját mérve (pl. atomreaktorok zajdiagnosztikája, integrált áramkörök megbízhatóságának vizsgálata). Megjegyezném még, hogy ma már alkalmazzák a zajkutatás egyik szinte paradox eredményét is, mely szerint bizonyos rendszerekben jel/zaj javulás érhető el, ha a rendszerbe zajt vezetünk.

Különösen érdekes az $1/f$ zaj - nevét a teljesítmény-sűrűség spektrumáról kapta: $S(f) \approx 1/f$ - amit az elektronika területén fedeztek fel (vákuumcsőben), s később a kiderült, hogy a természetben igen széles körben előforduló zajtípusról van szó. Az $1/f$ zaj megtalálható anyagok vezetőképességének fluktuációjában [1,2], szupravezetőkben [3], lézerekben [4], biológiai rendszerekben [5], de különös módon folyók vízszintjének ingadozásában [6], a szívritmus ingadozásában s a zenében [7] is. Széles előfordulása ellenére a mai napig nem sikerült általános modellt alkotni, s megérteni a széleskörű előfordulás okait. A modellalkotás mellett igen fontosak azok a kutatások is, amelyek a zajok tulajdonságait elemzik. Bár léteznek $1/f$ modellek [13,15], de ezek csak speciális esetekre korlátozódnak. Épp ezért igen fontos kutatásuk, megismerésük, mely segíthet minél jobban feltérképezni kialakulásukat, s előfordulásuk okait is. Viselkedésük vizsgálata lineáris, illetve nem lineáris rendszerekben tág kutatási terület.

Az utóbbi időben megjelent számos dolgozat, amely az $1/f$ zajamplitúdó-szerkezetével foglalkozik, s ezek némi kiegészítésre szorulnak [10,11]. Az $1/f$ zaj spektrálisan bizonyos amplitúdó transzformációkra invarianciát mutat.

Jelen dolgozatomban egy nemlineáris amplitúdó-transzformációt, szintmetszést hajtok végre, s a transzformáció hatását vizsgálom a jel teljesítmény-sűrűség spektrumán keresztül.

A dolgozat első részében bemutatom a zajok vizsgálatában leggyakrabban használt matematikai eszközöket, megtárgyalva a legalapvetőbb zajok fizikai okait és tulajdonságait. Ismertetem az általam tervezett, s el is készített zajgenerátorok, s komparátor felépítését, s a zajok számítógépes generálásának elvét, majd az amplitúdó transzformáció lépéseit. Az utolsó részben ismertetem az eredményeket, és azok összehasonlítását.

2. Elméleti Összefoglaló

2.1. Valószínűségyszámítási alapfogalmak

A természetben végbemenő jelenségeket két részre oszthatjuk, mint determinisztikus és sztochasztikus folyamatok. A pontosan ismert lefolyású időfüggvényeket determinisztikusnak nevezzük. Ezekről elég néhány adatot (pl. amplitúdót, frekvenciát, fázisszöget) ismernünk ahhoz, hogy akár a múltját, akár a jövőjét leírjuk. Ezzel szemben a sztochasztikus jel múltjának ismerete keveset mond a következő pillanatértékről, legfeljebb annak valószínűségére utal. Az ilyen folyamatok tárgyalásához nyújt segítséget a valószínűségyszámítás. E fejezetben ehhez próbálok meg segítséget adni.

Sztochasztikus jelek jellemzése diszkrét értékek esetén

Közéérték:

A fizikai rendszerekben zajló folyamatokhoz egy, vagy több változót rendelhetünk, amely a valóságban valamely fizikai mennyiségeknek felel meg, de sokszor ezek megválasztása nem könnyű. Zajoknál, véletlenjelenségeknél nem könnyű törvényszerűséget, szabályosságot leírni, ezért más módszert kell alkalmazni. Ha egy mérés során U feszültséget mérünk, ahol U_0 körül fluktuációt tapasztalunk, akkor hogy jellemezzük az előzőek alapján a rendszert? Hogy jellemezzük ekkor az U valószínűségi változót? Tegyük fel, hogy N db mérésből egy bizonyos U_k érték n_k sokszor fordult elő.

Ekkor definiálhatjuk U középértékét:

$$\overline{U}_N = \sum_k \frac{n_k}{N} \cdot U_k \quad (2.1)$$

ahol értelemszerűen N a mérések (minták) száma, $k > 0$ mely annyi értéket vehet fel, ahány különböző U_k érték létezik, n_k pedig az U_k értékek előfordulásának számát jelenti. Ezen középérték ismerete önmagában elég kevés információt ad a folyamatról, hiszen végtelen sok különböző folyamat középértéke lehet azonos. Sőt, azt sem tudjuk, milyen más értékei lehetnek U -nak, s milyenek U szélsőértékei.

Bekövetkezési valószínűség, Várható érték:

U_k relatív gyakoriságának nevezzük a (2.1)-ben szereplő n_k/N hányadost. Ezen érték a nagy számok törvénye alapján [8] N növekedése esetén konvergens. Létezik tehát a határértéke n_k/N -nek:

$$p_k = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_k}{N} \quad (2.2)$$

Ekkor $0 \leq p_k \leq 1$, melyet a k esemény, azaz U_k előfordulásának *bekövetkezési valószínűségének* nevezzük. Itt p_k megadja, hogy a mérés során milyen valószínűséggel kaphatunk U_k értéket. Igaz továbbá:

$$\sum_k p_k = 1 \quad (2.3)$$

ahol az összegzést k minden értékére el kell végezni. Definiálhatjuk p_k segítségével a folyamat $M(U)$ várható értékét:

$$M(U) = \sum_k U_k \cdot p_k \quad (2.4)$$

Az előbbiekből következik, hogy $M(U)$ várható érték, és $\overline{U_N}$ középpérték között kapcsolat van:

$$M(U) = \lim_{N \rightarrow \infty} \overline{U_N} \quad (2.5)$$

A folyamat ingadozásáról p_k értékek adnak információt, hiszen megadják egy bizonyos U_k feszültség előfordulásának valószínűségét. Célszerű bevezetni azonban egy új mennyiséget, mert az összes p_k -t sokszor lehetetlen megadni, kezelni. Ez a mennyiség a szórás:

$$D(U) = \sqrt{\sum_k (U_k - M(U))^2 \cdot p_k} \quad (2.6)$$

A $D(U)$ szórás azt, hogy az U mennyiség mennyire korlátozódik egy szűk tartományra, egy számmal jellemzi. A p_k valószínűségek természetesen sokkal több, teljesebb információt mondanak a valós folyamatról, de a gyakorlatban sokszor elegendő, a várható értéket, s a szórást vizsgálni.

Sztochasztikus jelek jellemzése folytonos értékek esetén

Eddig feltételeztük, hogy az U feszültség csak bizonyos diszkrét értékeket vehet fel, ami a valóságban általában nem igaz. Épp ezért szükségünk lehet a folytonos értékek kezelésére is, ahol nem korlátozzuk az egymástól különböző U_k feszültségértékek számát.

Valószínűségi sűrűségfüggvények

A diszkrét analízisben központi kérdés volt az esemény bekövetkezési valószínűségének tárgyalása, de folytonos értékészlet esetében ez hogyan definiálható? Itt az előbb definiált p_k valószínűség 0 lesz, ezért az előfordulási valószínűséget nem alkalmazhatjuk folytonos értékészletű valószínűségi folyamatok esetében. Keresnünk kell egy olyan $p(U)$ függvényt, amelyre igaz, hogy a $p(U)dU$ szorzat közelítőleg megadja, hogy milyen valószínűséggel esik a feszültség az U körüli kicsi dU tartományba. Ezen $p(U)$ függvényt nevezzük *valószínűségi sűrűségfüggvénynek*. Ekkor a (2.3) összefüggés folytonos értékészlet esetén a következő alakú:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(U)dU = 1 \quad (2.7)$$

Várható érték, szórásnégyzet

A most definiált valószínűségi sűrűségfüggvény lehetővé teszi, hogy definiáljuk a már korábban bevezetett fogalmakat folytonos értékészletű sztochasztikus folyamatokra is. Az összegzésről át kell térni integrálásra.

A várható érték, s a szórásnégyzet definíciója:

$$M(U) = \int_{-\infty}^{\infty} U \cdot p(U) dU \quad (2.8)$$

$$D^2(U) = \int_{-\infty}^{\infty} (U - M(U))^2 p(U) dU \quad (2.9)$$

Több valószínűségi változó

Gyakran találkozunk olyan feladattal, hogy a nem egy, hanem több folyamatot vizsgálunk. Szükségünk lehet egy olyan fizikai mennyiség leírására, ami maga is több mennyiségből tevődik össze. Mi a kapcsolat ilyenkor a vizsgált mennyiség, s az összetevőiehez rendelt valószínűségi sűrűségfüggvények között? El kell dönteni, hogy a mennyiségek függetlenek-e egymástól, azaz az egyik mennyiség befolyásolhatja a másik valószínűségi sűrűségfüggvényét?

A valószínűségelmélet szerint az X_1, X_2, \dots, X_n események függetlenek, ha közülük bárhogyan is választunk ki k számú eseményt (anélkül, hogy ugyan azt kétszer kiválasztanánk), ezek együttes valószínűsége megegyezik az egyes események valószínűségeinek szorzatával. Ebből kiindulva belátható, hogy két sztochasztikusan független mennyiség esetén, ha $Z=X+Y$ akkor:

$$M(Z) = M(X) + M(Y) \quad (2.10)$$

$$D^2(Z) = D^2(X) + D^2(Y) \quad (2.11)$$

Az eredő sűrűségfüggvény az eredeti sűrűségfüggvények konvolúciójaként kapható:

$$p_z(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_x(x') \cdot p_y(x'-x) dx' \quad (2.12)$$

A centrális határeloszlási tétel

Egy makroszkopikus mennyiség fluktuációja általában igen sok elemi fluktuáció szuperpozíciójaként áll elő. Egyszerű példa erre az elektromos vezetőképesség ingadozása, ami az elemi töltéshordozók mozgásának és mennyiségének véletlenszerű változásából származik. Az ilyen véletlenszerű folyamatok eredő sűrűségfüggvényének meghatározásához nyújt segítséget a centrális határeloszlási tétel. A tétel kimondja, hogy nagy számú, egymástól független valószínűségi változók összegének eloszlása az úgynevezett normális (Gauss) eloszláshoz tart.

