

Név: ..... ETR azonosító: ..... Aláírás: .....

1. Mi az intervallumos kiterjesztés eredménye az  $f(x) = x^2 - x + 1$  függvényre a  $[0,1]$  intervallumon?

- $[-1, 1]$
- $[0, 2]$
- $[3/4, 1]$
- $[-2, 1]$
- egyik megadott sem

2. Mennyi lehet legfeljebb a Lipschitz konstans az  $f(x) = x^6(\sin(1/x) + 3)$  függvényre az 1 pont közelében?

- kb. 20
- kb. 30 000
- nincs is
- kb. -20
- kb. 300 000

3. Adjon meg néhány információforrást, amelyre optimalizálási eljárásokat lehet építeni!

4. Mely algebrai tulajdonság marad érvényben az intervallumos  $+$  és  $*$  alpműveletre?

- a megadottak egyike sem
- az asszociativitás és a disztributivitás
- a kommutativitás és a disztributivitás
- a kommutativitás, az asszociativitás és a disztributivitás
- a kommutativitás, és az asszociativitás

5. Minek lehet megadni az intervallumos befoglaló függvényét?

- a 4 alpműveletnek és a trigonometrikus függvényeknek
- minden függvénynek, amire kiszámító eljárást lehet írni
- a 4 alpműveletnek és a differenciálható standard függvényeknek
- a 4 alpműveletnek és a standard függvényeknek
- csak a 4 alpműveletnek

Név: ..... Hallgatói azonosító: ..... Aláírás: .....

1. Definiálja a globális optimalizálási feladatot!

2. Mi lehet egy pont, amire a gradiens értéke nulla?

- csak minimumpont
- csak maximumpont
- minimumpont vagy maximumpont
- minimumpont, maximumpont és még más is
- a fentiek egyike sem

3. Mi a lényegi eltérés a helyi- és a globális minimumpont között?

4. Adjon meg egy olyan feladatot, amelynek 2 helyi minimumpontja van, és abból pontosan egy globális!

5. Mutasson egy gyakorlati problémát, amely a globális optimalizálási feladatra vezet!

Név: ..... Hallgatói azonosító: ..... Aláírás: .....

1. Az  $f(x) = x^6(\sin(1/x) + 3)$  függvénynek az  $x = 0$

- szeparált helyi minimumpontja
- nem szeparált helyi minimumpontja
- nem szeparált globális minimumpontja
- szeparált helyi minimumpontja
- egyik sem

2. Mire jó a Newton módszer?

- Zérushelykeresésre és egy helyi minimum meghatározására.
- Csak zérushelykeresésre.
- Csak egy helyi minimum meghatározására.
- Egyikre sem.

3. Milyen a konvergencia-sebessége az intervallumos Newton eljárásnak?

lineáris

kvadratikus

köbös

szuperlineáris

exponenciális

4. Melyik alábbi feladatra lehet közvetlenül használni az optimalizálási Newton módszert?

- $\max x^2$
- $\min x^2$
- $\min |x|$
- $\max |x|$
- $\min x^2, x \in [1, 2]$

5. Igaz-e, hogy minden olyan feladatra, amelyre a gradiens keresés valamely módszerét használhatjuk, arra sikeresen alkalmazható a direkt keresési osztály valamelyik algoritmus?

- igen, csak valószínűleg lassabb lesz
- igen, és valószínűleg gyorsabb lesz
- nem, mert nincs meg feltétlen a szükséges információ
- nem, mert minden ilyen feladat csak kis valószínűséggel oldható így meg
- csak ha a másodrendű derivált is folytonos

Név: ..... Hallgatói azonosító: ..... Aláírás: .....

1. Minek felel meg a  $\lambda$  együttható az egyenlőséggel korlátozott nemlineáris optimalizálási feladat megoldó módszerében?

- A megoldó módszerben nem szerepel ilyen együttható.
- Érzékenységi együttható, azt mutatja, hogy  $f$  optimális értéke mennyire változik meg, ha a  $g$  feltételeket perturbáljuk.
- Érzékenységi együttható, azt mutatja, hogy  $g$  feltételek mennyire változnak meg, ha a  $f$  optimális értékét perturbáljuk.
- Ez a Lipschitz konstans.
- Érzékenységi együttható, azt mutatja, hogy  $f$  értéke mennyire változik meg, ha a  $g$  feltételeket perturbáljuk.

2. Melyik korlátozott nemlineáris optimalizálási feladat megoldásában használunk segédváltozókat?

- A csak egyenlőséggel korlátozottban.
- Az egyenlőtlenségekkel is korlátozottban.
- Mindkettőben.
- Egyikre sem.

3. Mit nevezünk aktív feltételnek?

- Amelyik egyenlőséggel teljesül.
- Amelyik egyenlőtlenséggel teljesül.
- Amelyik szerepel a feladat kitűzésében.
- Amelyik megsérül.

4. Mi a köze az aktív feltételnek a  $\lambda$  együttható együtthatóhoz az optimális megoldásra nézve?

- Semmi köze hozzá.
- Ha egy feltétel aktív, akkor a hozzá tartozó  $\lambda_j$  együttható negatív.
- Ha egy feltétel aktív, akkor a hozzá tartozó  $\lambda_j$  együttható pozitív.
- Ha egy feltétel aktív, akkor a hozzá tartozó  $\lambda_j$  együttható nulla.

5. Mi köze van a Karush-Kuhn-Tucker feltételnek az optimalitáshoz?

- Ez egy szükséges optimalitási feltétel.
- Ez egy elegendő optimalitási feltétel.
- Ez egy szükséges és elegendő optimalitási feltétel.
- Ez nem optimalitási feltétel.

Név: ..... Hallgatói azonosító: ..... Aláírás: .....

1. Igaz-e, hogy minden olyan feladatra, amelyre a gradiens keresés valamely módszerét használhatjuk, arra sikeresen alkalmazható a direkt keresési osztály valamelyik algoritmus?

- csak ha a másodrendű derivált is folytonos
- igen, csak valószínűleg lassabb lesz
- igen, és valószínűleg gyorsabb lesz
- nem, mert nincs meg feltétlen a szükséges információ
- nem, mert minden ilyen feladat csak kis valószínűséggel oldható így meg

2. Melyik alábbi feladatra lehet közvetlenül használni az optimalizálási Newton módszert?

- $\min x^2, x \in [1, 2]$
- $\max x^2$
- $\min x^2$
- $\min |x|$
- $\max |x|$

3. Mennyi lehet legfeljebb a Lipschitz konstans az  $f(x) = x^6(\sin(1/x) + 3)$  függvényre az 1 pont közelében?

- kb. 300 000
- kb. 20
- kb. 30 000
- nincs is
- kb. -20

4. Az  $f(x) = x^6(\sin(1/x) + 3)$  függvénynek az  $x = 0$

- egyik sem
- szeparált helyi minimumpontja
- nem szeparált helyi minimumpontja
- nem szeparált helyi minimumpontja
- szeparált helyi minimumpontja

5. Mi lehet egy pont, amire a gradiens értéke nulla?

- az alábbiak egyike sem
- csak minimumpont
- csak maximumpont
- minimumpont vagy maximumpont
- minimumpont, maximumpont és még más is

Név: ..... Hallgatói azonosító: ..... Aláírás: .....

1. Határozza meg automatikus differenciálással az  $f(x) = x^2 - x + 1$  függvény deriváltja értékét az 1 pontban! Mi az utolsó előtti fázis a számításban?

- $(1, 2) - (1, 1) + (1, 1)$
- $(1, 2) - (2, 1) + (1, 1)$
- $(1, 2) - (2, 1) + (1, 0)$
- $(1, 1) - (1, 1) + (1, 1)$
- egyik megadott sem

2. A legjobb eljárással számítva, legfeljebb hányszor több a műveletigénye egy  $n$  dimenziós függvény és a gradiens meghatározásának mint a függvény kiszámítása műveletigényének?

- $n + 1$
- 4
- $4 * n$
- $4 * (n + 1)$
- egyik megadott sem

3. Mi az intervallumos kiterjesztés eredménye az  $f(x) = x^2 - x + 1$  függvényre a  $[0,1]$  intervallumon?

- $[0, 2]$
- $[-1, 1]$
- $[3/4, 1]$
- $[-2, 1]$
- egyik megadott sem

4. Minek lehet megadni az intervallumos befoglaló függvényét?

- csak a 4 alpműveletnek
- a 4 alpműveletnek és a trigonometrikus függvényeknek
- minden függvénynek, amire kiszámító eljárást lehet írni
- a 4 alpműveletnek és a differenciálható standard függvényeknek
- a 4 alpműveletnek és a standard függvényeknek

5. Mely algebrai tulajdonság marad érvényben az intervallumos + és \* alpműveletre?

- a kommutativitás, az asszociativitás és a disztributivitás
- a kommutativitás és a disztributivitás
- a kommutativitás, és az asszociativitás
- az asszociativitás és a disztributivitás
- a megadottak egyike sem

Név: ..... Hallgatói azonosító: ..... Aláírás: .....

1. Mi az intervallumos kiterjesztés eredménye az  $f(x) = x^2 - x + 1$  függvényre a  $[0,1]$  intervallumon?

- $[-1, 1]$
- $[0, 2]$
- $[3/4, 1]$
- $[-2, 1]$
- egyik megadott sem

2. Határozza meg automatikus differenciálással az  $f(x) = x^2 - x + 1$  függvény deriváltja értékét az 1 pontban! Mi az utolsó előtti fázis a számításban?

- $(1, 2) - (2, 1) + (1, 1)$
- $(1, 2) - (2, 1) + (1, 0)$
- $(1, 1) - (1, 1) + (1, 1)$
- $(1, 2) - (1, 1) + (1, 1)$
- egyik megadott sem

3. A legjobb eljárással számítva, legfeljebb hányszor több a műveletigénye egy  $n$  dimenziós függvény és a gradiens meghatározásának mint a függvény kiszámítása műveletigényének?

- $4 * (n + 1)$
- $n + 1$
- 4
- $4 * n$
- egyik megadott sem

4. Mely algebrai tulajdonság marad érvényben az intervallumos + és \* alpműveletre?

- a megadottak egyike sem
- az asszociativitás és a disztributivitás
- a kommutativitás és a disztributivitás
- a kommutativitás, az asszociativitás és a disztributivitás
- a kommutativitás, és az asszociativitás

5. Minek lehet megadni az intervallumos befoglaló függvényét?

- a 4 alpműveletnek és a trigonometrikus függvényeknek
- minden függvénynek, amire kiszámító eljárást lehet írni
- a 4 alpműveletnek és a differenciálható standard függvényeknek
- a 4 alpműveletnek és a standard függvényeknek
- csak a 4 alpműveletnek

Név: ..... Hallgatói azonosító: ..... Aláírás: .....

1. Ki lehet-e használni a célfüggvény monotonitását intervallumos globális optimalizálási algoritmusban?

- Igen, az ún. monotonitási teszttel.
- Igen, az ún. kivágási teszttel.
- Igen, az ún. intervallumos Newton lépéssel.
- Nem, mert monoton függvénynek nincs minimuma.
- Nem, mert analitikus tulajdonságot nem lehet számítógépesen felismerni.

2. Melyik részintervallumot választja ki az intervallumos korlátozás és szétválasztás eljárás következő feldolgozandó intervallumnak?

- Azt, amelyre a célfüggvény értéke a legkisebb.
- Azt, amelyre a célfüggvény értéke a legnagyobb.
- Azt, amelyre a célfüggvény befoglalása infimuma a legkisebb.
- Azt, amelyre a célfüggvény befoglalása supremuma a legkisebb.
- Azt, amelyre a célfüggvény befoglalása infimuma a legnagyobb.

