

11. Alakzatjellemezők

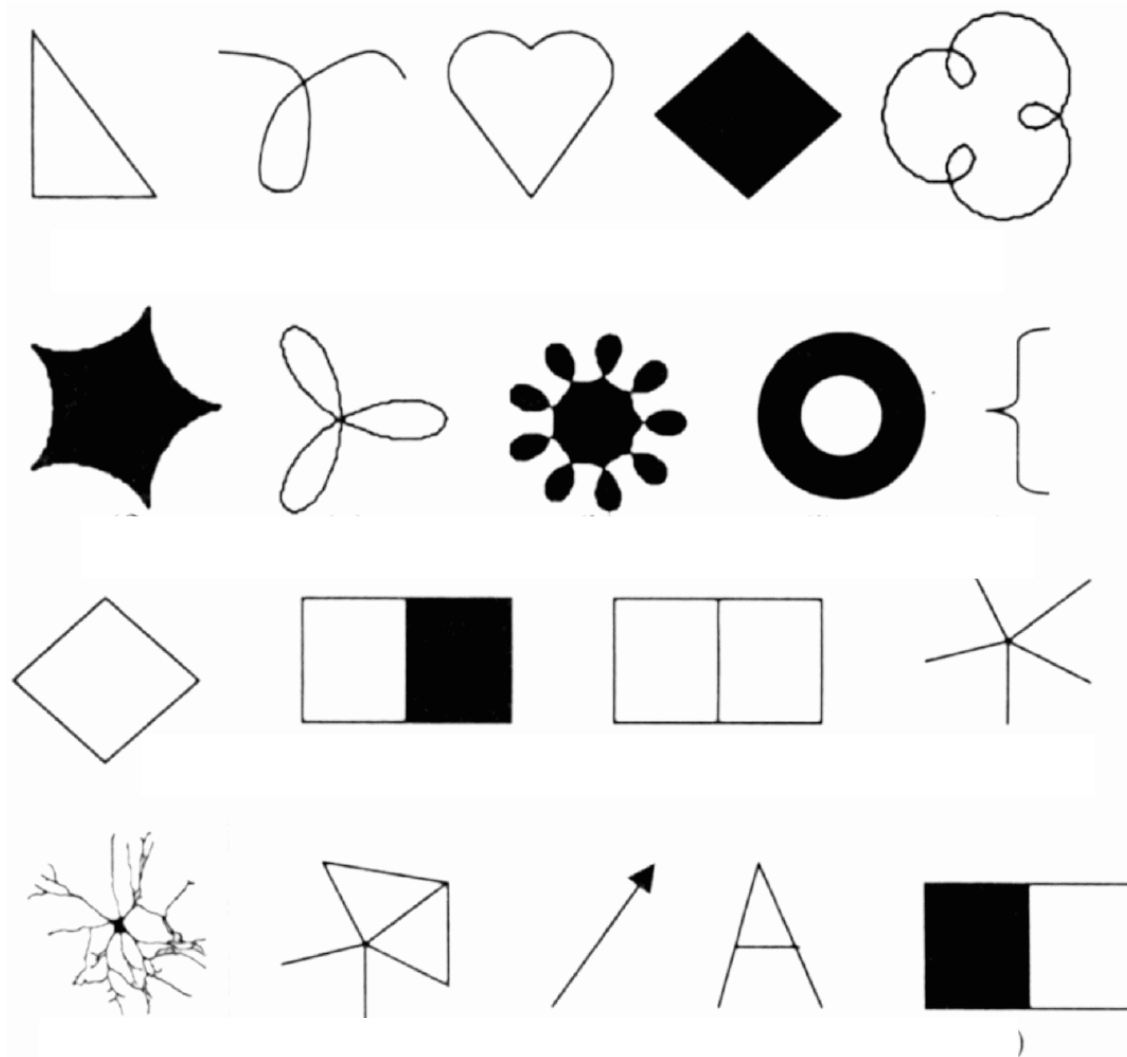
Kató Zoltán

Képfeldolgozás és Számítógépes Grafika tanszék

SZTE

<http://www.inf.u-szeged.hu/~kato/teaching/>