2.2. Véletlen jelenségek, Zajok

A természetben előforduló jelenségek általános sajátága a véletlen, gondoljunk csak a kvantummechanikára, statisztikus fizikára, termodinamikára, lézerfizikára. Ezért, ha egy fizikai mennyiséget meg szeretnénk mérni, a statisztikus ingadozás sokszor korlátozó tényező lehet, de egyúttal információt is hordoz a rendszerről. Ezeket az ingadozásokat nevezzük zajnak. Mi a zajokat feszültség formájában, mint feszültségingadozást mérjük. Nagyon sokszor egyszerűen megtehető ez, hiszen feszültségmérésre vissza lehet vezetni nagyon sok folyamatot (pl. Áramerősség-, Nyomás-, Fényerősség-, stb. mérése). Digitális mérés esetén a feszültséget pedig egyszerűen (A/D átalakítóval) digitalizálhatjuk.

2.3. Véletlen jelenségek időbeli, frekvenciafüggő tulajdonságai, teljesítménysűrűség spektrum

Időátlag, stacionárius, ergodikus folyamatok

Legegyszerűbb esetként vizsgáljuk meg a várható érték problémáját. Tekintsünk egy $U(t)$ feszültséget, ami véletlenszerűen ingadozik. Az $\langle U(t) \rangle$ középértéket mérésel úgy képezhetjük, hogy a mérés T idejére képezzük az $U(t)$ jel átlagértékét:

$$\langle U(t) \rangle_{\tau} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T U(t) dt \quad (2.13)$$

amelyből $T \rightarrow \infty$ esetén határértékként kapjuk az időátlagot. Milyen kapcsolat lehet az $M(U)$ várható érték, s az időátlag között? Ha az $M(U)$ időfüggő, akkor általában a két érték nem fog megegyezni, ezért első megszorításként azt mondhatjuk, hogy a statisztikai jellemzőknek időfüggetlennek kell lenniük, hogy az időbeli és a sokaságra vett átlagok azonosak legyenek. Az ilyen folyamatokat stacionáriusnak nevezzük [12]. Megjegyzem továbbá, hogy többféle stacionáriussági feltétel lehetséges aszerint, hogy hányadrendű sűrűségfüggvényre írunk elő korlátozásokat. Ha megelégszünk az elsőrendű $p(x,t)$ és a másodrendű $p(x_1,t,x_2,t+\tau)$ sűrűségfüggvények időfüggetlenségével (ami sokszor fontos), akkor a folyamatot gyengén stacionáriusnak nevezzük. Ha minden statisztikai paraméter időfüggetlen, akkor a folyamatot erősen stacionáriusnak mondjuk. A stacionaritás önmagában azonban még nem jelenti azt, hogy az időbeli és a térbeli átlagok megegyeznek.

Azokat a folyamatokat, melyekre igaz az alábbi összefüggés:

$$M(U(t)) = \langle U(t) \rangle \quad (2.14)$$

vagyis a kétféle átlag megegyezik, *ergodikus folyamatoknak* nevezzük.

Autokorreláció, keresztkorreláció

Definiálunk néhány mennyiséget, amelyek a sztochasztikus folyamatok időbeli tulajdonságait írják le. Az első ilyen mennyiség az $x(t)$ sztochasztikus jel *autokorreláció-függvénye*:

$$R_{xx}(t, t + \tau) = M[x(t) \cdot x(t + \tau)] \quad (2.15)$$

Az autokorreláció-függvény azt jellemzi, hogy a jel τ idejű eltolásával mennyire hasonlít önmagára. Tulajdonképp a jelforrás memóriájára utal. Ha egy jel $t + \tau$ idejű értékek függetlenek attól függően, hogy a jel milyen értéket vett fel a t időpillanatban, akkor a kérdéses folyamat korrelálatlan. Ebben az esetben az autokorreláció-függvény minden τ -ra 0 értéket vesz fel, kivéve a $\tau = 0$ -ra, amikor az autokorreláció-függvény a jel négyzetének várható értékét szolgáltatja. Korrelált folyamatok autokorreláció-függvénye igen sokféle lehet. Ergodikus jelek esetén az *autokorreláció-függvényt* a következő formulával is megadhatjuk:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot x(t + \tau) dt \quad (2.16)$$

Mivel a folyamat ekkor stacionárius, s ebből következően az autokorreláció-függvény nem függhet az időtől, mint ahogy ez a formulából is látszik. Az előzőhöz hasonlóan vezethetjük be két jel közötti kapcsolat vizsgálatához a *keresztkorreláció-függvényt*:

$$R_{xy}(t, t + \tau) = M[x(t) \cdot y(t + \tau)] \quad (2.17)$$

illetve az *ergodikus* jelekre:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt \quad (2.18)$$

A keresztkorreláció igen hasznos eszköze két sztochasztikus folyamat időbeli kapcsolatának leírásának. Segítségével kiszámítható, hogy az adott két folyamat függ-e egymástól, s az egyik folyamat a másikra kifejtett hatása milyen időeltolással jelentkezik.

A sztochasztikus folyamatok frekvencia-tartománybeli leírása

A sztochasztikus folyamatokat igen sokszor nem idő-, hanem frekvencia-tartományban vizsgáljuk, hiszen a frekvenciabeli leírás megkönnyíti a kiértékelést. A két tartomány közötti átmenetre a Fourier-transzformáció, s inverze ad lehetőséget. Ilyenkor az időtartománybeli jelet a Fourier-transzformáció alkalmazásával a benne fellépő harmonikus komponensekkel írjuk le. Ez a frekvencia-tartománybeli leírás ekvivalens az időtartománybeli leírással.

Ezek szerint ha egy tetszőleges $x(t)$ folytonos jel $t \rightarrow \pm\infty$ esetén is véges marad, akkor:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(f) e^{i2\pi ft} df \quad (2.19)$$

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.20)$$

ahol $F(f)$ az $x(t)$ jel Fourier-transzformáltja.

A teljesítménysűrűség-spektrum, Wiener-Hincsin összefüggések

Stacionárius jelek frekvencia-tartománybeli vizsgálata esetén igen gyakran használjuk az úgynevezett *teljesítménysűrűség-spektrumot*, amely a definíció szerint az autokorreláció-függvény Fourier-transzformáltja:

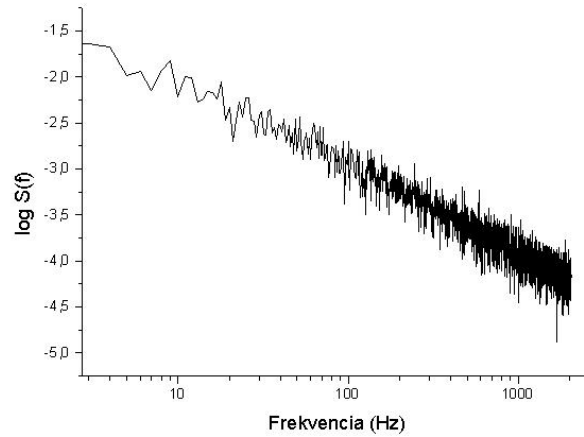
$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.21)$$

illetve ennek inverz transzformáltja:

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) \cdot e^{i2\pi f\tau} df \quad (2.22)$$

A teljesítménysűrűség-spektrum elnevezés abból adódik, hogy ha az időfüggő jel feszültség, akkor az $S_{xx}(f)df$ mennyiség azzal a teljesítménnyel azonos, ami az f körüli df

frekvenciatartományba esik. A (2.23) ábrán az $1/f$ zaj teljesítménysűrűség-spektruma látható.



(2.23) ábra

1/f zaj teljesítménysűrűség-spektruma (10 mérést átlagolva)

A teljesítménysűrűség-spektrumot megkaphatjuk a jel úgynevezett *amplitúdó-spektrumából* is, mely definíció szerint a következő:

$$F_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.24)$$

Ebből a *Wiener-Hincsin* összefüggések szerint:

$$S_x(f) = F_x(f) \cdot F_x^*(f) \quad (2.25)$$

ahol az F_x^* az F_x komplex konjugáltját jelöli. Tehát az autokorreláció-függvény ismerete nélkül is ki tudjuk számítani a teljesítménysűrűség-spektrumot.

Ezen felül a teljesítmény-spektrum segítségével megadható a *jel négyzetének várható értéke*:

$$M(x^2(t)) = R_{xx}(0) = \int_0^{\infty} S_{xx}(f)df \quad (2.26)$$

2.4. Zajok osztályozása

A zajokat legegyszerűbben eloszlásuk, s spektrumuk alapján osztályozhatjuk.

2.4.1. Zajok osztályozása eloszlásuk szerint

A zajokat eloszlásuk szerint, a sűrűségfüggvényük formája szerint csoportosíthatjuk. Ez alapján két gyakorta előforduló eloszlás az *egyenletes*, és a *normális (Gauss)* eloszlás.

Egy sűrűségfüggvényt *egyenletes eloszlásúnak* nevezünk az (a,b) intervallumon, ha következő alakú:

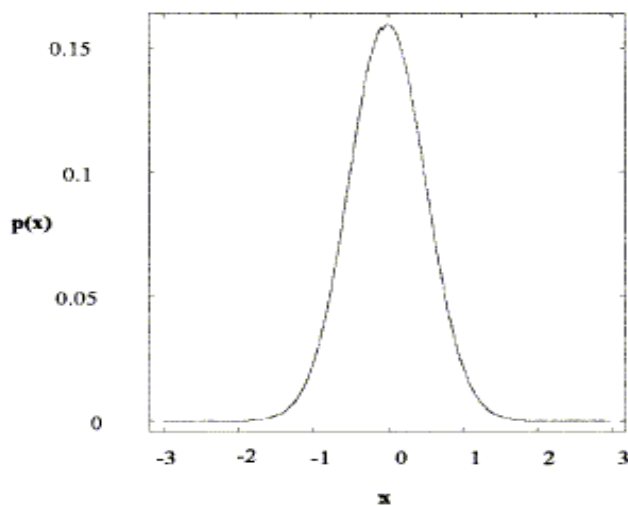
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{ha } a < x < b \\ 0, & \text{különben} \end{cases} \quad (2.27)$$

Egyenletes eloszlás esetén annak a valószínűsége, hogy a zaj amplitúdója (a,b)-n belül egy adott részintervallumba esik, csak a részintervallum szélességétől függ, az elhelyezkedésétől nem. Vagyis tetszőleges szélességű részintervallumok bekövetkezési valószínűsége (a,b)-n belül konstans.

Egy zajt *normális eloszlásúnak* nevezünk, ha a sűrűségfüggvénye a következő alakú:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.28)$$

ahol μ és σ rögzített paraméterek. Belátható, hogy μ épp a zaj várható értéke, σ pedig a szórást adja [9]. A (2.29) ábrán egy $m=0$ várható értékű, $\sigma=1$ szórású, normális eloszlású x valószínűségi változó $p(x)$ sűrűségfüggvényét ábrázoltam x függvényében.



