Reguláris modellvizsgálat

Második rész

Kakuk Zsolt

`kakukzs@inf.u-szeged.hu`

Szegedi Tudományegyetem
Informatikai Tanszékcsoport
Számítástudomány Alapjai Tanszék
6701 Szeged Árpád tér 2.

2006. Április 3.

Tartalom

- Alapfogalmak
- $R^*(\phi_I)$ meghatározása
- Automata konstruálása R^+-hoz
- Általánosítás fákra

Alapfogalmak

Σ egy véges ábécé, Σ^* a Σ elemeiből képezhető szavak halmaza, ε jelöli az üres szót.

$R \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ hosszmegőrző, ha $\forall (w, w') \in R$-re $|w| = |w'|$.

Egy $R \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ hosszmegőrző reláció reguláris, ha az $\{(a_1, a'_1) \ldots (a_n, a'_n) | (a_1 \ldots a_n, a'_1 \ldots a'_n) \in R\}$ halmaz reguláris $(\Sigma \times \Sigma)^*$ felett.

$R_{id} = \{(w, w) | w \in \Sigma^*\}$ az identikus reláció.

Ha R, R' reguláris relációk, akkor $R \cup R'$, $R \cap R'$ és $R \circ R'$ is azok.

R reflexív, tranzitív lezártja: $R^* = \bigcup_{i \geq 0} R^i$.

Matematikai modell [1]

A program egy $\mathcal{P} = \langle \Sigma, \phi_I, R \rangle$ rendszer, ahol

- Σ egy véges ábécé,
- ϕ_I egy reguláris nyelv Σ felett,
- R egy reguláris reláció Σ^* felett.

A $\mathcal{P}$ program egy konfigurációja egy $w \in \Sigma^*$ szó.

A reguláris modellvizsgálat feladata

Ellenőrizni, hogy az elérhető állapotokban csak a rendszer követelményeinek megfelelő konfigurációk vannak-e.

Egy $\mathcal{P} = \langle \Sigma, \phi_I, R \rangle$ program esetén igaz lesz-e, hogy $R^*(\phi) \cap \phi_E = \emptyset$, ahol ϕ_E a rossz konfigurációk halmaza.

Feladat: $R^*(\phi)$ meghatározása.

$R^*(\phi_I)$ meghatározása

- Kétféle módszer van:
  - **Az elérhetőségi halmaz kiszámítása**: Egy adott ϕ reguláris nyelv és R reguláris reláció esetén $R^*(\phi)$ meghatározása.
  - **A tranzitív lezárt kiszámítása**: Adott R reguláris reláció esetén R^+ meghatározása.
- Alkalmazható technikák $R^*(\phi)$ és R^+ kiszámítására:
  - Automata konstruálása,
  - Widening technikák.

Automata konstruálása R^+-hoz

Legyen adott egy $R \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ reguláris reláció. Ekkor létezik $\mathcal{M} = (Q, \Sigma \times \Sigma, \delta, q_0, F)$ automata, melyre $L(\mathcal{M}) = R$, ahol

- Q az állapotok halmaza,
- $q_0 \in Q$ a kezdőállapot,
- $F \subseteq Q$ a végállapotok halmaza,
- $\delta : (Q \times (\Sigma \times \Sigma)) \to 2^Q$ az átmenetfüggvény.

Megkonstruálunk egy $\mathcal{M}^+ = (Q^+, \Sigma \times \Sigma, \delta^+, q_0^+, F^+)$ automatát, amire $L(\mathcal{M}^+) = R^+$. Ha R^+ nem reguláris reláció, akkor ez a módszer nem fog terminálni.

Automata konstruálása R^+-hoz

Egy $(w, w') \in R^+$ tartalmazás jelentése, hogy valamely $m > 0$ egészre létezik

$$w = w^0, w^1, \ldots, w^m = w'$$

konfiguráció sorozat úgy, hogy minden $0 < i \leq m$-re $(w^{i-1}, w^i) \in R$. Mivel R hosszmegőrző ezért minden w^i azonosan n hosszúságú.

Legyen minden $0 < i \leq m$-re $w^i = a_1^i a_2^i \ldots a_n^i$ és ekkor $(w^{i-1}, w^i) \in R$ jelentése, hogy létezik $\mathcal{M}$-ben egy $q_0^i q_1^i \cdots q_n^i$ futás, ami az $(a_1^{i-1}, a_1^i)(a_2^{i-1}, a_2^i) \cdots (a_n^{i-1}, a_n^i)$ szót ismeri fel.

