Ellenfél alapú sorbaálítás

1. Protokollok stabilitása

1.1. Matematikai modell

Adott egy irányított vagy irányítatlan gráf, ez írja le a hálózatot. A forgalmat egy ellenfél generálja, ami azt jelenti, hogy bizonyos időpontokban csomagokat küldhet a hálózatba. Az egyes csomópontokra vonatkozó sorbaállítási stratégiákat vizsgáljuk, így megengedjük az ellenfélnek azt is, hogy a csomagokra meghatározza az útvonalat, amelyen keresztül a hálózatban mozognak (az útvonalak kiválasztásával ebben a modellben nem foglalkozunk). Természetesen korlátozni kell az ellenfél által a rendszerbe küldött csomagok mennyiségét, erre szolgál a következő definíció.

Egy (w, λ) pár esetén egy ellenfélt (w, λ)-korlátozott ellenfélnek nevezünk, ha minden e élre és minden w hosszú I intervallumra teljesül, hogy az ellenfél legfeljebb λw olyan csomagot generál, amelyeknek az útja tartalmazza az e élet.

Minden időegységben minden élen legfeljebb egy csomagot lehet átküldeni, amikor egy élen több csomag akar ugyanabban az időpontban átmenni ki kell választanunk mely csomagot küldjük tovább. Az ilyen sorrendeket meghatározó eljárásokat nevezzük sorbaállítási protokolloknak. Egy sorbaállítási protokoll stabil egy λ értékre és egy G hálózatra nézve, ha tetszőleges (λ, w)-korlátozott ellenfél által generált forgalomra adható egy véges korlát arra az időre, amelyet a csomagok a hálózatban eltöltenek. Mivel minden élen csak egy csomag mehet át időegységenként stabilitás csak $\lambda \leq 1$ értékek esetén fordulhat elő. Ha egy protokoll minden hálózatra és minden $\lambda < 1$ értékre stabil, akkor univerzálisan stabilnak nevezzük.

1.2. Sorbaállítási protokollok

Az alábbi elemi sorbaállítási protokollokat szokás vizsgálni:

- FIFO (first in first out): a protokoll azoknak a csomagoknak ad prioritást, amelyek legkorábban érkeztek az adott élhez (ha több ilyen van, akkor azok közül a legkisebb azonosítójúnak)

- NTO (nearest to origin): a protokoll számon tartja, hogy hány élen haladtak keresztül az egyes csomagok, és annak a csomagnak ad prioritást, amely a legkevesebb élen ment eddig át (ha több ilyen van, akkor azok közül a legkisebb azonosítójúnak)
- FTG (furthest to go): a protokoll számon tartja, hogy hány élen kell még keresztülhaladni az egyes csomagoknak, és annak a csomagnak ad prioritást, amelynek a legtöbb élen kell még átmenni (ha több ilyen van, akkor azok közül a legkisebb azonosítójúnak)
- NTG (nearest to go): a protokoll számon tartja, hogy hány élen kell még keresztülhaladni az egyes csomagoknak, és annak a csomagnak ad prioritást, amelynek a legkevesebb élen kell még átmenni (ha több ilyen van, akkor azok közül a legkisebb azonosítójúnak)
- SIS (shortest in system): annak a csomagnak ad prioritást, amely a legkésőbb került be a hálózatba (ha több ilyen van, akkor azok közül a legkisebb azonosítójúnak)
- LIS (longest in system): annak a csomagnak ad prioritást, amely a legkorábban került be a hálózatba (ha több ilyen van, akkor azok közül a legkisebb azonosítójúnak)

Megjegyezzük, hogy az egyszerűsége miatt általában a FIFO sorbaállítási protokollt használják.

1.3. Sorbaállítási protokollok stabilitása

A sorbaállítási protokollokra az alábbi állítások teljesülnek:
Tétel SIS univerzálisan stabil
Bizonyítás Megtalálható [1]-ben.

Hasonló módszerekkel igazolható a következő állítás is, amelynek nem vettük előadáson a bizonyítását.
Tétel LIS univerzálisan stabil

Az előbb említett protokollokkal szemben FIFO nem univerzálisan stabil, amint azt az alábbi állítás mutatja. A bizonyítás eléggé technikai túlmutat a kurzus anyagán.
Tétel Van olyan hálózat, amelyre $\lambda > 0.85$ esetén FIFO nem stabil.

2. Hálózatok stabilitása

Egy sorbaállítási protokollt mohónak nevezünk, ha minden időpontban, amikor van olyan csomag, amely át akar menni egy (v, w) élen, akkor a protokoll küld csomagot az élen. (Az összes fentiekben említett protokoll stabil.) Egy hálózatot univerzálisan stabilnak nevezünk, minden $\lambda < 1$ esetén ha minden mohó protokoll stabil egy (w, λ)-korlátozott ellenfél által generált forgalomra.

2.1. Irányított gráfok

Irányított gráfok esetén teljesül az alábbi lemma.

Lemma Ha a G_1 és G_2 irányított gráfok univerzálisan stabilak, akkor minden olyan G gráf is, amit úgy kapunk, hogy G_1-ből felveszünk G_2-be mutató éleket.

Bizonyítás Megtalálható [2]-ben.

Következmény Egy irányított gráf akkor és csak akkor univerzálisan stabil, ha minden erősen összefüggő komponense stabil.

Néhány egyszerű gráfról látható, hogy nem univerzálisan stabil.

Lemma A H_1 gráf, amely két csúcsból u, v-ből és három élből $e_1, e_2 : u \to v$, $f : v \to u$ áll nem univerzálisan stabil.

Bizonyítás Megtalálható [2]-ben.

Az univerzálisan stabil hálózatok karakterizációjához szükség van a gráfok minorjának fogalmára. Egy H gráfot a G gráf minorjának nevezünk, ha H izomorf egy olyan gráffal, amelyet G egy részgráfjából élek összevonásaival kapunk. Az élösszevonás olyan művelet, amely megszüntet egy élet a gráfban és a két végponját egy közös pontba vonja össze.

Tétel Egy irányított G gráf, akkor és csak akkor univerzálisan stabil, ha nem tartalmazza minorként a következő T_1, T_2, T_3 gráfok egyikét sem.

- T_1 4 pontot tartalmaz A, B, C, D-t, és az élei (A, D), (A, B), (B, C), (C, A), (D, C).
- T_2 4 pontot tartalmaz A, B, C, D-t, és az élei (A, C), (A, D), (B, A), (C, B), (D, C).
- T_3 5 pontot tartalmaz A, B, C, D, E-t, és az élei (A, B), (B, C), (C, A), (C, D), (D, E), (E, C).

Fontos még megemlíteni az alábbi tételt.

Tétel FIFO akkor és csak akkor stabil egy irányított G gráfra, ha a gráf univerzálisan stabil.

2.2. Irányítatlan gráfok

Az irányított gráfokra való visszavezetéssel irányítatlan gráfok esetén az alábbi egyszerűbb eredményt kapjuk:

Tétel Egy n csúcsú összefüggő irányítatlan G gráf, akkor és csak akkor univerzálisan stabil, ha legfeljebb n éle van.

Irodalom

[1] Christian Scheideler, Theory of network communication, online jegyzet 2002, Adversarial Queueing Theory I.- Queueing ,

`http://www.cs.jhu.edu/~scheideler/courses/600.348_F02/lecture_5.pdf`

[2] Christian Scheideler, Theory of network communication, online jegyzet 2002, Adversarial Queueing Theory II.- Networks ,

`http://www.cs.jhu.edu/~scheideler/courses/600.348_F02/lecture_6.pdf`