2.29. ábra

Normális eloszlású x valószínűségi változó $p(x)$ sűrűségfüggvénye

A normális eloszlás nagyon széles körben előforduló, általános eloszlás. Mint már említettem a centrális határeloszlási tételt, miszerint nagy számú, egymástól független valószínűségi változók összege normális eloszláshoz tart. A természetben igen sok fizikai mennyiség ilyen eloszlású. (pl. egy populáció testmagasság, s vérnyomás eloszlása is).

2.4.2. Zajok osztályozása teljesítménysűrűség-spektrumuk alapján

A teljesítménysűrűség-spektrum frekvenciafüggése igen gyakran az alábbi összefüggés szerint alakul:

$$S(f) \propto c \cdot \frac{1}{f^\alpha}, \text{ ahol } 0 \leq \alpha \leq 2 \quad (2.30)$$

Ezen összefüggés alapján egy másik osztályozásra nyílik lehetőség, vagyis a teljesítménysűrűség-spektrum meredeksége függvényében vizsgáljuk a zajokat.

A $\alpha=0$ esetében a teljesítménysűrűség-spektrum független a frekvenciától, ezért ezt a zajtípust a látható színek mintájára fehér zajnak nevezzük. Az $\alpha \neq 0$ esetében analóg módon színes zajoknak nevezzük. Ezen α paramétert a zaj színeként is definiálhatjuk. Ha $\alpha=1$ (tágabb értelemben, ha $0.8 < \alpha < 1.2$), $1/f$ zajról, vagy rózsaszín zajról beszélünk. Ha $\alpha=1.5$, pl. diffúziós zajról, míg $\alpha=2$ -nél pl. Brown-mozgásról, bolyongásról is beszélhetünk. Az előbbieken kívül még az úgynevezett Lorentzi zajok is említést érdemelnek, amelyek teljesítménysűrűség-spektruma a következő alakú:

$$S(f) \propto \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} \quad (2.31)$$

ahol f_0 egy állandó frekvencia. Észrevehetjük, hogy az $1/f^2$ a Lorentzi zaj határesetének tekinthető, az $f \gg f_0$ feltétellel.

Fehér zaj

Az olyan zajokat, amelyek teljesítménysűrűség-spektruma konstans, fehérzajnak nevezzük:

$$S(f) = \text{konst.} \quad (2.32)$$

A képletből látszik, hogy az autokorreláció-függvénye a Dirac-féle α függvény, ami azt jelenti, hogy nincs korreláció a jel értékei között. Teljesítmény végtelennek adódik, de a valóságban előforduló jelek sávkorlátozottak, tehát csak egy bizonyos frekvenciáig tekinthető konstansnak a teljesítménysűrűség spektrum, s a határfrekvencia felett 0. Ilyen pl. a termikus zaj.

Termikus zaj

Homogén vezetőkben nincs potenciálgát, zaj azonban mégis keletkezik bennük még árammentes állapotban is. Ennek az oka az, hogy a vezetőkben kristályhibák, szennyező atomok vannak, illetve a kristály periodicitását az atomok hőmozgása is zavarja. A töltéshordozók ezekkel a hibahelyekkel ütköznek, mely során energiájuk megváltozhat. Mivel ezek az ütközések véletlenszerűek, így az eredő áram, illetve feszültség is ingadozik. Ekkor a termikus zajfeszültség teljesítménysűrűség-spektrumára *anyagtól függetlenül*, az ún. *Nyquist-formulát* kapjuk [13]:

$$S(f) = 4kTR \quad (2.33)$$

ahol k a Boltzmann állandó, R a minta ellenállása, T a hőmérséklet.

$1/f^2$ zaj

Ha a zaj teljesítménysűrűség spektruma a következő alakú:

$$S(f) = c \cdot \frac{1}{f^2}, \text{ ahol } c = \text{konst.} \quad (2.34)$$

akkor $1/f^2$ zajról beszélünk. A természetben igen gyakran előforduló zajtípusról van szó, mivel gyakori jelenség, hogy egy mennyiség egy másik mennyiség időbeli integrálja. Ilyen fluktuáció pl. a Brown-mozgás.

$1/f$ (rózsaszín) zaj

Ezt a zajtípust (ami Flicker-zaj néven is ismert) először az elektronika területén fedezték fel [1], és a kezdeti kutatások is ebben az irányban folytak. Széles körben előfordul félvezetőkben, fémréteg ellenállásokban, de később kiderült, hogy az élet számos területén, biológiai rendszerekben, zenében, gazdasági folyamatokban is megtalálható. $1/f$ zajnak nevezzük azokat a zajtípusokat, amelyek teljesítménysűrűség-spektruma a következő alakú:

$$S(f) \approx c \cdot \frac{1}{f^\alpha} \quad (2.35)$$

ahol $\alpha \approx 1$. Az α értékére nincs egységes álláspont, általában $0.8 < \alpha < 1.2$ elfogadott. A szigorúan $\alpha=1$ jel teljesítménye végtelen, de reális rendszerekben az $1/f$ zaj is sávkorlátozott. Az $1/f$ zaj alulról s felülről is sávkorlátozott. Széles előfordulása ellenére a mai napig nincs rá egységes magyarázat, ezért is aktuális kutatása.

2.5. Digitális analízis, mintavételezés

Analóg jelek tulajdonságainak mérésekor ma már legtöbbször digitális módszereket használunk. E tevékenység mellett szól a reprodukálhatóság lehetősége, a könnyű tárolás, igen gyors feldolgozás, és zavarérzékletlenség is. A digitális jelfeldolgozás során az analóg jel értékeit először Δt időközönként mintavételezzük, majd az így kapott diszkrét értékeket dolgozzuk fel. Vagyis a jelet mind idő, mind amplitúdó tartományban kvantáljuk. Felmerül, hogy az értékek diszkrét volta mekkora torzítást okoz? A valóságban ez a pontosság manapság meghaladja az analóg leolvasás, az analóg műszerek pontosságát, s az esetek túlnyomó többségében nem okoz problémát, hiszen az általában alkalmazott 8,12,16 bites felbontás (256,4096,65536 különböző szint) igen nagy. Az időbeli kvantálás azt jelenti, hogy az $x(t)$ jel értékeit csak bizonyos t_0, t_1, \dots, t_n időpillanatokban ismerjük. A mintavételezés során érdemes a mintavételi időpontokat ekvidisztánsnak választani, ekkor beszélünk periodikus mintavételezésről. Ez egy nagyon fontos dolog, hiszen igencsak megkönnyíti a jel analízisét, rekonstrukcióját. A fentiek értelmében tehát az $x(t)$ folytonos függvényt az alábbi mintavételezett függvénnyel helyettesítjük:

$$x_m(t) = \Delta t \sum_i x(t_i) \delta(t - t_i) \quad (2.36)$$

ahol Δt a két szomszédos mintavételi időpont különbsége, $x_m(t)$ a mintavételezéssel nyert függvény, δ pedig a Dirac-féle függvény. Felmerül azonban, hogy milyen feltételek mellett tehetjük meg ezt információvesztés nélkül. Erre ad választ a digitális jelfeldolgozás egyik központi tétele, a mintavételezési tétel:

Ha az $x(t)$ jel Fourier felbontásában az f_0 -nál nem kisebb frekvenciájú komponensek amplitúdója nulla, akkor a jelet teljes mértékben meghatározzák az $1/2f_0$ időközönkénti mintái a következő formula szerint:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x\left(\frac{i}{2f_0}\right) \frac{\sin 2\pi f_0 \left(t - \frac{i}{2f_0}\right)}{2\pi f_0 \left(t - \frac{i}{2f_0}\right)} \quad (2.37)$$

A tétel egyszerűen belátható. Az $X(f)$ Fourier-transzformált a feltételek szerint a $(-f_0, f_0)$ intervallumra korlátozódik, tehát (ha frekvenciatartományban periodikusan kiterjesztjük) létezik a következő *Fourier sora*:

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \cdot e^{-i\pi f \frac{n}{f_0}} \quad (2.38)$$

ahol

$$c_n = \frac{1}{2f_0} \int_{-f_0}^{f_0} X(f) \cdot e^{i\pi \frac{f}{f_0} n} df \quad (2.39)$$

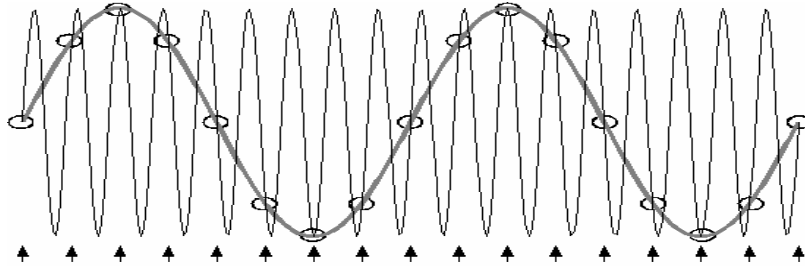
Mivel azonban:

$$x(t) = \int_{-f_0}^{f_0} X(f) \cdot e^{i2\pi ft} dt \quad (2.40)$$

így $c_n = \frac{x\left(\frac{n}{2f_0}\right)}{2f_0}$. A c_n együtthatók teljesen meghatározzák az $X(f)$ transzformáltat, ezáltal

magát az $x(t)$ jelet is, tehát a tételt igazoltuk. A mintavételi tételnek ellentmondó

mintavétel meghamisítja a jelet. Könnyen ellenőrizhető, hogy a mintavételi frekvencia $2f_0$, akkor minden $f+2nf_0$ frekvenciájú szinuszos jelnek azonos mintavételezett függvény felel meg (n egész szám). Hasonló kijelentés igaz az $f+(2n+1)f_0$ frekvenciájú periodikus jelekre is. A (2.41) ábrán láthatjuk, hogy miről is van szó (bekarikázva a minták láthatóak):



2.41. ábra

A mintavételi tétel megsértése esetén fellépő hibák

Ez különösen a spektrum mérésében tükröződik, mivel a helytelen mintavételezés miatt a különböző frekvenciákhoz tartozó komponensek más frekvencián jelennek meg, összeadódnak a valós komponensekkel, ezáltal meghamisítják a spektrumot. Abban az esetben, ha nem tudjuk betartani a mintavételi tételt, vagy nem tudjuk, hogy mekkora a legnagyobb előforduló frekvencia-komponens, akkor a mintavételezés előtt egy aluláteresztő szűrőt, az úgynevezett mintavételi szűrőt kell alkalmaznunk. Az $x(t)$ jel mintavételezése során a gyakorlatban egy véges számú adatsort kapunk, ami N számú x elemből áll. A spektrum kiszámítására ekkor a mintavételezett függvény alakjának figyelembe vételével a következő formulát kapjuk, ami a *mintavételezett jel spektruma*:

$$F_k = \sum_{j=0}^{N-1} x_j \cdot e^{-i2\pi j \frac{k}{N}} \quad (2.42)$$

Itt x_i az $x(i\Delta t)$ mennyiségnek felel meg, és F az úgynevezett diszkrét Fourier-transzformált, ahol $k=0..N-1$. Látható, hogy maga a Fourier-transzformált is diszkrét, mivel az időtartomány véges hosszúságú (a periodikus kiterjesztést figyelmen kívül hagyva). Az $F_k=F(k\Delta f)$ formula lényegében a spektrum mintavételezését jelenti, ahol $\Delta f=(1/N)\Delta t$.

