

SZÁMÍTÓGÉPES ESZKÖZÖK DINAMIKUS MODELLEK VIZSGÁLATÁRA

11. hét - Egy kaotikus inga

Bánhelyi Balázs

Szegedi Tudományegyetem

2012

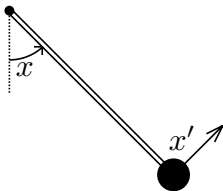
- ▶ Legyen P egy sík, L és R ennek két régiója.
- ▶ $\varphi : P \rightarrow P$, folytonos leképezés.
- ▶ Mindkét irányban végtelen L/R sorozatot
 $\dots, e_{-1}, e_0, e_1, \dots$, ahol $e_i \in \{L, R\} \forall i$ -re.
- ▶ Ha P egy A régiójában bármely, mindkét irányban
végtelen L/R sorozathoz megtudunk adni egy $p \in A$
pontot úgy, hogy

$$\dots, \varphi^{-1}(p) \in e_{-1}, \varphi^0(p) \in e_0, \varphi^1(p) \in e_1, \dots,$$

teljesül, akkor ezt a rendszert kaotikusnak nevezzük az
 A régióban.

Kényszerrezgéses fékezett inga

- ▶ Matematikai inga: egy m tömegű test egy l hosszú, súlytalan, merev rúddal felfüggesztve.
- ▶ Erők: közegellenállási erő, gravitációs erő, periodikus külső erő.
- ▶ $x(t)'' = \cos(t) - 0.1x(t)' - \sin(x(t))$, ahol x az inga szöge, x' az inga szögsebessége.

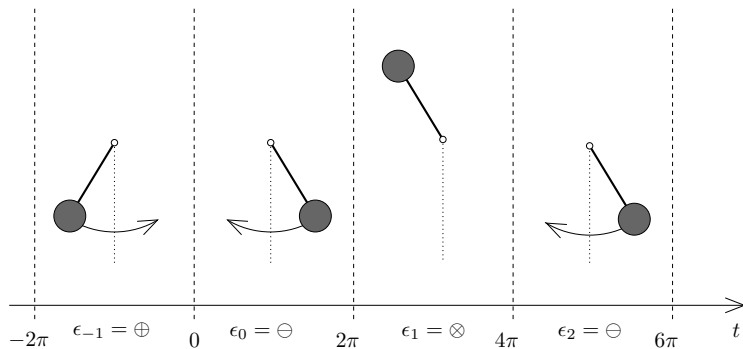


1. ábra. A kényszerrezgéses fékezett inga.

- ▶ Legyen I_k az $[2k\pi, 2(k+1)\pi]$ időintervallum.
- ▶ Engedélyezett mozgások egy I_k intervallum alatt.
 - ▶ $\epsilon_k = \ominus$: pontosan egyszeri áthaladás az alsó egyensúlyi ponton negatív körüljárás szerint.
 - ▶ $\epsilon_k = \oplus$: pontosan egyszeri áthaladás az alsó egyensúlyi ponton pozitív körüljárás szerint.
 - ▶ $\epsilon_k = \otimes$: nincs áthaladás az alsó egyensúlyi ponton.
- ▶ Más trajektóriákkal nem foglalkozunk.

A kaotikus trajektóriák

- Az inga trajektóriái az $\dots, \epsilon_{-2}, \epsilon_{-1} \nabla \epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ sorozatok, ahol minden $\epsilon_i \in \{\otimes, \oplus, \ominus\}$ és az ϵ_k esemény az I_k időintervallum alatt történik.



2. ábra. Egy trajektória 4 hosszú részlete.

3 hosszú elvárt viselkedési példák

T	X
$\nabla \oplus \oplus \oplus$	(3.5145566; 1.1854134)
$\nabla \oplus \oplus \otimes$	(3.541253; 1.1780008)
$\nabla \oplus \oplus \ominus$	(4.1354217; 1.1146838)
$\nabla \otimes \ominus \oplus$	(2.6099677; 0.043887032)
$\nabla \otimes \ominus \otimes$	(2.7034849; -0.050274764)
$\nabla \otimes \ominus \ominus$	(2.7717467; -0.11932383)

1. táblázat. T: trajektória, X: egy kezdőpont