Automata konstruálása R^+-hoz

Rendezzük ezeket a futásokat egy mátrixba az alábbi alakban:

$$
\begin{array}{ccccccccc}
q_0^1 & \xrightarrow{(a_1^0, a_1^1)} & q_1^1 & \xrightarrow{(a_2^0, a_2^1)} & q_2^1 & \cdots & q_{n-1}^1 & \xrightarrow{(a_n^0, a_n^1)} & q_n^1 \\
q_0^2 & \xrightarrow{(a_1^1, a_1^2)} & q_1^2 & \xrightarrow{(a_2^1, a_2^2)} & q_2^2 & \cdots & q_{n-1}^2 & \xrightarrow{(a_n^1, a_n^2)} & q_n^2 \\
 & \vdots & & \vdots & & & & \vdots & \\
q_0^m & \xrightarrow{(a_1^{m-1}, a_1^m)} & q_1^m & \xrightarrow{(a_2^{m-1}, a_2^m)} & q_2^m & \cdots & q_{n-1}^m & \xrightarrow{(a_n^{m-1}, a_n^m)} & q_n^m
\end{array}
$$

$\mathcal{M}^+$-ban a fenti futásokat egyetlen futásnak fogjuk tekinteni, azaz $\mathcal{M}^+$ állapotai olyan halmazok lesznek, amik az oszlopoknak felelnek meg.

Automata konstruálása R^+-hoz

Tehát definiáljuk $\mathcal{M}^+ = (Q^+, \Sigma \times \Sigma, \delta^+, q_0^+, F^+)$-t, ahol

- Q^+ az összes nemüres Q-beli állapotokból álló sorozatok halmaza,
- $q_0^+ \subseteq Q^+$ a q_0-ból képezhető összes nemüres sorozat halmaza,
- F^+ az F elemeiből képezhető nemüres sorozatok halmaza,
- $\delta^+ : (Q^+ \times (\Sigma \times \Sigma)) \to 2^{Q^+}$ a következőképp definiált:
  bármely két $r^1 r^2 \cdots r^m$ és $q^1 q^2 \cdots q^m$ Q^+-beli állapotokra és $(a, a') \in \Sigma \times \Sigma$ párra $r^1 r^2 \cdots r^m \in \delta^+(q^1 q^2 \cdots q^m, (a, a'))$ akkor és csak akkor, ha minden $1 \leq i \leq m$-re vannak $a = a^0, a^1, \ldots, a^m = a'$ betűk, hogy $r^i \in \delta(q^i, (a^{i-1}, a^i))$.

Automata konstruálása R^+-hoz

Könnyen belátható, hogy $L(\mathcal{M}^+) = R^+$.

A gond csak az, hogy $\mathcal{M}^+$-nak végtelen sok állapota van.

Ezért a végesség reményében $\mathcal{M}^+$-t determinizáljuk a hagyományos részhalmaz-konstrukciós módszerrel és ekkor kapunk egy $2^{\mathcal{M}^+} = (2^{Q^+}, \Sigma \times \Sigma, \Delta, q_0^+, \mathcal{F})$ automatát, ahol

- 2^{Q^+} a Q^+ részhalmazainak a halmaza,
- q_0^+ a q_0-ból képezhető összes nemüres sorozat halmaza,
- $\mathcal{F} = \{X \in 2^{Q^+} | X \cap F^+ \neq \emptyset\}$ a végállapotok halmaza,
- $\Delta(X, (a, a')) = \bigcup_{x \in X} \delta^+(x, (a, a'))$, ahol $x \in Q^+$, $X \subseteq Q^+$.

Automata konstruálása R^+-hoz

Megjegyzés. Minden (a, a') párra a

$$\{(x, y) | y \in \Delta(x, (a, a'))\} \subseteq Q^+ \times Q^+$$

halmaz reguláris lesz, ezért a determinizálás során, ha q_0^+-ból kiindulva csak az elérhető állapotokat határozzuk meg, akkor minden állapot egy reguláris halmaz lesz.

Automata konstruálása R^+-hoz

Általában $2^{\mathcal{M}^+}$-nak is végtelen sok állapota van, ezért a determinizálás során ekvivalens állapotok összevonásával próbálkozunk.

