

6. Gyakorlat

F1 Egy P ponthalmazt konvex rétegekre bonthatunk a következőképpen. Az első réteg R_1 a konvex burok pontjai, a második réteg R_2 a $P \setminus R_1$ ponthalmaz konvex burka, és így folytatva az i -edik réteg a $P \setminus R_1 \setminus R_2 \setminus \dots \setminus R_{i-1}$ halmaz konvex burka. Adjunk meg $O(n^2)$ idejű algoritmust a ponthalmaz konvex rétegekre bontására.

Megoldás Használva a konvex burkot meghatározó eljárást, minden konvex réteg meghatározására csak $O(n \log n)$ korlátot tudunk adni, így az algoritmusra csak $O(n^2 \log n)$ -es korlátot kapunk. A probléma, hogy a polárszög szerinti rendezés futási ideje túl nagy. A megoldás, hogy egyetlen rendezést akarunk csak végrehajtani, és azt használjuk az összes konvex rétegnél. Ebben az esetben nem teljesül csak az első rétegnél, hogy a pontok a bal alsó sarokpontra vonatkozóan vannak rendezve. Ezt a problémát úgy lehet feloldani, hogy változtatnunk kell a konvex réteget meghatározó algoritmuson. A bal alsó sarok mellé elegendő volt meghatározni a "külső" pontok konvex befoglalóját. Az általános esetben a pont, ami szerint rendezünk bal alsó, de nem eleme a ponthalmaznak. Ekkor két részre kell bontanunk a feladatot elsőként vesszük a "külső pontok" konvex burkát a rendezés szerinti első ponttól az utolsóig, ahogy a konvex burok probléma esetén. Utána vennünk kell a belső pontokét is (amik a rendezés első és utolsó pontját összekötő egyenesnek a bal alsó pont felé eső részein vannak), ezt ugyanúgy tehetjük meg, mint a konvex burok probléma esetén.

F2. On-line konvex burok probléma. Egy P halmazt pontonként kapunk meg, és minden pont után meg kell adni a már megérkezett pontok konvex burkát. Adjunk meg egy $O(n^2)$ idejű algoritmust a feladat megoldására! Feltehetjük, hogy az első három pont nem esik egy egyenesre.

Megoldás Használva a konvex burkot meghatározó eljárást, minden konvex réteg meghatározására csak $O(n \log n)$ korlátot tudunk adni, így az algoritmusra csak $O(n^2 \log n)$ -es korlátot kapunk. Egy megoldás az, hogy nem a bal alsó pont szerint rendezünk. Vesszük az első három pont által meghatározott háromszög egy belső pontját, és ezen pont szerinti polárszögrendezést használunk. Ebben az esetben egy új pont érkezésekor megadjuk a rendezés szerinti helyét az előző konvex burok pontjaihoz képest, majd ha a pont nincs benne az eddigi pontok konvex burkában, akkor mindkét irányba kihagyjuk az új burokból hiányzó pontokat (pontosan úgy, mint a konvex burok problémánál a forgásirányokat használva).