A diszkrét Fourier-transzformáció kiszámítása nem okoz nagy gondot, de mégsem ezt használjuk, hanem egy gyorsabb eljárást. Ezt az eljárást Cooley és Turkey fejlesztette ki, és gyors Fourier-transzformációnak, a továbbiakban FFT-nek (az angol rövidítésből) nevezzük. Az FFT a számítógépes jelfeldolgozás egyik alapvető eszköze. A diszkrét Fourier-transzformációhoz képest mindössze annyi a megkötés, hogy a minta számának 2 hatványának kell lennie, s természetesen egyenközű mintákat kell venni.

3. Zajok előállítása

A fluktuációk a természeti folyamatok következményei. Ezeket nehéz vizsgálni önmagukban, ezért van szükségünk zajgenerátorokra, hogy a zajok tulajdonságait pontosabban meg tudjuk vizsgálni. Előállítás szerint beszélhetük analóg módon, s numerikusan előállított zajokról, illetve ezeket reprezentáló véletlenszámokról.

3.1. Zajok előállítása digitális úton

Dolgozatom elkészítéséhez két különböző elven működő digitális zajforrást használtam, amiket a numerikus szimulációhoz használtam fel. A számítógépes modellezés során normális (Gauss) eloszlású $1/f^k$ teljesítménysűrűség-spektrumú zajokat állítottam elő. Felvetődik a kérdés, hogy hogyan állítunk elő zajokat. Kézenfekvőnek tűnik, hogy mivel a zajok véletlenszerű, sztochasztikus jelek sorának tekinthetők, ezért a modellezés során véletlenszám sorozatot generálunk, majd ezt tekintjük a valós zaj diszkrét reprezentációjának. Az időben, s értékészletben kvantálás megegyezik a digitalizált jelek tulajdonságaival, így számottevő megkötést itt sem okoz. Az irodalom többféle módszert ismer egyenletes eloszlású véletlenszámok generálására [14]. Mi a véletlenszámok numerikus szimulációjára az úgynevezett additív véletlenszám-generátort használunk, aminek definíciója a következő:

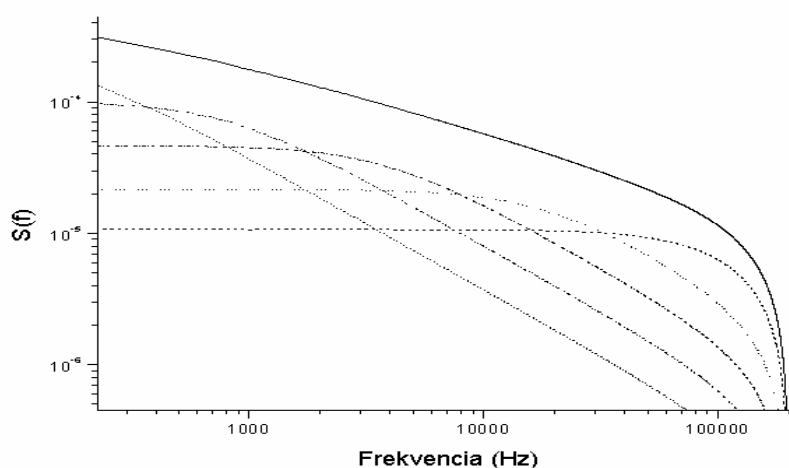
$$r_i = (r_{i-24} + r_{i-55}) \bmod M \quad (3.1)$$

ahol r_i jelenti a generált számokat, M pedig egy alkalmasan választott nagy szám, esetünkben 2^{32} , ami a számítógép szóhosszának felel meg. A fenti módszerrel kapott

véletlenszámokból Gauss-eloszlású véletlen számokat a centrális határeloszlási tételt felhasználva úgy kaphatunk, hogy például sok független, egyenletes eloszlású számot összegzünk.

Független Lorentzi zajok összegzése [16]

Mivel az irodalomban az $1/f$ zajt általában, mint Lorentzi típusú zajok szuperpozíciójaként értelmezik [15], ezért kézenfekvőnek tűnik a megoldás, hogy erre alapozva alkossunk $1/f^\alpha$ zajt generáló algoritmust. Ezzel a módszerrel generálhatunk sávhatárolt $1/f^\alpha$ zajt független Poisson folyamatok összegzésével. Előnye ennek az eljárásnak, hogy a zaj generálása során elegendő csak egyenletes eloszlású véletlen számokat generálni, hisz sok független Poisson folyamat összegzéseként a centrális határeloszlási tétel értelmében eleve Gauss-eloszlású $1/f$ zajt kapunk. Ehhez véletlenszámokat kell generálni, amit bevezetve adott számú digitális szűrőbe, a kimeneti értékeket összeadjuk. A (3.2) ábrán látható egy ilyen zajgenerátor spektruma. Legfelül látható az eredő színes zaj.



3.2. ábra

Független Lorentzi zajok, s összegük teljesítménysűrűség-spektruma

Fehérzaj teljesítménysűrűség-spektrumának átskálázása

Egy másik lehetőség, a Wiener-Hincsin összefüggésekből adódik. Mint ismeretes egy zaj teljesítménysűrűség-spektruma kiszámítható az autokorreláció-függvényének ismerete nélkül is a következő módon:

$$S_x(f) = F_x(f) \cdot F_x^*(f) \quad (3.3)$$

ahol az F_x^* a jel F_x amplitúdó-spektrumának komplex konjugáltját jelöli. Mivel tudjuk, hogy a fehér zaj teljesítménysűrűség-spektruma konstans, ezért ha ennek a zajnak az amplitúdó-spektrumát megszorozzuk $\frac{1}{\sqrt{f}}$ -fel, akkor $1/f$ zajt kapunk:

$$S_x(f) = F_x(f) \cdot F_x^*(f) = konst. \quad (3.4)$$

A fentiek alapján tehát egy lehetséges diszkrét $1/f^\alpha$ zajgenerátor algoritmus a következő:

- Állítsunk elő egy x_0, x_1, \dots, x_{N-1} , Gauss eloszlású véletlenszám sorozatot, ahol N egész szám, s a 2 egész számú hatványa (az FFT miatt). Az így kapott véletlenszám sorozat egy Gauss eloszlású fehér zaj diszkrét reprezentációjának tekinthető.
- Számítsuk ki az így kapott fehér zaj diszkrét Fourier-transzformáltját (FFT). Így az F_0, F_2, \dots, F_{N-1} komplex számsorozathoz jutunk.

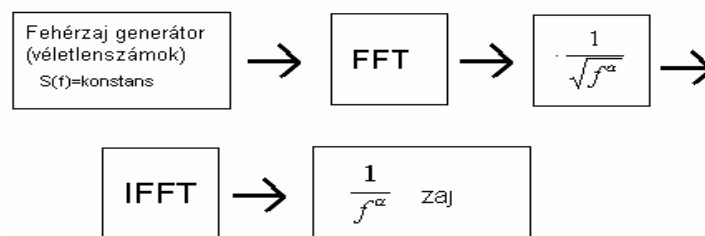
- Az F_i komplex számokat szorozzuk meg $f^{1/2}$ -nel (vagy színes zajok esetén értelemszerűen $\frac{1}{\sqrt{f^\alpha}}$), illetve a jelen esetben $\frac{1}{\sqrt{i}}$ -vel, azaz végezzük el a

következő műveleteket:

$$F_i = \frac{F_i}{\sqrt{i}}, F_{N-i} = \frac{F_{N-i}}{\sqrt{i}}, \text{ ahol } i = 1..N/2 \quad (3.5)$$

- Az így kapott F_0, F_2, \dots, F_{N-1} komplex számsorozaton végezzük el az inverz FFT-t, ezáltal megkapjuk a kívánt Gauss-eloszlású $1/f$ teljesítménysűrűség-spektrumú zaj diszkrét reprezentációját.

Természetesen ezzel a módszerrel bármilyen spektrum előállítható a szorzótényező, vagy szorzófüggvény megfelelő megválasztásával. A (3.6) ábrán látható a folyamat blokkvázlata. Ennek az előállítási módnak az egyszerűsége mellett van annyi hátránya, hogy nem tudunk tetszőlegesen hosszú zajfolyamot előállítani. Tehát, ha szeretnénk tetszőlegesen hosszú mérést folytatni, akkor vagy az előző módszert, vagy analóg zajforrást kell alkalmazni, ugyanis ha a kapott pl. 4096 mintát tartalmazó zajokat összefűznénk, akkor az összefűzés határán ugrás, zavar keletkezne.



3.6. ábra

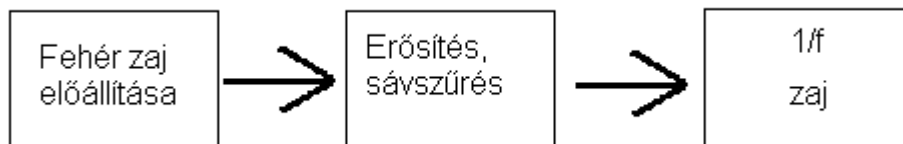
Színes zajok előállításának blokkvázlata az átskálázás módszerével

3.2. Zajok analóg előállítása

Fizikai kutatások, kísérletek fontos eszköze az analóg jelgenerátor, jelen esetben az analóg zajforrás. A legfontosabb kérdés, hogy honnan tudunk a természetből feszültség formájában zajt nyerni. Dolgozatomhoz kétféle analóg zajforrást használtam. Az egyik, egy *diódából* nyert fehér zaj, ami meg van szűrve proporcionális integráló áramkörök szorzatával, ami fehér zajból $\approx 1/f$ zajt enged tovább. A másik megoldás egy *MOSFET-ből* nyert $1/f$ zaj, természetesen a megfelelő szintre erősítve.

