D Függelék

Bevezetés a MATLAB használatába

A MATLAB egy numerikus programkönyvtár, amely elsősorban mátrixműveletek hatékony alkalmazásŕa készült (innen a neve is). Mindazok, akiknek van tapasztalata magasszintű programozási nyelvekkel, és dolgoztak már ciklusokkal, feltételes utasításokkal, szubrutinhívással, és logikai relációkkal, azok ezt a tudást közvetlenül használhatják a MATLAB alkalmazása során.

A programcsomag számos numerikus eljárást tartalmaz, könnyen használható két- és háromdimenziós megjelenítést, és magas szintű programozhatóságot. A MATLAB elsősorban azért alkalmas a közelítő számítások oktatására, mert könnyen lehet a segítségével ilyen programokat írni és módosítani.

A következő rövid bevezetés a MATLAB használatába inkább csak támogatást nyújt, de a programcsomag teljes körű megismeréséhez valamely felhasználói kézikönyvet érdemes elolvasni (pl. [5]).

A MATLAB programot a Linux és a Windows operációs rendszerekben a szokásos módon, a megfelelő ikonra való dupla kattintással lehet elindítani. Az ezután kapott párbeszédes ablakban a felhasználó által begépelt utasításokat a `>>` prompt után lehet megadni. A programból való kilépéshez egyszerűen írjuk be a `quit` vagy az `exit` utasítást a prompt után.

A tárgyalandó további nagyobb témák:

- Programozás m-fájlokkal: szkriptek
- Adattípusok (osztályok) a MATLAB-ban
- Hogyan lehet hatékony programokat írni MATLAB-ban?
- Adatállományok olvasása és írása
- Ritka mátrixok kezelése
- A MATLAB súgó rendszere
- Polinomok a MATLAB-ban

Aritmetikai műveletek és függvények

Itt és a továbbiakban is a MATLAB utasításokat `typewriter` betűtípussal írjuk. Az alapvető műveletek írásmódja nem nagyon meglepő:

`+`	összeadás
`-`	kivonás
`*`	szorzás
`/`	osztás
`^`	hatványozás
`i, pi`	a megfelelő konstansok
`NaN`	Not-a-Number, nem ábrázolható szám
`Inf`	végtelen

A programozási nyelvekben megszokott standard függvények itt is elérhetők, és nevük is közel van a szokásoshoz, pl.:

```
abs(#)   cos(#)   exp(#)   log(#)   log10(#)   cosh(#)   sin(#)
tan(#)   sqrt(#)  floor(#) acos(#)  tanh(#)
```

A # persze az adott függvény argumentumát jelöli, és további információt más függvényekről a MATLAB online súgója ad.

PÉLDA. Tekintsük a következő egyszerű képletet, amely a π egy közelítésének pontos decimális jegyei számát adja meg:

$$-\log_{10}\left(\frac{3.141626-\pi}{\pi}\right).$$

Ennek MATLAB kódja, amit tehát a $>>$ jelű prompt után kell begépelni:

```
>> -log10 ((3.141626 - pi) / pi)
```

Az ENTER megnyomása után a következő választ (answer) kapjuk:

```
ans =
      4.9741
```

Ennek eléréséhez tehát nem kellett semmit se írni a sorvégére. Ha visszaírt válasz nélkül kérjük, akkor pontosvesszőt kell írni a sor végére, mint hasonló rendszerekben.

Alapértelmezésben tehát 5 jegyet kapunk. Ha pontosabb megjelenítésre van szükség, akkor a `format long` utasítás kb. 15 decimális jegyet eredményez:

```
>> format long
3*cos(sqrt(4.7))
ans =
      -1.68686892236893
```

A felhasználók saját függvényeiket ún. M-file-okban adhatják meg. Ezek az adatállományok a MATLAB saját formátumát követik, .m kiterjesztésűek, és a MATLAB támogatja a szerkesztésüket. A fentiek szerint definiált új függvényeket ugyanúgy lehet a MATLAB-on belül használni, mint a rendszer saját függvényeit. Ha elsőre nem találja a frissen írt .m állományt, akkor ellenőrizzük a Set Path utasítást a File menüsorban, és ha kell, adjuk az új könyvtárat az eddigiekhez.

