1. Gyakorlat

P1. Adott permutációra keressük meg a lexikografikus rendezés szerinti rákövetkezőjét.

Megold: A probléma speciális esete az előadáson vett feladatnak, amelyben a processzorokat betűjelekkel láttuk el. Itt minden jelből csak egyet lehet használni.

F1. Legyen S az $1, \ldots, n+1$ számokból összeállítható olyan lehetséges szám n-esek halmaza, amelyek egyetlen számot sem tartalmaznak kétszer. Vegyük a lexikografikus rendezést ezen a halmazon. A feladat egy adott szám n-esre a rákövetkező szám n-es meghatározása.

Megold: Az előadáson szereplő betűsorok esetéhez hasonlóan meg kell találnunk az utolsó számot a szóban, amelyet kicserélhetünk nagyobbra. Ebben az esetben ez az utolsó olyan szám lesz, amelyre

- vagy mögötte szerepel nagyobb érték

- vagy a szám n-esből kimaradó érték nagyobb (egy ilyen kimaradó szám van).

Miután megtaláltuk ezt az elemet, helyére a nála nagyobb elemet rakjuk és utána a maradék elemekből képezhető (itt is kimarad egy elem) lexikografikusan legkisebb megfelelő hosszú számsort rakjuk. Ehhez nem kell rendezni az elemeket, akik a szám után jönnek monoton csökkenőek, ebbe kell beszúrni a kimaradó elemet.

Példák $n = 5$.

(65213) Itt az utolsó elem, aki mögött van nagyobb az 1, de a 3-nál is nagyobb a kimaradó 4, így a 3 elemnél növelünk, a rákövetkező (65214)

(65234) Itt az utolsó elem, aki mögött van nagyobb az 3, és a többieknél sem nagyobb a kimaradó 1, így a 3 elemnél növelünk, a rákövetkező (65241), mivel a kimaradó elemet is figyelembe kell vennünk.

F2. Vegyük azon szám n-esek halmazát, amelyek minden $i = 1, \ldots, k$-re az a_i számból pontosan k_i darabot tartalmaznak ($\sum_{i=1}^{k} k_i = n$). Vegyünk egy elemet, határozzuk meg hányadik a szám n-esek lexikografikus rendezésében.

Megold: Az előadáson szereplő permutációkra vonatkozó problémához hasonlóan minden i-re vegyük azokat a vizsgált elemnél kisebb elemeket, akik az első i helyen megegyeznek a vizsgált szám n-essel. Ilyen elemeket akkor kapunk, ha az i-edik hely után van még az elemben az i-edik helyen szereplő számnál kisebb szám. Minden kisebb számra azt az i-edik helyre rakva a maradék $n - i$ elemből képezhető összes sorozatra kapunk egy az elemnél kisebb elemet. A permutációk problémájánál az ilyen sorozatok szám $(n-i)!$ volt, ebben ez esetben figyelembe kell venni a számok ismétlődését is, így az érték $\frac{(n-i)!}{\Pi b_i!}$, ahol b_i rendre a vizsgált $(n-i)$ számból az a_i-k száma.

P2. Az előadáson ismertetett ládapakolási feladat (három típusú láda, amely típusok egymásba rakhatók), azon változatára, ahol mindkét irányba mozgathatók a ládák, mi a minimális számú láda, mi elérhető?

Megold: A feladat ebben az esetben sokkal egyszerűbb, mint az előadáson vizsgált példa. Ekkor nem kell visszavezetni rövidebb sorozatokra az inputot. Egyszerűen adódik, hogy a megoldás az egyes típusokba tartozó ládaszámok maximuma.

Megjegyzés Az előadáson ismertetett módszer, kiterjeszthető minden hasonló feladatra (több típus, egyéb egymásba helyezési szabályok) csak a rövidebb inputra történő visszavezetés szabályaiban van különbség.