Fehérzaj-generátor, Szűrőáramkörrel [17,18]

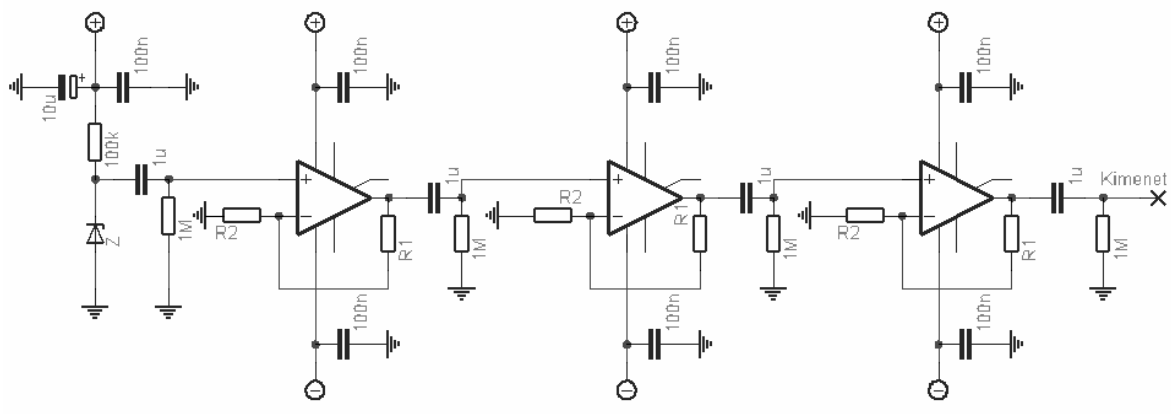
Ez a zajforrás egy fehérzaj-generátor (3.8. ábra) és egy szűrő felhasználásával (3.9. ábra) készült. Blokkvázlata a 3.7. ábrán látható.



3.7. ábra

1/f zaj előállítása fehér zaj szűrésével folyamatábrája

Egy zener diódát záróirányba előfeszítünk, s ez egy igen jelentős (mV-os) fehérzajt szolgáltat. Ezt egy felüláteresztő szűrőn keresztül (az ofszet levágása érdekében) az erősítőfokozatokra kötjük. Az erősítőfokozatok közé is kell rakni szűrőket a műveleti erősítők ofszet hibája, s a nagy erősítések miatt. A fehérzaj-generátor kapcsolási rajza a 3.8. ábrán látható:

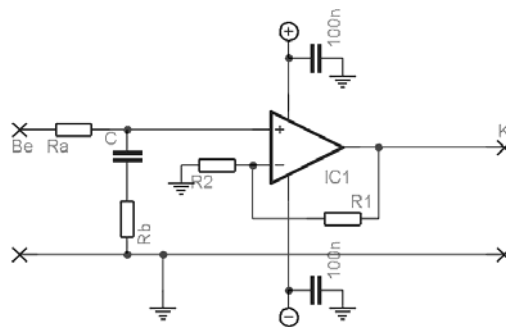


3.8. ábra

Fehérzaj-generátor kapcsolási rajza

Az egyes erősítő fokozatok erősítését az R_1/R_2 ellenállások megfelelő választásával lehet beállítani. A nagy sávszélesség érdekében 3-4 fokozatot használtam.

Ennek a generátornak a „lelke” a megfelelő szűrés. A szűrést *proporcionális integráló áramkörökkel* (3.9. ábra) oldottuk meg.



3.9. ábra

A proporcionális szűrőáramkör egy tagjának kapcsolási rajza

A (3.9) ábrán egy fokozata látható a szűrőnek. Az aktív fokozat erősítését itt is R_1/R_2 aránya szolgáltatja.

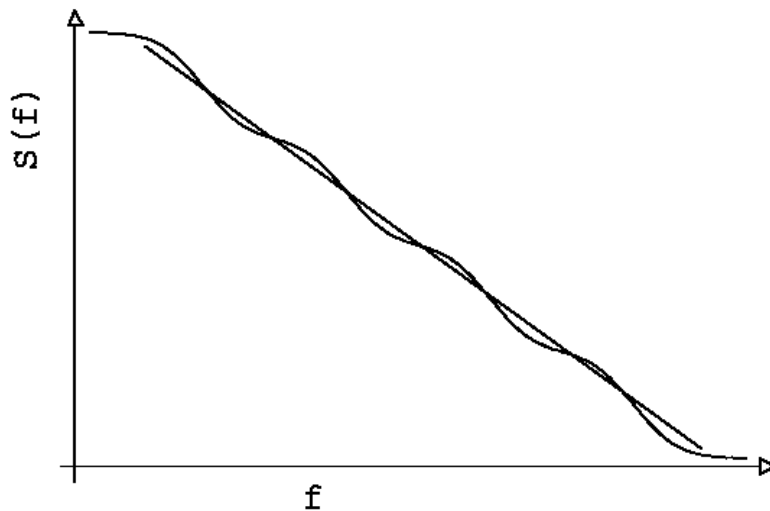
A proporcionális integráló áramkör (3.9) átviteli függvénye:

$$A = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1 + j\omega CR_b}{1 + j\omega C(R_a + R_b)} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}} \quad (3.10)$$

,ahol $\omega_1 = \frac{1}{CR_b}$, $\omega_2 = \frac{1}{C(R_a + R_b)}$. Ha ω kicsi, akkor $A \approx \frac{R_1}{R_2}$, ha ω sokkal nagyobb, mint

ω_1, ω_2 , akkor $A \approx \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{R_b}{R_a + R_b}$. Ezzel a megoldással igen jó, s igen stabil 1/f zajt

tudunk létrehozni, ami alatt azt értem, hogy α 4%-on belül 1, s az áramkör paraméterei nem változnak külső behatásra, melegedésre. A rendszer elméleti spektruma a (3.11) ábrán látható:

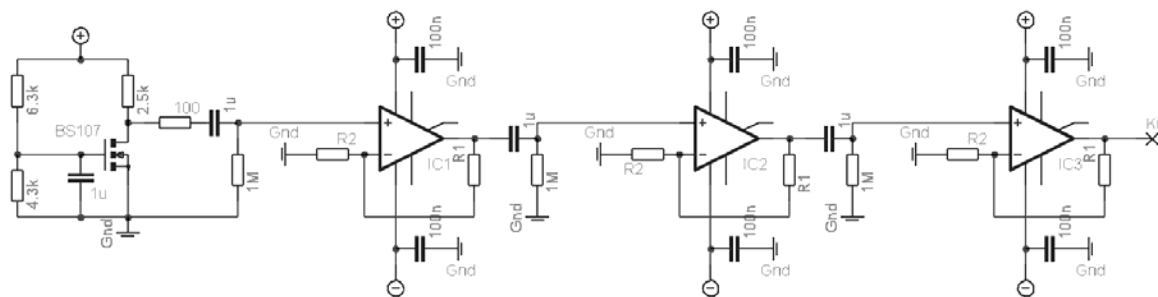


3.11. ábra

A szűrő elvi karakterisztikája

FET-es 1/f-zaj-generátor

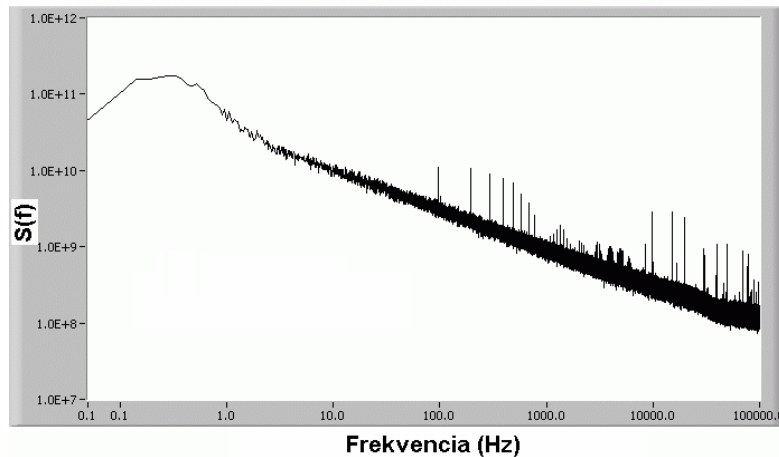
A FET felhasználásával készült 1/f – zajgenerátornak a lelke egy BS107-es tranzisztor. Miután beállítottuk a FET munkapontját, s az egyenfeszültségen kívül nem kapcsolunk semmit a Gate-re, akkor a (3.12) ábrán látható kapcsolással 1/f – zajgenerátorhoz jutunk (mivel a MOSFET-ek 1/f zajjal rendelkeznek). A munkapont-beállítás nagyon kritikus, hiszen nagyon érzékeny rá a tranzisztor, s minden tranzisztorra igen más (természetesen zajgenerálási szempontok szerint). A többi elem már ismerős lehet a fehérzaj-generátorból (3.8. ábra), hiszen az erősítőtagok itt is megvannak hasonlóan. Az IC-k egységesen TL071 típusúak. A egyes fokozatok erősítése természetesen R_1/R_2 ($10k\Omega/1k\Omega$).