Ehhez jelölje tetszőleges $X \in 2^{Q^+}$ esetén $\mathit{suff}(X)$ az X szuffixeinek halmazát, azaz $\mathit{suff}(X) = \{\pi \in (\Sigma \times \Sigma) | \Delta(X, \pi) \in \mathcal{F}\}$.

Az X és Y állapotokról azt mondjuk, hogy ekvivalensek, ha $\mathit{suff}(X) = \mathit{suff}(Y)$.

Egy egyszerű (de nem teljes) technikát alkalmazunk az ekvivalens állapotok keresésére.

Az ötlet, hogy minden $X \in 2^{Q^+}$ halmazhoz hozzávesszük azon $x \in Q^+$ elemeket, melyekre $\mathit{suff}(\{x\}) \subseteq \mathit{suff}(X)$.

Így remélhetőleg az ekvivalens állapotok azonossá válnak, s a részhalmaz-konstrukció során egynek tekinthetjük őket.

Automata konstruálása R^+-hoz

A technika neve: szaturáció.

Legyen q egy állapot az eredeti (R-et felismerő) $\mathcal{M}$ automatában. Azt mondjuk, hogy q másoló állapot, ha $\mathit{suff}(\{q\}) \subseteq R_{id}$.

A következő szaturációs szabályt használjuk:

– Ha $xy \in X$ vagy $xqqy \in X$, ahol $x, y \in Q^*$ (Q-beli esetleg üres állapotsorozatok), $q \in Q$ másoló állapot, akkor X-hez vegyük hozzá xqy-t.

Ekkor ugyanis $\mathit{suff}(\{xqy\}) \subseteq \mathit{suff}(\{xy\})$ és $\mathit{suff}(\{xqy\}) \subseteq \mathit{suff}(\{xqqy\})$.

Jelölje $\lceil X \rceil$ az X szaturáltját, azaz azt a legszűkebb halmazt, ami tartalmazza X-et és zárt a fenti szabályra.

Automata konstruálása R^+-hoz

A következő tételben összefoglaljuk az eddigi konstrukciót.

Tétel. Legyen $R \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ egy reguláris reláció, amelyet az $\mathcal{M} = (Q, \Sigma \times \Sigma, \delta, q_0, F)$ automata ismer fel. Akkor az $\mathcal{M}_d = (\mathcal{Q}, \Sigma \times \Sigma, \tilde{\Delta}, \lceil q_0^+ \rceil, \tilde{\mathcal{F}})$ determinisztikus automata R^+-t ismeri fel, ahol

- $\mathcal{Q} \subseteq 2^{Q^+}$ a Q^+ szaturált, reguláris részhalmazait tartalmazza,
- $\tilde{\Delta} : (\mathcal{Q} \times (\Sigma \times \Sigma)) \to \mathcal{Q}$ a következőképp definiált: $\tilde{\Delta}(X, (a, a')) = \lceil \Delta(X, (a, a')) \rceil$,
- $\tilde{\mathcal{F}}$ azokat a halmazokat tartalmazza, melyek metszete F^+-szal nemüres.

Ha $\mathcal{M}_d$ véges, akkor R^+ reguláris.

Általánosítás fákra - alapfogalmak

Egy (Σ, ρ) párt rangolt ábécének nevezünk.

Egy $f \in \Sigma$-ra $\rho(f)$-et f aritásának nevezzük.

Jelölje Σ_p a Σ-beli p aritású szimbólumok halmazát.

Egy Σ feletti T fa egy (S, λ) pár, ahol

- S egy $\mathbb{N}$ feletti szavakból álló prefixzárt, véges halmaz, a csúcsok halmaza.

  Ha S tartalmaz egy $n = b_1 b_2 \dots b_k$ csúcsot, akkor tartalmazza az $n_r = b_1 b_2 \dots b_{k-1} r$ csúcsokat is minden $0 \leq r < b_k$-ra. Az $n' = b_1 b_2 \dots b_{k-1}$ csúcs szülője n-nek, és n gyereke n'-nek.

- $\lambda : S \to \Sigma$, úgy, hogy $\forall n \in S$-re n gyerekeinek a száma $\rho(\lambda(n))$.

A Σ feletti összes fák halmazát $T(\Sigma)$-val jelöljük.