PÉLDA. Definiáljuk a $\mathrm{fun}(x) = 1 + x - x^2/4$ függvényt a MATLAB Editor/Debugger ablakában, és mentsük el a fun.m állományba. Ehhez a következő formátumot kell követni:

```
function y=fun(x)
y=1+x-x.^2/4;
```

A „.^” használatát hamarosan megmagyarázzuk. A változók és a függvények nevében használhatunk kis és nagybetűket, a lényeg az, hogy a hivatkozások során következetesen járjunk el. Ezután a MATLAB parancsablakában (Command Window) a következő módon használhatjuk a definiált függvényt:

```
>> cos(fun(3))
ans=
      -0.1782
```

A függvény kiértékelésére használhatjuk a `feval` utasítást is:

```
>> feval('fun',4)
ans=
      1
```

Vegyük észre, hogy ebben az esetben a függvény nevét karaktersorozatként kell megadni.

Műveletek mátrixokkal

A mátrixok kezelése érthető módon az erőssége a MATLAB-nak. Lényegében minden változót mátrixként kezel:

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
A=
      1 2 3
      4 5 6
      7 8 9
```

Ahogy látható, a mátrixok definiálásában a sorokat pontosvesszővel választjuk el, az egyes mátrixelemeket pedig szóközzel. A mátrixokat soronként begépelve is be lehet vinni:

```
>> A=[1 2 3
     4 5 6
     7 8 9]
A=
      1 2 3
      4 5 6
      7 8 9
```

A mátrixokat beépített függvények segítségével is generálhatjuk:

```
>>Z=zeros(3,5);          egy 3-szor 5-ös, csupa nullából álló mátrixot ad,
 >>X=ones(3,5);          egy 3-szor 5-ös, csupa egyesből álló mátrixot kapunk,
 >>Y=0:0.5:2             egy 1-szer 5-ös mátrixot generál:
Y=
   0 0.5000 1.0000 1.5000 2.0000
```

A definiált mátrixokon elemenként függvényeket lehet végrehajtani:

```
>>cos(Y)          egy megfelelő 1 × 5-ös mátrixot ad:
ans=
      1.0000 0.8776 0.5403 0.0707 -0.4161
```

A mátrixok komponenseit ügyesen lehet kezelni a MATLAB-ban, tekintsük például a következő utasításokat:

```
>>A(2,3)              az A mátrix egy elemét választja ki,
ans=
      6
A(1:2,2:3)           az A mátrix egy részmátrixát adja,
ans=
       2 3
      5 6
A([1 3],[1 3])       az A mátrix egy részmátrixa kiválasztásának egy másik módja:
ans=
      1 3
      7 9
>>A(1,1)=sin(3.14); értékadás egy mátrixelemnek.
```

A mátrixokra a következő műveleteket alkalmazhatjuk:

```
+          összeadás,
-          kivonás,
*          szorzás,
^          hatványozás, és
'          konjugált transzponálás.
```

PÉLDA. A mátrixműveletek illusztrálásaként tekintsük a következő egyszerű utasítássort:

```
>>B=[1 2;3 4];
>>C=B'
```

```
C=
      1 3
      2 4
>>3*(B*C)^3
ans=
      13080 29568
      29568 66840
```

Itt tehát C a B transzponáltja, és az utolsó mátrix a $3(B * C)^3$.

A felsoroltakon túl természetesen számos egyéb utasítás érhető el mátrixok manipulálására. Ezekkel kapcsolatban érdemes az online súgót, a felhasználói kézikönyvet, vagy más leírást (pl. [5]) tanulmányozni.

A MATLAB erőssége azon függvények széles köre, amelyek mátrixok elemein hajthatók végre. Korábban erre láttunk példát, amikor egy 1×5-ös mátrix elemeinek koszinuszát határoztuk meg. A mátrixokra vonatkozó összeadás, kivonás és skaláris szorzás természetesen mátrix elemenként történik, de a szorzás, osztás és a hatványozás már nem. Ahhoz, hogy ezeket a műveleteket a mátrixelemeken hajthassuk végre, a műveleti jelek elé egy pontot kell írni: .*, ./ és .^. A mátrixokra és azok elemeire vonatkozó műveleteket nem szabad összekeverni:

```
>>A=[1 2;3 4];
>>A^2              ez az AA mátrixszorzatot adja:
ans=
      7 10
      15 22
>>A.^2             ezzel az A mátrix elemei négyzetét kapjuk:
ans=
      1 4
      9 16
>>cos(A./2)        ezzel pedig az A mátrix elemei felének koszinuszát határozzuk meg:
ans=
      0.8776  0.5403
      0.0707 -0.4161
```

Megjelenítés

A MATLAB görbék és felületek két-, vagy háromdimenziós ábráit tudja megjeleníteni. Az itt röviden bemutatott lehetőségeken túliakat az online súgó, szakkönyv ([5]), vagy a felhasználói leírás segítségével kereshetjük meg.

A kétdimenziós görbék megjelenítésére a `plot` utasítást lehet használni. A következő példa az $y = \cos(x)$ és az $y = \cos^2(x)$ függvényeket ábrázolja a $[0, \pi]$ intervallumon:

```
>>x=0:0.1:pi;
>>y=cos(x);
>>z=cos(x).^2;
```

```
>>plot(x,y,x,z,'o')
```

Az első sor adja meg a megjelenítési tartományt, 0.1 lépésközzel. A következő kettő definiálja a két függvényt. Vegyük észre, hogy az első három sor mindegyike pontosvesszővel végződik. Ez megakadályozza, hogy az ezekben definiált mátrixok megjelenjenek a párbeszédes ablakban. A negyedik sor tartalmazza a plot utasítást, és jeleníti meg a grafikont. Az első két argumentum eredményezi az $y = \cos(x)$ függvény ábrázolását, az utolsó három pedig a $z = \cos^2(x)$ megjelenítését, éspedig úgy, hogy az egyes (x_k, z_k) pontokat 'o' jelöli.

A plot utasításnak egy hasznos alternatívája az fplot. Általános alakja a következő:

```
fplot('name',[a,b],n).
```

Ennek hatására a program veszi a `name.m` adatállományból a függvényt, és az $[a, b]$ intervallumból vett n darab alappontban meghatározott érték alapján elkészül az ábra. Az n alapértelmezése 25.

```
>>fplot('tanh',[-2,2])
```
a $\tanh(x)$ függvényt jeleníti meg a $[-2, 2]$ intervallumon.

A `plot` és a `plot3` utasítások alkalmasak paraméteres függvények két-, illetve háromdimenziós ábrázolására. Ezek különösen differenciálegyenletek megoldásának megjelenítésére alkalmasak. Például a $c(t) = (2\cos(t), 3\sin(t))$ ellipszist a $0 \leq t \leq 2\pi$ tartományon a következő utasítással lehet ábrázolni:

```
>>t=0:0.2:2*pi;
>>plot(2*cos(t),3*sin(t))
```

A $c(t) = (2\cos(t), t^2, 1/t)$ 3-dimenziós görbe képét a $0.1 \leq t \leq 4\pi$ paraméter-tartományon pedig a következő utasítással lehet ábrázolni:

```
>>t=0.1:0.1:4*pi;
>>plot3(2*cos(t),t.^2,1./t)
```

A háromdimenziós felületek ábrázolásához egy téglatestet kell megadni a felület értelmezési tartományán, amelyet a `meshgrid` paranccsal lehet definiálni. Ezután a `mesh` vagy a `surf` parancsokkal kapjuk az ábrát, mint a következő példában is:

```
>>x=-pi:0.1:pi;
>>y=x;
>>[x,y]=meshgrid(x,y);
>>z=sin(cos(x+y));
>>mesh(z)
```

(Vegyük észre, hogy az utolsó sorban egyik példában sincs pontosvessző a sor végén.)

Programok, ciklusok, vezérlés

A logikai és relációs jelek, műveletek a MATLAB-ban is hasonlók a magasszintű programozási nyelvekben megszokottakhoz:

Relációjelek:

==	egyenlő
~=	nem egyenlő
<	kisebb
>	nagyobb
<=	kisebb vagy egyenlő
>=	nagyobb vagy egyenlő

Logikai műveletek és konstansok:

~	negáció
&	és
|	vagy
1	igaz
0	hamis

A `for`, `if` és `while` utasítások a MATLAB-ban is úgy működnek, mint a hasonló programozási nyelvekben. Ezeknek az alapvető formája:

```
for (ciklusváltozó = kifejezés)
     utasítások
end

if (logikai kifejezés)
     utasítások
else
     utasítások
end

while (kifejezés)
     utasítások
end
```

A következő példa azt mutatja, hogyan lehet egymásbaágyazott ciklusokkal egy mátrixot generálni. Ha a példaprogramot `nest.m` néven mentjük el, akkor a MATLAB promptjához `nest`-et írva az A mátrixot eredményezi. Vegyük észre, hogy a mátrix bal felső sarkából kiindulva a Pascal háromszöget kapjuk.

```
for i=1:5
    A(i,1)=1;A(1,i)=1;
end
for i=2:5
    for j=2:5
        A(i,j)=A(i,j-1)+A(i-1,j);
    end
end
A
```

A `break` parancs hatására befejeződik egy ciklus:

```
for k=1:100
    x=sqrt(k);
    if ((k>10)&(x-floor(x)==0))
      break
    end
end
k
```

A `disp` utasítás szöveg, vagy egy mátrix kiíratására használható:

```
n=10;
k=0;
while k<=n
    x=k/3;
    disp([x x^2 x^3])
    k=k+1;
end
```

A MATLAB programírás hatékony módja a felhasználó által definiált függvények összeállítása. Ezek input és output paramétereket is használhatnak, és más programokból szubrutinként hívhatók. Ennek bemutatására tekintsük a következő egyszerű programot, amit a MATLAB File / New menüpontban elérhető Editor / Debugger segítségével szerkesszünk meg, és mentsük el `pasc.m` néven.

```
function P=pasc(n,m)
%Input    - n a sorok száma
%         - m a prímszám
%Output   - P a Pascal háromszög

for j=1:n
    P(j,1)=1;P(1,j)=1;
end
for k=2:n
    for j=2:n
        P(k,j)=rem(P(k,j-1),m)+rem(P(k-1,j),m);
```