3.12. ábra

A FET-es 1/f-generátor kapcsolási rajza

A zajgenerátor érzékeny a munkapont-beállítására, ezért hosszú távon kicsit változhat a zaj szórása (melegedés), de lényeges változást nem tapasztaltam. A zajgenerátor paraméterei értelemszerűen függenek a tranzisztortól (hiszen a zaj abból jön), az általam használt típusnál a spektrum meredeksége, $0.9 \leq \alpha \leq 1$ között van. A generátor által generált 1/f zaj spektruma a (3.13) ábrán látható:



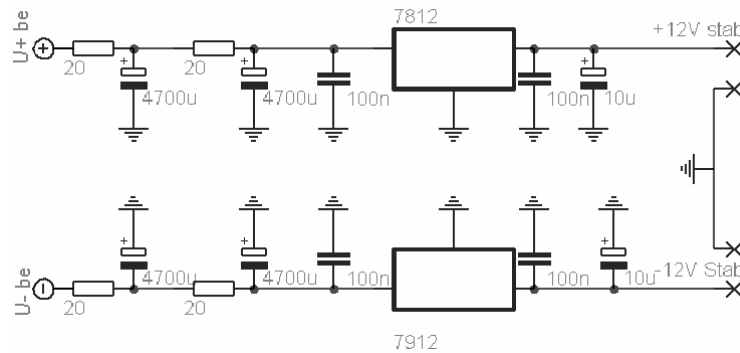
3.13. ábra

A FET-es 1/f generátor által generált zaj teljesítménysűrűség-spektruma

A (3.13) ábrán látható a sok kis spektrális csúcs csak a nagy felbontás miatt látszik, s összteljesítményük elhanyagolhatóan kicsi a zaj összteljesítményéhez képest, s a reális rendszerekben a külső hatások miatt ezeket nem lehet kiküszöbölni. (pl. monitor képcső eltérítők, hálózati 50 Hz stb)

A generátorok táplálása

A zajgenerátorok áramellátása nem egyszerű feladat, hiszen a zajgenerátorok nagyon érzékenyek a tápfeszültségen levő zavarokra. Visszagondolva pl. a fehérzaj-generátornál a diódát egy ellenálláson keresztül kapcsoltuk a tápfeszültségre, s a dióda lábáról vettük le a néhány mV-os fehérzajt. Elképzelve, hogy ha a tápfeszén mV-os zavarok lehetnek (amik vannak, gondoljunk az 50 Hz-re), megértjük, miért is fontos a megfelelő tápellátás. Egy „átlagos” kettős (\pm) tápfeszültséget szolgáltatató tápegység kimenőfeszültségét is meg kell szűrni. Az általam használt tápfeszültség-stabilizátor kapcsolás a (3.14) ábrán látható:



3.14. ábra

A feszültség stabilizáló egység kapcsolási rajza

Ez a kapcsolás 1-2 Hz-ig szinte minden tranziens, nem kívánatos zavart igen hatékonyan kiszűr, beleértve az 50 Hz-es hálózati „brumm”-ot is. A bemeneti 20 Ω -os ellenállások növelésével (vagy a 4700 μ F-os kondenzátorok kapacitásainak növelésével) lehet lemenni a határfrekvenciával. Kérdezhetnénk, hogy miért ez a látszólag felesleges túlszűrés, de ha végiggondoljuk, hogy a zajgenerátorunkat 1 Hz-től már hitelesen szeretnénk használni, akkor megértjük, hogy ehhez viszont olyan egyenfeszültségre van szükségünk, ami ezen frekvencia felett semmilyen tagot nem tartalmazhat. Természetesen árnyékolt kábelek, s zárt fém házak nélkül az 50 Hz-et nem tudjuk elkerülni (valójában csak csökkenteni tudjuk). S természetesen még arról is kell szólni, hogy a generátornak igen kisfogyasztásúnak kell lennie, hiszen ha pl.: 500 mA-t venne fel, akkor a két 20 Ω -os ellenálláson 10-10 V esne, ami az átlagos ± 15 V, ± 18 V –os tápegységek esetén nem működne. Tehát a néhány mA-es fogyasztást nem szabad túllépni, de ez semmilyen megszorítást nem jelent, hiszen ezek az áramkörök ezt a megszorítást könnyen tudják teljesíteni.

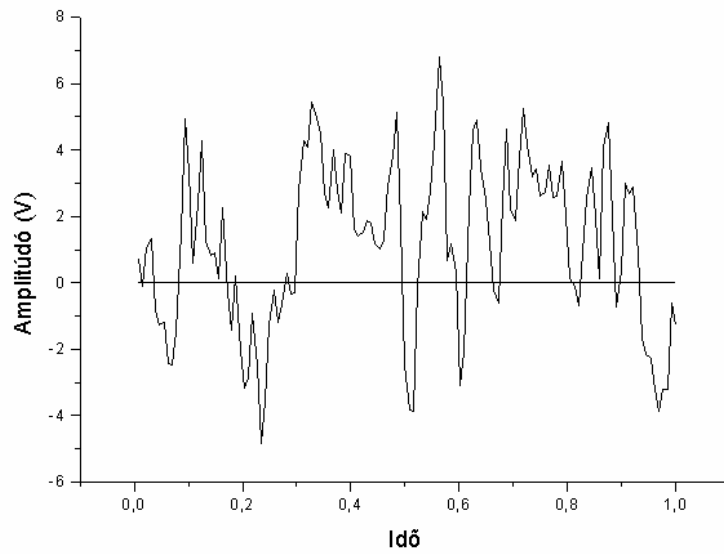
4. Amplitúdó-transzformáció, szintmetszés

Jelen dolgozatom témája egy nemlineáris amplitúdó-transzformáció alkalmazása színes zajokra, s a keletkező 2 állapotú zaj paramétereinek (teljesítmény-sűrűség spektrum) vizsgálata. Az utóbbi időkben megjelent számos dolgozat, ami színes zajok (főleg az 1/f zaj) amplitúdó limitálásával, s szintmetszési statisztikájával foglalkozott. Az eredmények meglepőek voltak, miszerint pl. az 1/f zaj spektrálisan invariáns az amplitúdó limitálásra, s az ofszet szinten való szintmetszésre. Az eredmények számos nyitott kérdést hagytak maguk mögött. Dolgozatomban színes zajok ($0 < \alpha < 2$) szintmetszését végeztem el különböző szinteken. Az általam vizsgált transzformáció igen egyszerű, egy szimpla összehasonlítás, szintmetszés, az elektronika nyelvén egy komparátor. Matematikai leírása a (4.1) ábrán látható.

$$y(t) = \begin{cases} 5, & \text{ha } x(t) > k \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad (4.1)$$

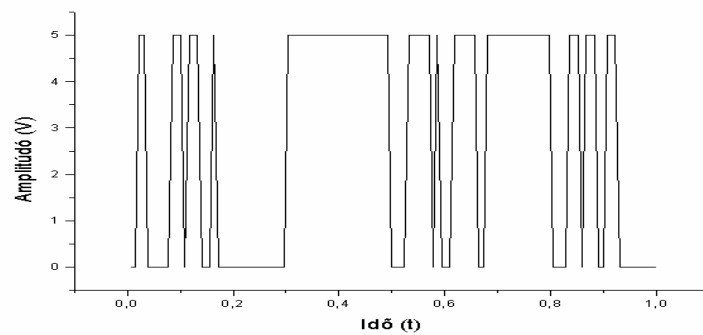
ahol k a metszési szint.

Vagyis a zaj pillanatnyi értékét összehasonlítjuk egy referenciával, s ha a zaj a nagyobb, akkor a kimenet magas (pl. 5V), ha kisebb, akkor hamis (0V). Példaként a (4.2) ábrán egy 1/f zaj, s a metszési szint, a (4.3) ábrán ennek metszett függvénye látható.



4.2. ábra

1/f zaj amplitúdója az idő függvényében ábrázolva



4.3. ábra

A metszett zaj az idő függvényében ábrázolva

Számítógépes transzformáció

A software-es szintmetszés igen egyszerű, hiszen egy egyszerű összehasonlítást kell csak elvégeznünk, amit a (4.1) ábrán mutattam be a matematika nyelvén.

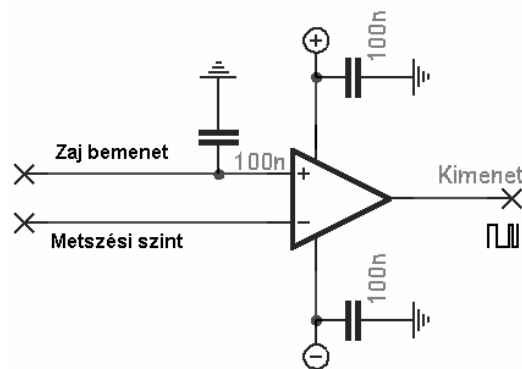
Analóg szintmetszéses kísérlet

Az amplitúdó-transzformációt egy komparátor kapcsolással (4.5. ábra) oldottam meg. Az áramkör működése igen egyszerű, egy speciális (sebességben, szaturációban) nyílthurkú műveleti-erősítő kapcsolás, ahol a hatalmas erősítés miatt végül is a nagyobb jel felé billen a kimenet. Az áramkör *átviteli függvénye*:

$$A = M \cdot (U_+ - U_-) \quad (4.4)$$

ahol $M \approx 10^5$, U_+ az egyenes bemenet, U_- az invertáló bemenet.

Természetesen a kimeneten a feszültség a tápfeszültség alatt (1-2 V-al) marad, de az igen nagy erősítés miatt a két bemenő feszültség különbségének előjele meghatározza a kimenet állapotát.



4.5. ábra

A komparátor kapcsolási rajza

Az áramkör stabil tápellátást, s az IC tápfeszültség lábain kondenzátorokat igényel, hiszen a gyors kimeneti billegés igen áramigényes lehet rövid pillanatokra. Elhagyásuk esetén az áramkör működése instabillá válhat.

5. A mérés menete

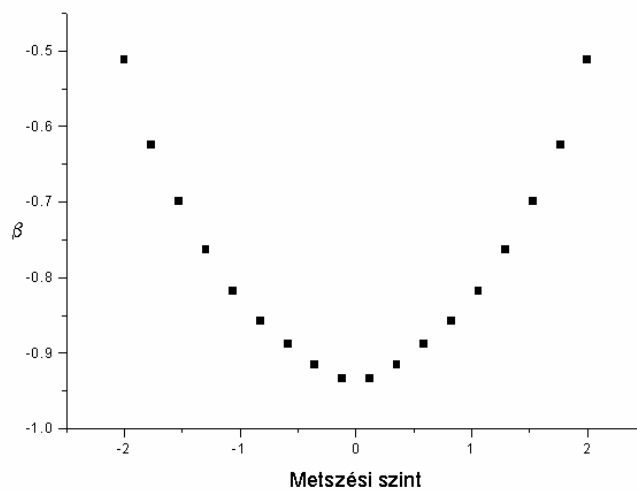
Maga a mérés összetett feladat. Mind a számítógépes szimuláció, mind az analóg mérés kiértékelése, a spektrumok számítása természetesen számítógépen történik (LabView software-vel). A mérés során a kapott spektrumhoz egyenest illesztünk ami $1/f^\beta$ alakú, s a mérés során e β -t ábrázoljuk.