Relációk fák felett - farelációk

Azt mondjuk, hogy a $T_1 = (S_1, \lambda_1)$ és a $T_2 = (S_2, \lambda_2)$ fák azonos alakúak, ha $S_1 = S_2$. Jelölésben: $T_1 \cong T_2$.

Egy Σ feletti m-változós fareláció egy $(T_1, \ldots, T_m)$ alakú vektorokból álló halmaz, ahol $T_1 \cong \cdots \cong T_m$.

Egy Σ rangolt ábécéhez és $m \geq 1$-hez legyen $\Sigma^\bullet(m)$ az a rangolt ábécé, amely tartalmazza az összes $(f_1, \ldots, f_m)$ alakú vektort, ahol $f_1, \ldots, f_m \in \Sigma_p$ valamely p-re. Ekkor $\rho((f_1, \ldots, f_m)) = \rho(f_1)$.

Legyenek $T_1, \ldots, T_m$ azonos alakú fák, ahol $T_i = (S, \lambda_i)$ ($1 \leq i \leq m$). Jelölje $T_1 \times \cdots \times T_m$ azt a $T = (S, \lambda)$ fát $\Sigma^\bullet(m)$ felett, ahol $\forall n \in S$-re $\lambda(n) = (\lambda_1(n), \ldots, \lambda_m(n))$.

Egy K fanyelv $\Sigma^\bullet(m)$ felett egy farelációt határoz meg, melynek jele: $[K]$.

$$[K] = \{(T_1, \ldots, T_m) | T_1 \times \cdots \times T_m \in K\}$$

Faautomaták

Egy Σ feletti faautomata egy $A = (Q, F, \delta)$ rendszer, ahol

- Q az állapotok halmaza,
- $F \subseteq Q$ a végállapotok halmaza,
- δ az átmenetreláció, $(q_1, \ldots, q_p) \xrightarrow{f} q$ alakú szabályok halmaza, ahol $f \in \Sigma_p, q_1, \ldots, q_p, q \in Q$.

Az A faautomata egy r futása egy $T = (S, \lambda)$ fa esetén egy leképezés S-ből Q-ba, melyre $\forall n \in T$-re, melynek gyerekei $n_1, \ldots, n_k$ teljesül, hogy $\left((r(n_1), \ldots, r(n_k)) \xrightarrow{\lambda(n)} r(n)\right) \in \delta$.

Jelölések: $T \overset{r}{\Rightarrow}_A q$, $T \Rightarrow_A q$, $T \Rightarrow_A U$,$U \subseteq Q$, $L(A) = \{T | T \Rightarrow_A F\}$.

Egy Σ feletti fareláció reguláris, ha egy $\Sigma^\bullet(m)$ feletti faautomatára $R = [L(A)]$. Ekkor az $R = R(A)$ jelölést is fogjuk használni.

Farelációk tranzitív lezártja

Ha D egy $\Sigma^{\bullet}(2)$ feletti faautomata, akkor D-t fatranszformátornak is hívjuk.

Feladat: egy adott $R \subseteq T(\Sigma) \times T(\Sigma)$ reguláris farelációra R^* meghatározása.

Ekkor van egy $D = (Q, F, \delta)$ fatranszformátor, melyre $R(D) = R$.

Meghatározunk R^*-hoz egy fatranszformátort, amit H-val fogunk jelölni, és amelyre $R(H) = R^*$.

Példa

Token tree protocol. Megadunk egy olyan $D = (Q, F, \delta)$ fatranszformátort, amely egy egyszerű rendszert modellez. Ebben a rendszerben folyamatok fastruktúraszerűen kapcsolódhatnak egymáshoz, melyek egy tokent adhatnak át egymásnak a levéltől a gyökér felé haladva. Kezdetben egyetlen token van valamelyik levélben.

Legyen $\Sigma_0 = \{t, n\}$, $\Sigma_2 = \{T, N\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ és $F = \{q_2\}$.