Alakzat = pontok összefüggő rendszere



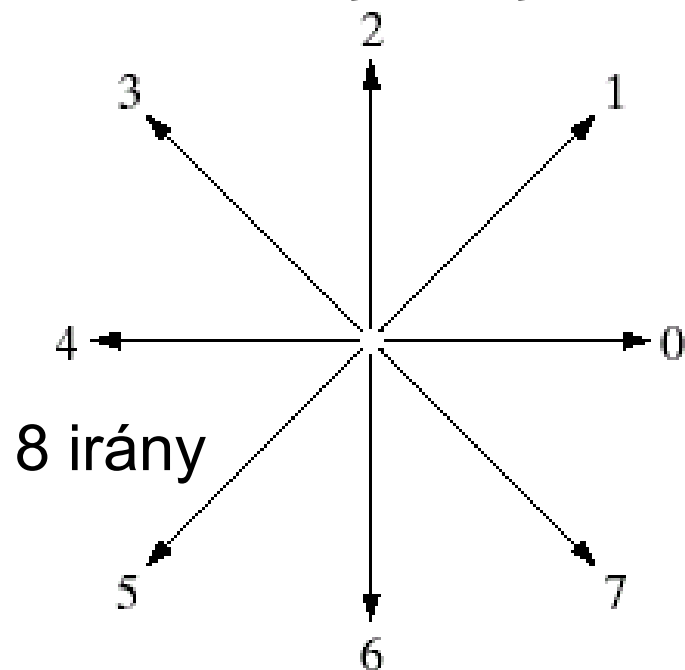
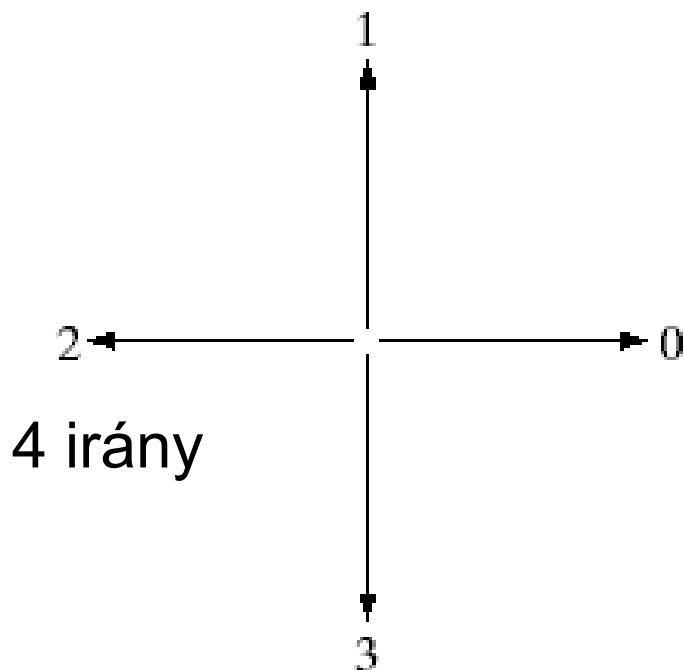
példák síkbeli alakzatokra