5.1. Numerikus szimuláció

A teljes mérés számítógépen folyik egy általam írt LabView program segítségével. Maga a program 4 nagyobb blokkra bontható:

- Zaj generálás (ami háttértárolóról is történhet)
- Szintmetszés
- Spektrumszámítás (s ezek átlagolása)
- A kapott Spektrumra egyenes illesztés, s meredekség megállapítása

A zaj előállítása (ami általában 1024-65536 adatból állt) után megtörténik a szintmetszés, s az FFT után (400-2000 különböző adat átlagaként) a kapott spektrumra az egyenes illesztés, aminek a meredeksége maga a keresett információ. A komplett mérés természetesen ennek a megfelelő szinteken történő méréssorozata. A szimuláció előnye a gyorsaság (a valós méréshez képest a soros-port lassúsága miatt), s a nagyon egyszerű változtathatóság. Egy ilyen szimuláció eredménye $1/f$ zajra az (5.1) ábrán látható (65536 hosszú adattal, szintenként 400 mérés átlagaként, ahol 1 a zaj szórása):



5.1. ábra

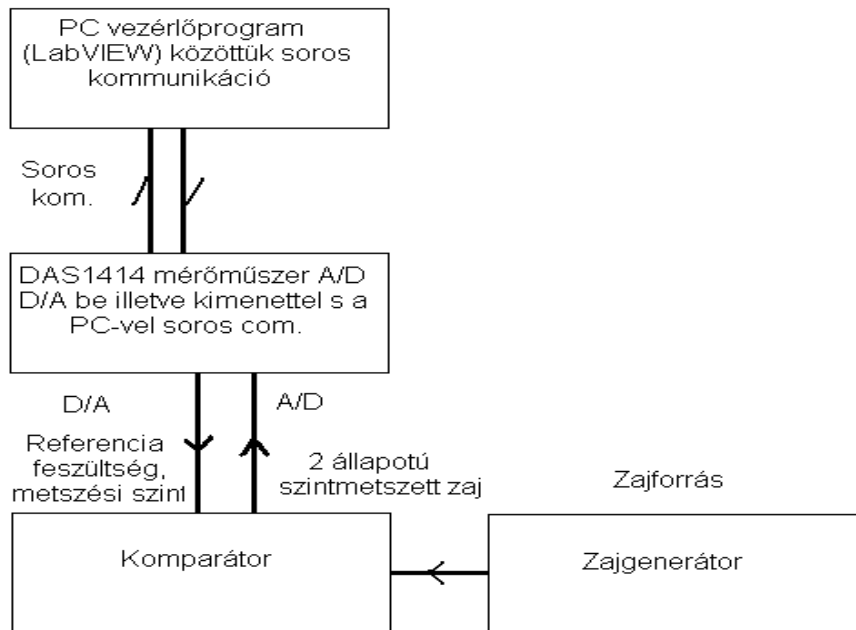
Szintmetszési szimuláció eredménye

Egyértelműen egyből feltűnő dolog a szimmetria, ami várható a zaj tulajdonságai alapján, és az hogy a görbe minimuma a 0 szintnél, pontosabban a rendszer offset szintjénél van.

5.2. Analóg mérés

Az analóg szimuláció hasonlóan folyik, mint a numerikus szimuláció azzal a különbséggel, hogy a zajgenerálás, s komparálás reálisan történik. A zajforrást összekötjük a komparátor egyik bemenetével, majd a másik bemenetére csatlakoztatjuk a mérőműszerünk D/A kimenetét, amin a metszési feszültség fog megjelenni a mérés folyamán. A komparált jelet a műszer A/D bementére kapcsoljuk, s digitalizáljuk, majd a Pc-nek elküldjük, amely inentől kezdve a kiértékelést végzi. Itt is 1000-2000 átlagolást végzünk a spektrumon, majd a kapott spektrumhoz azonosan a szimulációval egyenest illesztünk. A metszési szintet a Pc-ről tudjuk léptetni a megfelelő értékre (± 10 V-on 14 bites felbontásban, kb.

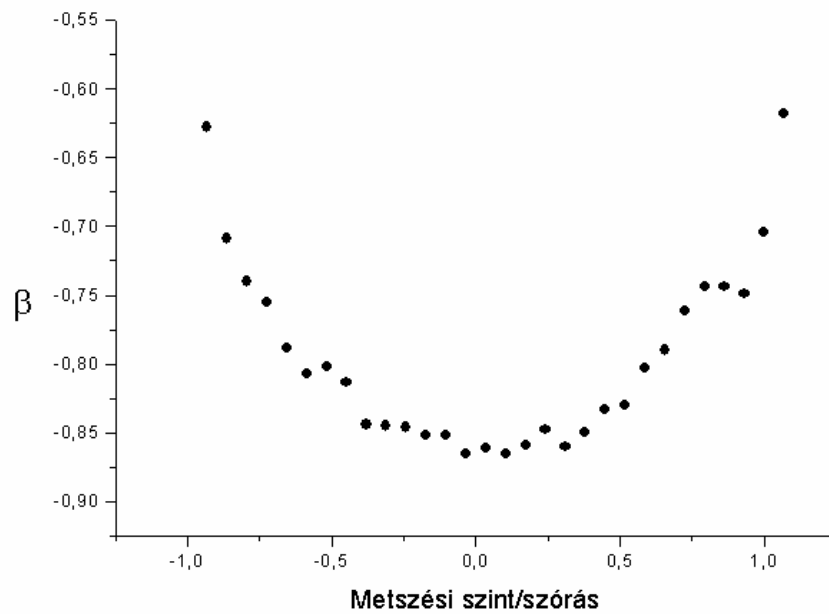
1,22 mV-onként, amit szükség esetén hitelesíteni is tudunk). Az analóg mérés blokkdiagramja az (5.2) ábrán látható.



5.2. ábra

Az analóg mérés menete

A mérés egy DAS1414 adatgyűjtő-mérőműszer segítségével történik. A DAS1414 egy tároló adatgyűjtő, amely önálló memóriával, s egy digitális jelprocesszorral ellátott (angol rövidítés: DSP) mérőműszer. A PC és a DAS1414 között soros kommunikáció van, ami sebessége alacsony, ezért a mérés igen hosszú lehet, figyelembevéve hogy min. 20 szintet állítunk be, s legalább 1000 átlag szükséges a méréshez. Az (5.3) ábrán látható egy mérési eredmény, ahol minden spektrum 1024 adat felhasználásával, szintenként 1500 spektrum átlagaként készült.:



5.3. ábra

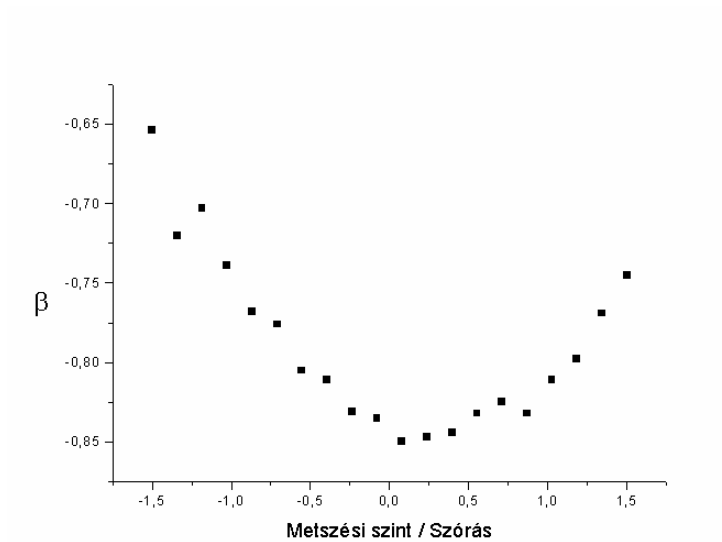
A mérés eredménye

5.3. Eredmények

Ebben a fejezetben az általam mért analóg, illetve numerikus szimulációval kapott eredményeket ismertetem.

Analóg szimuláció

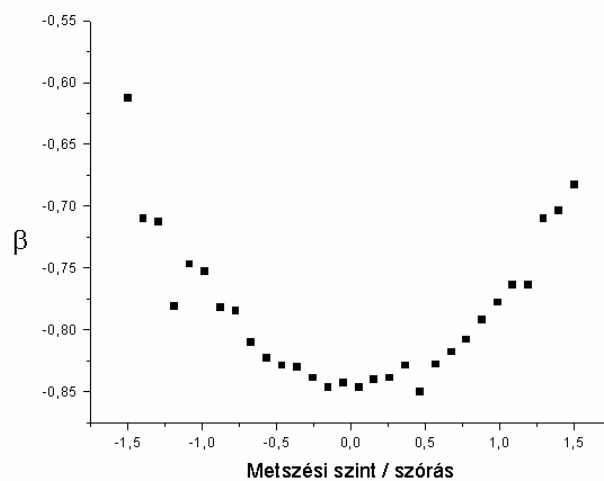
A (5.4) ábrán látható mérési eredményt 1024 adatból, szintenként 1500 mérés átlagaként kaptam 20 szinten mérve. A felhasznált zajgenerátor a fehérzaj-generátor, s proporcionális szűrő.



5.4. ábra

Analóg mérési eredmény a proporcionális szűrővel megépített
1/f zajgenerátor felhasználásával

Az (5.5) ábrán látható mérési eredményt 1024 adatból, szintenként 2000 mérés átlagaként kaptam 30 szintem mérve. A felhasznált zajgenerátor a FET-es zajgenerátor.



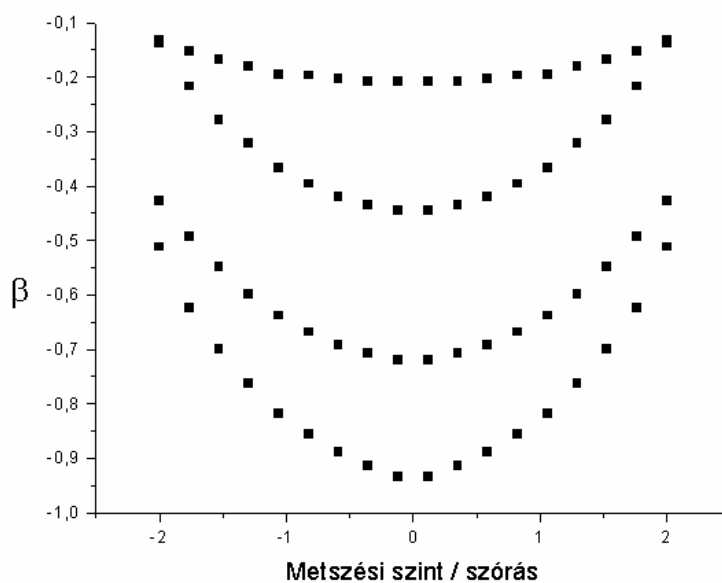
5.5 ábra

Analóg mérési eredmény a FET-es zajgenerátor felhasználásával

Mindkét görbe szimmetrikus, s minimumát a 0 (ofszet) szintnél éri el.

Numerikus szimuláció

Az (5.6) ábrán látható mérési eredményt 18 szinten, szintenként 400 spektrum átlagaként kaptam numerikus szimulációval, ahol az egyes spektrumok 65536 adat felhasználásával készültek. A felhasznált zajok előállítására a Független Lorentzi zajok összegzésének módszerével történt. Az ábrán 4 mérés eredménye látható $\alpha=0,25;0,5;0,75;1$ spektrum meredekséggel.