Az átmenetrelációt a következő szabályokból állhat:

$$
\begin{array}{ccc}
\xrightarrow{(n,n)} q_0, & \xrightarrow{(t,n)} q_1, & (q_0, q_0) \xrightarrow{(T,N)} q_1, \\
(q_1, q_0) \xrightarrow{(N,T)} q_2, & (q_0, q_1) \xrightarrow{(N,T)} q_2, & (q_0, q_0) \xrightarrow{(N,N)} q_0, \\
(q_0, q_2) \xrightarrow{(N,N)} q_2, & (q_2, q_0) \xrightarrow{(N,N)} q_2. &
\end{array}
$$

Farelációk tranzitív lezártja

Legyen $H = (Q_H, F_H, \delta_H)$ az a fatranszformátor, ahol $Q_H = Q^*$. $F_H = F^*$, és δ_H tartalmaz minden

$$(w_1, \ldots, w_p) \xrightarrow{(f,f')} w$$

szabályt úgy, hogy $\forall k \geq 0$-ra a következők teljesülnek:

- $|w_1| = \cdots = |w_p| = |w| = k$,
- léteznek $f_1, f_2, \ldots, f_{k+1}$, hogy $f = f_1$, $f' = f_{k+1}$ és $\forall 1 \leq i \leq k$-ra $(w_1(i), \ldots, w_p(i)) \xrightarrow{(f_i,f_{i+1})} w(i) \in \delta$, ahol $w(i)$ jelöli a w szó i-edik betűjét.

Tétel. Egy D és a hozzá megkonstruált H fatranszformátorokra $R(H) = (R(D))^*$.

Szimbolikus fatranszformátor

Egy D fatranszformátorhoz az előbbiek szerint megkonstruált H-t tömörebben is lehet ábrázolni.

Ehhez a H-hoz megadunk egy S ún. szimbolikus fatranszformátort, melynek állapotai reguláris kifejezések lesznek D állapotai felett.

Tegyük fel, hogy $D = (Q, F, \delta)$ és a hozzá tartozó $H = (Q_H, F_H, \delta_H)$ adottak.

Legyenek $\phi_1, \ldots, \phi_p$ reguláris kifejezések és $f, f' \in \Sigma$ szimbólumok. Ekkor legyen

$$(\phi_1, \ldots, \phi_p)_{(f,f')} =$$

$$\{w | \exists w_1 \in \phi_1, \ldots, \exists w_p \in \phi_P : ((w_1, \ldots, w_p) \xrightarrow{(f,f')} w) \in \delta_H\}.$$

Ekkor $(\phi_1, \ldots, \phi_p)_{(f,f')}$ reguláris halmaz.

Szimbolikus fatranszformátor

Legyen $S = (Q_S, F_S, \delta_S)$ az a D-hez megkonstruált fatranszformátor, ahol

- Q_S reguláris kifejezések halmaza Q felett,
- F_S reguláris kifejezések halmaza F felett,
- δ_S pedig $(\phi_1, \ldots, \phi_p) \xrightarrow{(f,f')} \phi$ alakú szabályok halmaza.

Algoritmus $S = (Q_S, F_S, \delta_S)$ meghatározására

Input: Egy $D = (Q, F, \delta)$ fatranszformátor

Output: A D-hez tartozó $S = (Q_S, F_S, \delta_S)$

1. $Q_S := \emptyset$, $F_S := \emptyset$, $\delta_S := \emptyset$;
2. **repeat**
3.   **foreach** p: $f, f' \in \Sigma_p$-re, és $\phi_1, \ldots, \phi_p \in Q_S$ **do**
4. $\phi := (\phi_1, \ldots, \phi_p)_{(f,f')}$;
5. $Q_S := Q_S \cup \{\phi\}$;
6. $\delta_S := \delta_S \cup \{(\phi_1, \ldots, \phi_p) \xrightarrow{(f,f')} \phi\}$;
7.   **end foreach**
8. **until** nem lehet új állapotot és szabályt adni Q_S-be és δ_S-be
9. $F_S := \{\phi \in Q_S | (\phi \cap F^*) \neq \emptyset\}$

Szimbolikus fatranszformátor

Lemma. Tegyük fel, hogy adott egy D és a hozzá tartozó H és S fatranszformátorok. Ekkor bármely T, T' fákra

- ha $(T \times T') \Rightarrow_S \phi$, akkor $(T \times T') \Rightarrow_H w$ minden $w \in \phi$-re,
- ha $(T \times T') \Rightarrow_H w$, akkor $(T \times T') \Rightarrow_S \phi$ valamely $w \in \phi$-re.

Következmény. Adott D és a hozzá tartozó H és S fatranszformátorokra $R(S) = R(H)$ és így $R(S) = (R(D))^*$.

