2. Gyakorlat

P1. Tekintsük a vasúti kocsik rendezési problémájának azt a változatát, ahol 2 verem típusú és egy sor típusú vágányt használhatunk, a 4 kocsitípusból álló szerelvény rendezéséhez.

Megold. Az 1. típusba tartozó kocsikat valamelyik verem tetején keresztül átvisszük, a szerelvény kezdőszeletébe. A 2. típus, a 3. típus és a 4. típus mindegyikének tárolására a három vágányból egyet-egyet használunk, és amikor elfogynak a kocsik onnan felrakjuk őket a szerelvény végére a kívánt sorrendben.

F1. Tekintsük a vasúti kocsik rendezési problémájának azt a változatát, ahol 2 verem típusú és egy sor típusú vágányt használhatunk, az 5 kocsitípusból álló szerelvény rendezéséhez.

Megold. A megoldás hasonló az előadásban vizsgált egyszerűbb probléma megoldásához. Az 1-es típusú kocsikat a vermek tetején át tudjuk vinni az új szerelvény elejére. Az utolsó 1-es után a kocsik rendezhetők, a 2-eseket átvisszük, valamely verem tetején, a többiek számára pedig van egy sor és két verem. Az a kérdés el tudunk-e jutni az utolsó 1-esig. Ez pontosan akkor tehető meg, ha az utolsó 1-esig a kocsik az 1-esek nélkül, szétbonthatóak, egy monoton növekvő (ez lesz a sorban) és két monoton csökkenő (ezek lesznek a verembe) részre.

Azt, hogy ez megvalósítható -e, a lehetséges sorvégek vizsgálatával ellenőrizzük, minden i-re legyen L_i az olyan lehetséges (s, v_1, v_2) hármasok halmaza, amely típusok előállhatnak az első i kocsi szétosztása után a sor és a vermek tetején. Ekkor az $L_0 = \{(2,5,5)\}$ kezdőértéket definiálhatjuk, ez nem ad extra kikötést. A többi értéket rekurzívan adjuk meg, legyen k_i az i-edik kocsi típusa ekkor az L_i halmaz a következőképpen leírható hármasokat tartalmazza,

(k_i, y, z), ahol $k_i \geq x$ valamely $(x, y, z) \in L_{i-1}$ esetén,

(x, k_i, z), ahol $k_i \leq y$ valamely $(x, y, z) \in L_{i-1}$ esetén,

(x, y, k_i), ahol $k_i \leq z$ valamely $(x, y, z) \in L_{i-1}$ esetén.

A rekurzió alapján kiszámíthatóak az F_i halmazok, ha az utolsó 1-es megjelenéséig a halmaz nem üres, akkor rendezhetők a kocsik, ellenkező esetben nem.

Megjegyzés: A feladat teljesen hasonlóan megoldható, ha több verem illetve sor van.

F2. Egy faluban mindenki pontosan egy embernek adja tovább a titkokat, amiket megtud. Tegyük fel, hogy mindenkire tudjuk kinek adja tovább a titkokat. Határozzuk meg, hogy van-e olyan ember a faluban, akinek elmondva egy titkot, mindenkihez eljut az információ.

Megold. A feladat hasonló a riadólánchoz, annyi különbséggel, hogy nem kell visszajutni a kiindulási pontban. Egyszerűen adódik, hogy akkor juthat el az információ mindenkihez, ha a függvény gráfjában a 0 befokú pontoknak és a farok nélküli köröknek az együttes száma legfeljebb 1. (Ha van egy farok nélküli kör, ami nem tartalmazza az összes pontot, akkor vagy van másik is vagy van 0 befokú pont.)

F3. Adott egy adatszerkezet, amelyről nem tudjuk, hogy lista vagy nyalóka (egy lista végére illesztve egy körlánc). Van két bélyeg. Az adatszerkezettel a következő lépéseket tehetjük.

- egy bélyeget a helyéről felvehetünk

-egy bélyeget a helyéről a rákövetkező helyre továbbmozdíthatunk

-egy bélyeg helyére mellé a másikat is odatehetjük

-a legelső elemre bélyeget tehetünk.

Határozzuk meg a méretben lineáris időben, melyik adatszerkezetről van szó!

Megold. A nyalóka adatszerkezetet úgy ismerhetjük fel, ha találunk kört. Kört pedig úgy találhatunk, hogy egy bélyeg helyétől elindulva a másik bélyeggel mindig továbblépve újra megtaláljuk a bélyeget. Két módszer lehetséges:

Próbálgatós Minden k-ra megnézzük, hogy van -e a kiindulási ponttól 2^k lépésre levő pontot tartalmazó legfeljebb 2^k hosszú kör. Ezt úgy tehetjük meg, hogy a 2^k lépésnyire levő bélyeg helyéről elindulunk a másik bélyeggel, teszünk 2^k lépést. Ha újra látjuk az első bélyeget van kör, ha nem, akkor áthelyezzük az első bélyeget is a második mellé, és rátérünk a 2^{k+1} hosszú kör ellenőrzésére.

Ötletes Elindítjuk a két bélyegzőt, az egyiket kétszer olyan gyorsan. (Időegységenként 2-t lép, amíg a lassabb csak egyet). Ha nyalóka adatszerkezet van, lineáris időben lekörözi a gyors a lassút, és megtaláljuk, hogy van kör, egyébként pedig nyilvánvalóan lineáris időben eljutunk a lista végére.