3. Milyenek kell lennie annak a célfüggvénynek, amelyre az intervallumos Newton eljárást akarjuk használni?

- Befoglaló függvény kell hogy rendelkezésre álljon a célfüggvényre és gradiensére.
- Befoglaló függvény kell hogy rendelkezésre álljon a célfüggvény Hesse mátrixára.
- Befoglaló függvény kell hogy rendelkezésre álljon a célfüggvény gradiensére és Hesse mátrixára.
- Kétszer folytonosan differenciálhatónak kell lennie.
- Zérushellyel rendelkezőnek.
- Nincs megkötés.

4. Lehet-e az intervallumos Newton eljárás eredménye végtelen méretű (ún. kiterjesztett) intervallum?

- Igen, mindig.
- Nem.
- Csak ha a nulla benne van az osztó intervallumban.
- Csak nem folytonos függvényekre.
- Néha.

5. Milyen a konvergenciasebessége az intervallumos Newton eljárásnak?

O lineáris

O kvadratikus

O köbös

O szuperlineáris

O exponenciális



Név: ..... Hallgatói azonosító: ..... Aláírás: .....

1. Melyik részintervallumot választja ki az intervallumos korlátozás és szétválasztás eljárás következő feldolgozandó intervallumnak?

- Azt, amelyre a célfüggvény értéke a legnagyobb.
- Azt, amelyre a célfüggvény befoglalása infimuma a legkisebb.
- Azt, amelyre a célfüggvény befoglalása supremuma a legkisebb.
- Azt, amelyre a célfüggvény befoglalása infimuma a legnagyobb.
- Azt, amelyre a célfüggvény értéke a legkisebb.

2. Ki lehet-e használni a célfüggvény monotonitását intervallumos globális optimalizálási algoritmusban?

- Igen, az ún. kivágási teszttel.
- Igen, az ún. intervallumos Newton lépéssel.
- Nem, mert monoton függvénynek nincs minimuma.
- Nem, mert analitikus tulajdonságot nem lehet számítógépesen felismerni.
- Igen, az ún. monotonitási teszttel.

3. Milyen a konvergenciasebessége az intervallumos Newton eljárásnak?

O exponenciális

O kvadratikus

O köbös

O szuperlineáris

O lineáris

4. Milyennek kell lennie annak a célfüggvénynek, amelyre az intervallumos Newton eljárást akarjuk használni?

- Befoglaló függvény kell hogy rendelkezésre álljon a célfüggvény Hesse mátrixára.
- Befoglaló függvény kell hogy rendelkezésre álljon a célfüggvény gradiensére és Hesse mátrixára.
- Kétszer folytonosan differenciálhatónak kell lennie.
- Zérushellyel rendelkezőnek.
- Nincs megkötés.
- Befoglaló függvény kell hogy rendelkezésre álljon a célfüggvényre és gradiensére.

5. Lehet-e az intervallumos Newton eljárás eredménye végtelen méretű (ún. kiterjesztett) intervallum?

- Nem.
- Csak ha a nulla benne van az osztó intervallumban.
- Csak nem folytonos függvényekre.
- Néha.
- Igen.

## Számolási feladatok:

1. Határozza meg az  $f(x) = x \ln(x) + 2$  függvény befoglaló függvény értékét természetes intervallum kiterjesztéssel az  $X = [1, 2]$  intervallumban! 3 pont
2. Számolja ki automatikus differenciálással az  $f(x) = (x - 2)(x - 3)$  függvény deriváltját az 1 pontban! 3 pont
3. Határozza meg az órán tanult szimbolikus módszerrel hogy milyen egyszerűsítő helyettesítést lehet alkalmazni az  $f(x_1, x_2) = e^{(x_1+x_2)^2}$  függvényen, és értelmezze az eredményt! 3 pont
4. Fogalmazza meg *büntetőfüggvény segítségével* azt a korlátozás nélküli feladatot, amelynek megoldása megfelel a

$$\begin{aligned} \min x^2 + y^2, \\ (x - 2)^2 + (y - 3)^2 - 2 \leq 0 \end{aligned}$$

feltételes optimalizálási feladaténak (legyen tekintettel a nem lehetséges megoldásból induló helyi keresésre)! 3 pont