```
    end
end
```

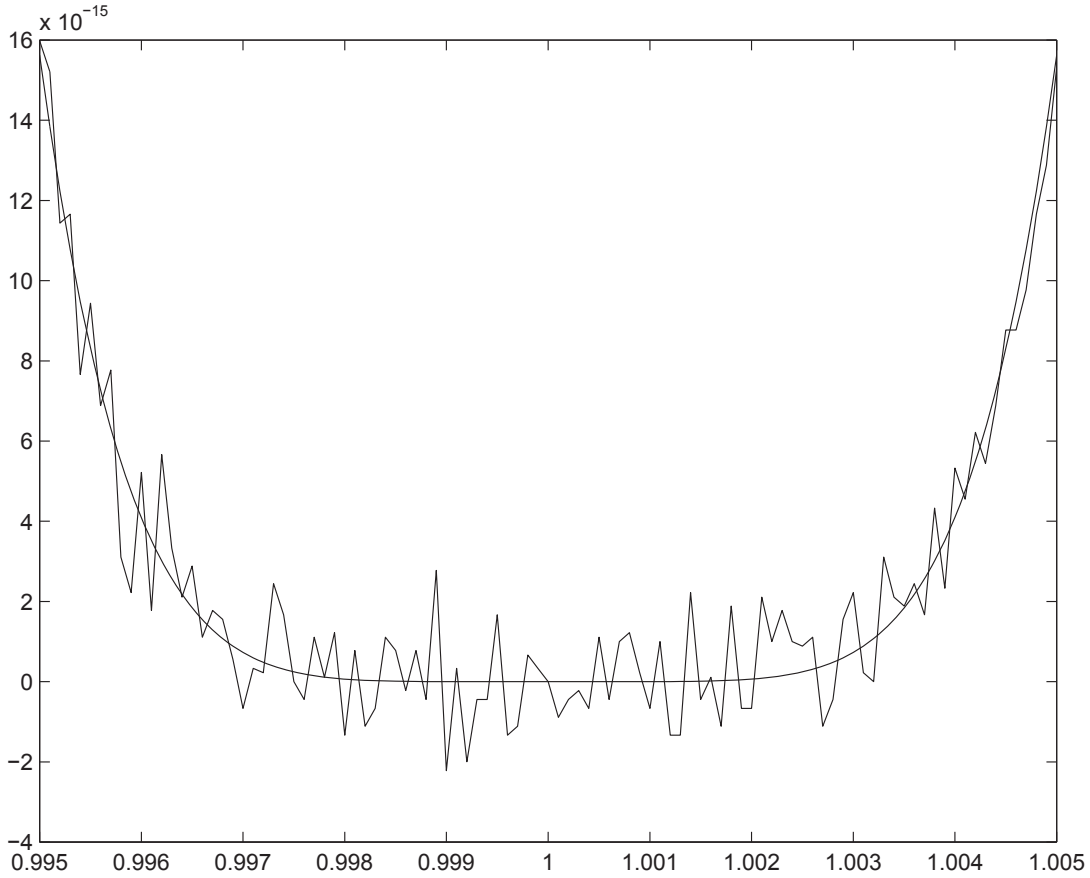
Ezután a MATLAB parancssorába írjuk be azt, hogy `P=pasc(5,3)`, és láthatjuk a mod 3 Pascal háromszög első 5 sorát. A másik érdekes teszt `P=pasc(175,3);` (most fontos a pontosvessző), és aztán gépeljük be azt, hogy `spy(P)`, ami ritka mátrixot generál nagy n esetén.

PÉLDA. Az alábbi rövid Matlab program megjeleníti az $y = (1-x)^6$ függvényt, és ennek Horner-elrendezés szerint átrendezett, de ekvivalens alakját, ahol

$$z = ((((((x-6)*x+15)*x-20)*x+15)*x-6)*x+1).$$

```
>> x = (9950:10050)/10000; % definialja a pontsorozatot
>> y = (1-x).^6;
>> z = ((((((x-6).*x+15).*x-20).*x+15).*x-6).*x+1);
>> plot(x,[y;z]); % egy grafikont jelenit meg
>> print -deps hornerdemo.ps % kiirja egy fajlba
```

A kapott ábra a két nagyon eltérő görbével (a sima az $(1-x)^6$):



Néhány olyan Matlab utasítás, amely az adott számítógép, illetve a szoftver környezet megismerését szolgálja:

az `eps` a gépi pontosság aktuális értékét adja,

a `computer` azonosítja a használt számítógép típusát,

a `realmax` a legnagyobb pozitív gépi szám,

a `realmin` a legkisebb pozitív gépi szám.

Végül, meglepetésként gépeljük be `spy` utasítást, és a sorvégi pontosvessző nélkül nyomjuk meg az Enter gombot.