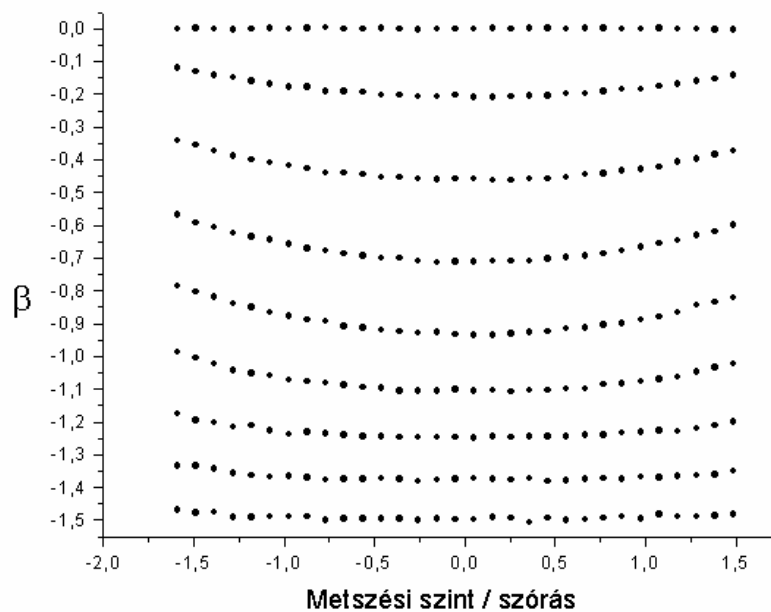


5.6 ábra

Szimuláció eredménye

Értelemszerűen felül a $\beta=0,25$ meredekségű, míg legalul az $1/f$ zaj látható.

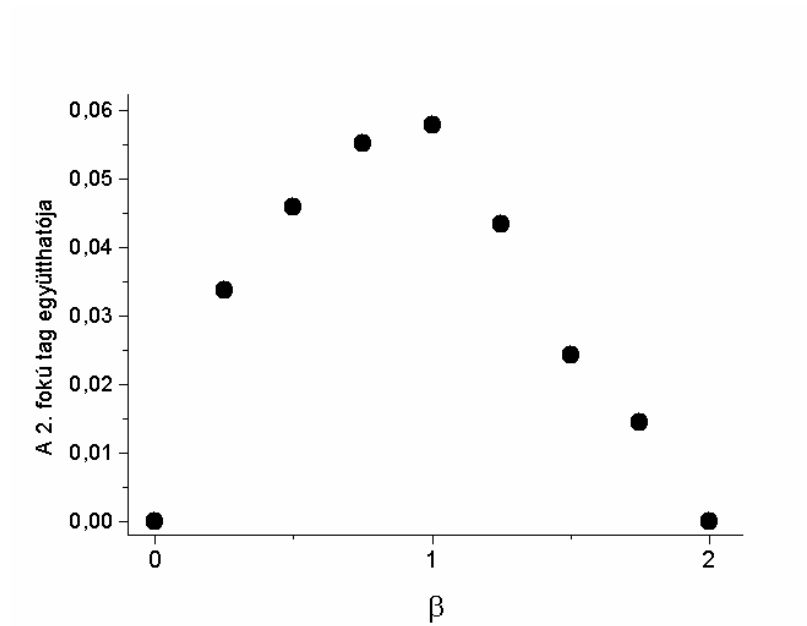
Az (5.7) ábrán látható mérési eredményt 30 szinten, szintenként 5000 spektrum átlagaként kaptam numerikus szimulációval, ahol az egyes spektrumok 16384 adat felhasználásával készültek. A felhasznált zajok előállítása a Fehérzaj teljesítménysűrűség-spektrumának átskálázása módszerével történt. Az ábrán 9 mérés eredménye látható $\alpha=0-2$ spektrum meredekséggel.



5.7. ábra

Szimuláció eredmény színes zajokra

Értelemszerűen a fehér zaj van legfelül, s legalul az $1/f^2$ zaj, s közöttük a kitevővel arányosan. Láthatjuk, hogy a fehér zajt, és az $1/f^2$ zajt akár hol is metsszük el, akkor is ugyan azon spektrumú zajt kapunk, vagyis a két zaj az általam alkalmazott amplitúdó transzformáció szintjére invariáns. Láthatjuk azt is, hogy a görbék másodfokú görbére hasonlítanak. Ha a fenti 9 görbére illesztünk egy másodfokú polinomot, s a másodfokú tag együtthatóját (ami valójában a görbület) ábrázoljuk a kiindulási zaj spektrum meredekségének függvényében, akkor az (5.8) ábrát kapjuk:



5.8. ábra

Az (5.7) ábra eredményeinek „göbülete” a kiindulási zaj spektrum-merekségének függvényében

Ahol az látszik, hogy a legnagyobb göbület az $1/f$ zajnál van, tehát az $1/f$ zaj itt is kitüntetett.

6. Eredmények összefoglalása

A dolgozat célja az volt, hogy $\frac{1}{f^\alpha}$ zajok, $0 < \alpha < 2$ (kiemelve az $1/f$ zajt) szintmetszési transzformációit, s a keletkező zaj spektrumát megvizsgálja. A diplomadolgozat készítésére az $1/f^\alpha$ zajok egy nemrégiben felfedezett tulajdonsága [19,20], a zaj amplitúdó-csonkolására mutatott invarianciája, s annak további vizsgálata adott okot. Az így nyert zaj spektrumát hasonlítottam össze az eredeti zaj spektrumával, illetve vizsgáltam annak függését a metszési szint megválasztásától.

A dolgozatom elején a zajok tárgyalásához szükséges alapvető fogalmakat tekintettem át. A dolgozatom során analóg szimulációt, és a hozzá kapcsolódó méréseket, s numerikus szimulációt végeztem. Az mérőrendszerhez a következő fejlesztéseket végeztem el:

- Analóg zajgenerátorok tervezése és megépítése
- Szintmetszési detektor áramköri megvalósítása

Kidolgoztam a mérési módszert, s megírtam a kiértékelő programot is.

A numerikus szimuláció során különböző zajgenerálási algoritmusokat használtam fel, s az általam írt programmal hajtottam végre a szimulációt.

Dolgozatom végén a mérési és szimulációs eredményeimet mutattam be. Mind az analóg kísérletek, mind a numerikus szimuláció azonos eredményre vezetett, és összhangban van, az eddig ismert részeredményekkel.

Azt tapasztaltam, hogy ha a metszési szintet az amplitúdó várható értékének szintjére helyeztem, akkor a transzformáció során nyert zaj spektrumának a meredeksége (β) maximális, ami teljes mértékben egyezik a korábbi dolgozatok eredményével.

Ezek a dolgozatok csak a középpértékkel azonos metszési szinttel foglalkoztak, míg én dolgozatomban különböző szinteken végeztem mérést.

Megállapítottam továbbá a $\beta=0$ és 2 esetén a transzformált zaj spektrumának meredeksége invariáns a szint megválasztására.

A további kutatás egyik irányát a színes zajok analóg előállítására, s ezek analóg amplitúdó-transzformációja jelentheti. Tovább lépési irány az is lehet, hogy az amplitúdó limitálást is elvégezzük színes zajok esetén mind szimmetrikus, mind aszimmetrikus esetben további invarianciát, szabályszerűséget keresve.

7. Köszönetnyilvánítás

Ez a diplomamunka a Szegedi Tudományegyetem Természettudományi Karának Kísérleti Fizikai tanszékén készült.

Ezúton szeretném megköszönni témavezetőmnek, Dr. Gingl Zoltánnak, hogy segítséget nyújtott a kutatási téma kiválasztásában és a felmerült problémák megoldásában. Továbbá szeretném megköszönni a Kísérleti Fizikai Tanszék vezetésének, hogy lehetővé tette számomra, hogy a tanszéken végezhessem munkámat.

8. Irodalomjegyzék

- [1] R.F. Voss, in Proc.33rd Annu.Symp.Frequency Contr., Atlantic City, NJ, (1979) 40
- [2] F.N. Hooge, Physica, vol 83B,(1976) 14
- [3] J.R. Clem, Phys.Rev. B1 (1970) 2140
- [4] R.J. van den Berg and A. de Vos, Phys. Lett. A92 (1982) 203
- [5] A.A. Verveen and H.E. Dirksen, Proc IEEE 56 (1968) 906
- [6] O. Toussoun, Memoires de l'Institut d'Egypt 8-10, Cairo (1925)
- [7] R.F. Voss and J. Clarke, J.Accoust Soc.Amer., 63 no.1 (1978) 258
- [8] Prékopa A. Valószínűségelmélet műszaki alkalmazásokkal, Műszaki Kiadó, Budapest, 1980
- [9] Dr. Vincze Endre: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, 1972
- [10] L.B. Kiss, Z. Gingl, Zs. Marton, J. Kertesz, F. Moss, G. Schemera and A. Bulsara, 1993, J. Stat. Phys. 70, 451
- [11] Z. Gingl and L.B. Kiss, In: Proc. First Int. Conf. on Unsolved Problems of Noise (1996) Ed. Ch. R. Doering, L.B. Kiss and M.F. Schlesinger, (World Scientific) 337.
- [12] Jelek és rendszerek mérés technikája, szekr. Schnell, Műszaki Kiadó Budapest, 1985
- [13] Ambróczy A.: Elektronikus zajok, Műszaki Kiadó, Budapest, 1972
- [14] D.E. Knuth: A számítógépprogramozás művészete, Műszaki Kiadó, Budapest, 1987
- [15] A.L. McWorther, R.L.E. 295 and Lincoln Lab Tech Rep. 80, M.I.T., 1955
- [16] Nagy Sándor: Digitális jelprocesszor-vezérelt zajgenerátor diplomamunka, Szeged 2002
- [17] Csík Norbert: Jel/zaj-viszony vizsgálata sztochasztikus rezonanciával diplomamunka, Szeged 2002

- [18] Michajlovits Lehel: III. éves fizikai laboratóriumi gyakorlatok, JATEPress 1995
- [19] S. Ishioka, Z. Gingl, D. Choi, N. Fuchikami: Amplitude truncation of Gaussian $1/f^\alpha$ noises, *Phy. Let. A.* (2000) 269
- [20] D. Choi, N. Fuchikami: Generalized amplitude truncation of Gaussian $1/f^\alpha$ noise, *J. of the Phy. Soc. Of Jap.* Vol 70. (2001), 297-304