5. Oldja meg a Lagrange módszer segítségével a következő feltételes optimalizálási feladatot:  $\min (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2, x_2 - 2 = 0.$  3 pont

## Elméleti feladatok:

1. Adjon meg egy olyan optimalizálási feladatot, amelynek van olyan nem szeparált helyi minimumpontja, amely nem globális minimumpont, de mégis helyi maximumpont! 4 pont
2. Mutasson olyan kétdimenziós optimalizálási feladatot, amelyre a keresési tartomány egy negyede az egyik globális minimumpont vonzáskörzete! 4 pont
3. Igaz-e, hogy van olyan sztochasztikus optimalizálási eljárás, amely csak a célfüggvény értékét kiszámító szubrutinra támaszkodik mint információforrásra, és véges számú lépésben megadja minden nemlineáris optimalizálási feladat megoldását? Indokolja! 4 pont
4. Melyik tanult globális optimalizáló eljárást használná egy olyan minimalizálási feladat megoldására, amely csak egyszerű korlátokat tartalmaz az optimalizálandó változókra, rendelkezésre áll a célfüggvény és gradiense befoglaló függvényét kiszámító szubrutin, a célfüggvény kétszer folytonosan differenciálható? 4 pont
5. Ismertesse az egyik tanult globális optimalizálási eljárást, adja meg azt a feladatosztályt, amelynek megoldására ez különösen alkalmas, továbbá említse meg az előnyeit és hátrányait! 9 pont

## Számolási feladatok:

1. Határozza meg az  $f(x) = x \sin(2\pi x) + 2$  függvény befoglaló függvényét természetes intervallum kiterjesztéssel az  $X = [0, 1]$  intervallumban! 3 pont
2. Számolja ki automatikus differenciálással az  $f(x) = (x - 1)(x - 2)$  függvény deriváltját az 3 pontban! 3 pont
3. Határozza meg az órán tanult szimbolikus módszerrel hogy milyen egyszerűsítő helyettesítést lehet alkalmazni az  $f(x_1, x_2) = 10^{(2x_1+3x_2)^2}$  függvényen, és értelmezze az eredményt! 3 pont
4. Fogalmazza meg *büntetőfüggvény segítségével* azt a korlátozás nélküli feladatot, amelynek megoldása megfelel a

$$\begin{aligned} \min 2x^2 + 3y^2, \\ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 - 1 \leq 0 \end{aligned}$$

feltételes optimalizálási feladatának (legyen tekintettel a nem lehetséges megoldásból induló helyi keresésre)! 3 pont

5. Oldja meg a Lagrange módszer segítségével a következő feltételes optimalizálási feladatot:  $\min (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2, x_1 + x_2 - 1 = 0.$  3 pont

## Elméleti feladatok:

1. Adjon meg egy olyan optimalizálási feladatot, amelynek van olyan helyi minimumpontja, amely nem globális minimumpont, de helyi maximumpont! 4 pont
2. Mutasson olyan optimalizálási feladatot, amelyre a keresési tartomány egy harmada az egyik globális minimumpont vonzáskörzete! 4 pont
3. Igaz-e, hogy van olyan determinisztikus optimalizálási eljárás, amely csak a célfüggvény értékét kiszámító szubrutinra támaszkodik mint információforrásra, és véges számú lépésben megadja minden nemlineáris optimalizálási feladat megoldását? Indokolja! 4 pont
4. Melyik tanult globális optimalizáló eljárást használná egy olyan minimalizálási feladat megoldására, amely csak egyszerű korlátokat tartalmaz az optimalizálandó változókra, rendelkezésre áll a célfüggvény és gradiense értékét adott pontban megadó szubrutin, a célfüggvény kétszer folytonosan differenciálható, és az egyetlen globális minimumpont vonzáskörzete mértéke kb. 1%-a a keresési tartományénak? 4 pont
5. Ismertesse az egyik tanult globális optimalizálási eljárást, adja meg azt a feladatosztályt, amelynek megoldására ez különösen alkalmas, említse meg az előnyeit és hátrányait! 9 pont