Minimalizáció

Legyen $\Box \notin \Sigma$ egy 0 aritású szimbólum. Σ feletti *context*nek nevezünk egy (S_C, λ_C) fát, melyben pontosan egy $n_c \in S_C$ van úgy, hogy $\lambda_C(n_c) = \Box$.

Egy $C = (S_C, \lambda_C)$ contextre és $T = (S, \lambda)$ fára jelölje $C[T]$ azt a (S_1, λ_1) fát, ahol

- $S_1 = S_C \cup \{n_c \cdot n | n_c \in S_C, \lambda_C(n_c) = \Box \text{ és } n \in S\}$,
- $\forall n \in S_C$-re, ha $n \neq n_c$, akkor $\lambda_1(n) = \lambda_C(n)$,
- $\forall n_1 = n_c \cdot n$-re ha $n \in S$, akkor $\lambda_1(n_1) = \lambda(n).$

Azt mondjuk, hogy egy $C = (S_C, \lambda_C)$ context $\Sigma^\bullet(2)$ felett másoló, ha $\forall n \in S_C$-re, ha $n \neq n_c$, akkor $\lambda_C(n) = (f, f)$ valamely $f \in \Sigma$-ra.

Minimalizáció

Egy $D = (Q, F, \delta)$ fatranszformátorban egy $q \in Q$ állapot esetén

$$suff(q) = \{C | C \text{ contex, } C(q) \Rightarrow_D F\}.$$

Egy $X \subseteq Q$ állapothalmaz esetén

$$suff(X) = \bigcup_{q \in X} suff(q).$$

Azt mondjuk, hogy egy $q \in Q$ állapot idempotens, ha $suff(q)$ csak másoló contexteket tartalmaz.

Szaturáció

Legyen $D = (Q, F, \delta)$ egy fatranszformátor, amihez megkonstruáljuk a $H = (Q_H, F_H, \delta_H)$ és az $S = (Q_S, F_S, \delta_S)$ fatranszformátorokat. Legyenek $W \subseteq Q_H$ és $X \subseteq Q$. Ekkor W szaturáltja X szerint $\lceil W \rceil_X$, ami a legszűkebb olyan halmaz, amely tartalmazza W-t és $\forall q \in X$-re zárt az alábbi szabályokra:

- ha $w_1 \cdot w_2 \in W'$, akkor $w_1 \cdot q \cdot w_2 \in W'$,
- ha $w_1 \cdot q \cdot q \cdot w_2 \in W'$, akkor $w_1 \cdot q \cdot w_2 \in W'$.

Legyen $Q_{idm} \subseteq Q$ az összes Q-beli idempotens állapotok halmaza. Ekkor egy $W \subseteq Q_H$-ra $\lceil W \rceil$-lel jelöljük $\lceil W \rceil_{Q_{idm}}$-et.

Szaturáció

A szaturáció művelet egy ekvivalencirelációt definiál H állapotainak részhalmazain és így Q_S-en is. Ezért definiálhatunk egy S_{SAT} fatranszformátort, melynek állapotai a Q_S ekvivalens állapotainak egyesítésével állnak elő.

Ehhez az S szimbolikus fatranszformátort kiszámító algoritmust kell úgy módosítani, hogy az akkor is termináljon, ha a generált új állapotok ekvivalensek a korábbiakkal. Ekkor az így kapott S_{SAT} fatranszformátorra

$$R(S) = R(S_{SAT}).$$

Hivatkozások

[1] A. Bouajjani, B. Jonsson, M. Nilsson, T. Touili, Regular Model Checking, In *12th Intern. Conf. on Computer Aided Verification (CAV'00).*, LNCS vol. 1855, pages 403-418, Springer-Verlag, 2000.

[2] T. Touili, Regular Model Checking using Widening Techniques, *Electronic Notes in Theoretical Computer Science 50 No. 4*, pages 342-356, 2001.

[3] P. A. Abdulla, B. Jonsson, P. Mahata, J. d'Orso, Regular Tree Model Checking, *In Proc. 14th Int. Conf. on Computer Aided Verification*, LNCS vol. 2404, pages 555-568, 2002.

[4] L. Fribourg and H. Olsen, Reachability Sets of Parametrized Rings As Regular Languages, Pre-proceedings of Infinity'97, UPMAIL Technical Report 148, pages 115-138, July 1997.