3. Gyakorlat Fourier-transzformáció

Ha adott egy színuszos jellegű függvény, akkor azt fel lehet bontani különböző frekvenciájú és amplitúdójú szinusz-harmonikusokra. A négyszögjel pl. a legtökéletesebb szinusz, mivel minden felharmonikusát tartalmazza.



A Fourier-transzformáció a képfeldolgozásban képszűrésre használható. A képszűrést ebben az esetben nem a képtérben, hanem a frekvencia térben végezzük. Zajos kép esetén a zajt Fourier-térben el tudjuk törölni, és egy inverz Fourier-transzformációval visszakaphatjuk a javított képet.

Fourier-transzformáció négyszögjelen

Milyen eredményt kapunk, ha elvégzünk egy Fourier-transzformációt az alábbi négyszögjelen?



A négyszögjelet a *Glyphs* \rightarrow *Input/Output* \rightarrow *Generate Data* \rightarrow *Constant* dobozzal tudjuk beállítani. A párbeszédablakában állítsuk be a Width paramétert 150-re és a *Real Constant Level* paramétert pedig 100-ra. Ezután a *Glyphs* \rightarrow *Data manip* \rightarrow *Size & Region Operators* \rightarrow *Pad* dobozban állítsuk a *Width* paramétert 256-ra (fontos, hogy 2-hatvány legyen) és az eltolást (*Width* offset) 70-re. A Fourier-transzformációt a *Glyphs* \rightarrow *Arithmethic* \rightarrow *Linear Transforms* **\rightarrow ***FFT* dobozzal hajtjuk végre.

Fourier-transzformáció szinuszoidok összegén:

Már esett szó arról, hogy a négyszögjel tartalmazza a legtöbb szinusz-felharmonikust. A következőkben három (különböző frekvenciájú és amplitúdójú) szinusz hullám összegéből határozzuk meg a komponenseket Fourier-transzformáció segítségével.





A három szinuszhullám összege



A Fourier-transzformáció eredménye

Azt kaptuk eredményül, hogy frekvencia-térben három, egymástól jól elkülöníthető impulzus jelent meg. Ezek az impulzusok megfelelnek az egyes frekvenciáknak. Érdekesség képpen a FFT doboz után lehet kötni egy IFFT műveletet és megnézni annak az eredményét. (Az IFFT komplex értékeket fog visszaadni, azt át kell alakítani valós számmá!) Az inverz fourier-transzformációról a következő bekezdésben lesz szó.

Fourier-transzformáció és inverz Fourier-transzformáció

A következő példában nézzünk egy olyan műveletsort, amelyben egy Fourier-transzformáció után végrehaitunk egy inverz Fourier-transzformációt! Inputként használiuk a sirályos képet! Az első Fourier-transzformáció forward transzformáció, míg a második egy inverz transzformáció. Mindkét esetben a *Glyphs* \rightarrow *Arithmethic* \rightarrow *Linear Transforms* \rightarrow *FFT* dobozt kell használni, csak inverz transzformációnál át kell állítani a doboz párbeszédablakában az FFT direction paramétert. Azt tapasztaljuk, hogy az inverz Fourier-transzformáció után a kép intenzitása megnőtt. Ez azért van, mert a **Display Image** dobozban alapvetően a magnitúdó jelenik meg. A Fourier-transzformáció során komplex számok keletkeznek, és a valós és komplex értékek magnitúdója nagyobb intenzitást eredményez, mint az eredeti diszkrét értékek. Ahhoz, hogy az eredetihez hasonló képet kapjunk *Glyphs* \rightarrow *Arithmetic* \rightarrow *Complex* vissza. megjelenítés előtt használni kell egy а **Operators** → **Complex To Real** dobozt.



Alul- és felüláteresztő szűrők

A Fourier-transzformáció segítségével frekvenciatérben végezhetünk a képen módosításokat. Ez egyben azt is jelenti, hogy a képeken kiszűrhetjük vagy eltüntethetjük az éleket pusztán azzal, hogy kiemeljük vagy elnyomjuk a magas frekvenciákat. Ezekre műveletekre használhatjuk a Khoros Cantata-ban megtalálható alul- és felüláteresztő szűrőket.

A következő példában láthatjuk, hogy hogyan használhatjuk ezeket a szűrőket. A *Glyphs* \rightarrow *Image Proc* \rightarrow *Frequency Filter* \rightarrow *High-Pass* és *Glyphs* \rightarrow *Image Proc* \rightarrow *Frequency Filter* \rightarrow *Low-Pass* dobozzal megadhatjuk a frekvencia térben azt a részt (azokat a frekvenciákat), amelyeket szeretnénk elnyomni, vagy átengedni. Hogy meg tudjuk jeleníteni a filtereket, használjuk a *Glyphs* \rightarrow *Arithmetic* \rightarrow *Complex Operators* \rightarrow *Magnitudes* dobozt. Az alul- és felüláteresztő szűrőket Khoros Cantata-ban úgy tudjuk használni, hogy a kimenetüket összeszorozzuk (*Glyphs* \rightarrow *Arithmetic* \rightarrow *Operand Arithmetic* \rightarrow *Multiply*) a Fourier-transzformáció eredményével. Ha az így előállított frekvenciatérre egy inverz Fourier-transzformációt hajtunk végre, akkor az eredmény képeken csak azok a frekvenciák fognak látszódni, amit a szűrő átengedett. Tekinthetjük úgy is, hogy az aluláteresztő szűrő a magas frekvenciákat, a felül áteresztő szűrő pedig az alacsony frekvenciákat tarkarja le. Az eredmény képeken megfigyelhető egy hullámosodás az ilyen jellegű frekvencia szűrés következményeként.





Ezek a szűrők nem csak képekre alkalmazhatóak, hanem színuszos görbékre is. Végezzünk sávátersztő szűrést egy ilyen négyszög impulzusra! A sávszűrés nem más, mint az alul- és felüláteresztő szűrés együttes alkalmazása. A Khoros Cantata-ban a sávszűrő doboz a Glyphs → Image Proc → Frequency Filters → Band-Pass menüpontban található. A dobozok párbeszédpaneljén állítsunk be különböző sávokat.











Fourier-transzformáció tulajdonságai:



