## 8. Gyakorlat

**F1** Adott egy $n\times n$-es sakktábla. Az $(1,1)$ mezőn áll egy huszár. Határozzuk meg eljuthat -e az $(u,v)$ mezőre, ha igen adjunk meg egy legkevesebb lépésből álló utat! Adjunk algoritmust, ami megoldja a feladatot.

*Megold:* Konstruáljunk a feladathoz egy gráfot. A gráf csúcsai (a lehetséges konfigurációk) a sakktábla mezői, két $n$-nél nem nagyobb pozitív koordinátából álló vektorok. Két csúcs össze van kötve, ha a huszár átléphet egyikből a másikba. Tehát az $(x,y)$ szomszédjai az $(x-1,y+2)$, $(x-1,y-2)$, $(x+1,y+2)$, $(x+1,y-2)$, $(x+2,y-1)$, $(x+2,y+1)$, $(x-2,y-1)$, $(x-2,y+1)$ párosok közül azok, amelyekben mindkét koordináta pozitív és nem nagyobb, mint $n$. A feladat megtalálni a legrövidebb utat az $(1,1)$ pontból az $(u,v)$ pontba. Ezt egy szélességi kereséssel, amit az $(1,1)$ pontból indítunk a fenti gráfban megtaláljuk.

**F2** Adott egy $n\times n$-es sakktábla. Az $(1,1)$ mezőn áll egy huszár. Adott mezők egy $T$ halmaza. Határozzuk meg eljuthat -e a huszár az $(x,y)$ mezőre anélkül, hogy $T$-beli mezőre lépne, ha igen adjunk meg egy legkevesebb lépésből álló utat! Adjunk algoritmust, ami megoldja a feladatot.

*Megold:* Az előző feladathoz képest annyi a különbség, hogy a gráf pontjai azon párosok, amelyek nem szerepelnek a $T$ halmazban, és az élek kiszámításánál is csak a $T$-n kívüli párosokba mehet él.

**P1** Egy $G$ irányított gráfnak a pontjai $V=\{1,\ldots,6\}$, az élei $E=\{(1,2),(1,4),(1,6),(2,2),(2,3),(2,4),(3,1),(3,5),(4,1),(4,4),(5,2),(5,3),(5,6),(6,1),(6,2),(6,5)\}$. A fentiekben megadott gráfra adjuk meg milyen sorrendben járja be a szélességi keresés a pontokat, az 1 illetve a 5 pontokból kindulva. A bejárások alapján adjuk meg a $\delta(1,5)$ és $\delta(5,1)$ értékeket!

*Megold:* Tegyük fel, hogy az adott pontból kimenő éleket a végpont növekvő indexe szerint kapjuk meg. Kezdetben az algoritmusban $D(1)=0$, $Apa(1)=Null$. $Sor=\langle 1\rangle$. Utána

- Kijön 1 majd $D(2)=1$, $Apa(2)=1$, $D(4)=1$, $Apa(4)=1$, $D(6)=1$, $Apa(6)=1$ és $Sor=\langle 2,4,6\rangle$.
- Kijön 2 majd $D(3)=2$, $Apa(3)=2$ és $Sor=\langle 4,6,3\rangle$.
- Kijön 4 és $Sor=\langle 6,3\rangle$.
- Kijön 6 majd $D(5)=2$, $Apa(5)=6$ és $Sor=\langle 3,5\rangle$.
- Kijön 3 és $Sor=\langle 5\rangle$.
- Kijön 5 és $Sor=\langle\rangle$.

Következésképpen $\delta(1,5)=2$.
Amennyiben az 5 pontból indulunk, akkor teljesen hasonlóan kapjuk, hogy a sorrend: $5,2,3,6,4,1$ és $\delta(5,1)=2$.

**P2** Egy $G$ irányított gráfnak a pontjai $V = \{1, \ldots, 9\}$, az élei $E = \{(1, 2),$ $(1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 5), (5, 2), (5, 6), (6, 7), (7, 5), (8, 9), (8, 1), (9, 8)$. Hajtsuk végre a gráfon a mélységi keresés algoritmusát! Adjuk meg a pontoknak az elérési és elhagyási idejét! Osztályozzuk az éleket (faél, visszaél, előreél, keresztél)!

*Megold:* Az elérési és az elhagyási idők és az Apa értékek a végrehajtás sorrendjében: $D[1] = 1$, $Apa[2] = 1$, $D[2] = 2$, $Apa[3] = 2$, $D[3] = 3$, $Apa[5] = 3$, $D[5] = 4$, $Apa[6] = 5$, $D[6] = 5$, $Apa[7] = 6$, $D[7] = 6$, $F[7] = 7$, $F[6] = 8$, $F[5] = 9$, $F[3] = 10$, $Apa[4] = 2$, $D[4] = 11$, $F[4] = 12$, $F[2] = 13$, $F[1] = 14$, $D[8] = 15$, $Apa[9] = 8$, $D[9] = 16$, $F[9] = 17$, $F[8] = 18$.

Az élek osztályozása:

Faélek: $(1, 2), (2, 3), (3, 5), (5, 6), (6, 7), (2, 4), (8, 9)$

Visszaélek: $(5, 2), (7, 5), (9, 8)$

Előreélek: $(1, 3)$

Keresztélek: $(8, 1)$.

**F3** Tudjuk, hogy egy labirintusban vagyunk. A labirintus alapja négyzetrács, ahol minden mező vagy fal vagy üres. Mi mindig csak a velünk szomszédos négy mezőt látjuk (balra, jobbra, előre, hátra). Van nálunk kréta, amellyel jeleket tehetünk azokra a mezőkre ahol járunk. Tervezzünk eljárást, amellyel kitalálunk a labirintusból. (Használjuk a mélységi keresés algoritmusát és a számított gráf reprezentációt!)

*Megold:* Megadjuk miként használhatjuk a mélységi keresés algoritmusát. Pontosabban megadjuk azokat a részeket ahol változtatnunk kell.

- A gráfunk pontjai a labirintus üres négyzetrácsai. Egy pont azokkal a szomszédos négyzetrácsokkal van összekötve, amelyek szintén üresek. Fontos megjegyeznünk, hogy nem ismerjük a gráfot, nem is férhetünk hozzá a gráf pontjaihoz.

- Nem tudjuk a teljes szélességi keresést végrehajtani, csak olyan pontokban hivhatjuk meg a MelyBejar eljárást, amit elértünk a keresésünk során. Tehát lényegében a kiindulási pontunkra hívjuk meg a MelyBejar algoritmust, és az eljárás vagy úgy ér véget, hogy kitaláltunk, ez egy kilépési feltétel, vagy úgy, hogy az eljárás befejeződik, ekkor nem lehet kijutni a labirintusból.

- Az apa függvényt csak úgy tarthatjuk számon, hogy felírjuk milyen irányból léptünk a cellába, ahol a eljárást rekurzívan hívjuk.