Az alakreprezentáció fő módszerei

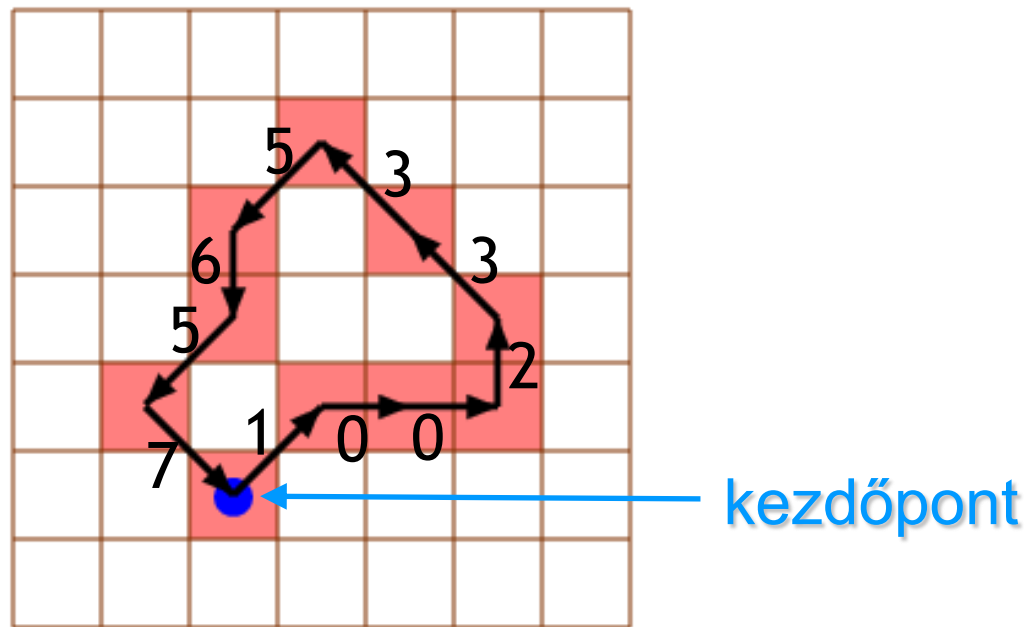
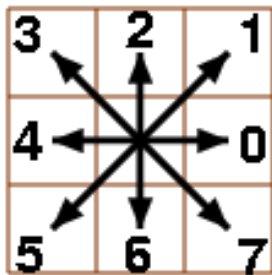
- **az objektumot körülvevő határ leírása**
 - lánckód, alakleíró szám
 - kerület, terület, kompaktság, cirkularitás,
 - közelítés poligonnal,
 - parametrikus kontúr, határvonal leíró függvény,
 - meredekségi hisztogram,
 - görbület, energia
 - strukturális leírás.
- **transzformációs megközelítés**
 - Fourier alapú leíró
- **az objektum által elfoglalt régió leírása**
 - befoglaló téglalap, rektangularitás
 - főtengely, melléktengely, átmérő, excentricitás, főtengely szöge
 - konvex burok, konvex kiegészítés, konkávitási fa,
 - particionált határ, vetületek, törés-költség
 - topológiai leírások, Euler-szám, szomszédsági fa, váz,
 - momentumok, invariáns momentumok

Lánckód (chain code)

- Az alakzat határpontjait követi, láncolja az óramutató járásával ellentétes irányban.
- Határpont: az alakzatnak olyan pontja, melynek van az alakzathoz nem tartozó 8-, ill. 4-szomszédja (4, ill. 8 irány esetén).
- A lánckód elemeit az elmozdulások kódjai adják

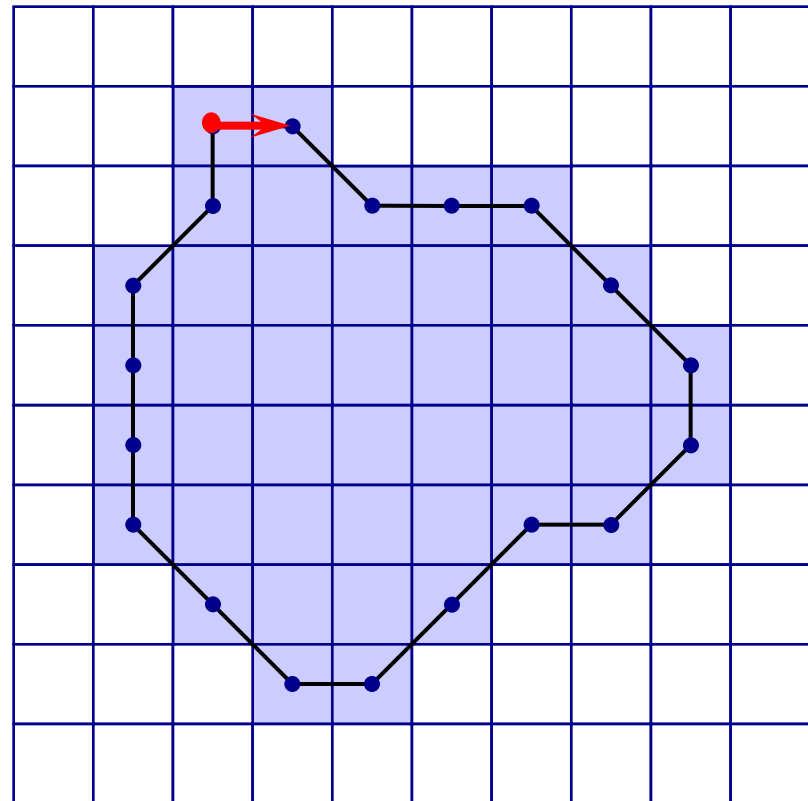
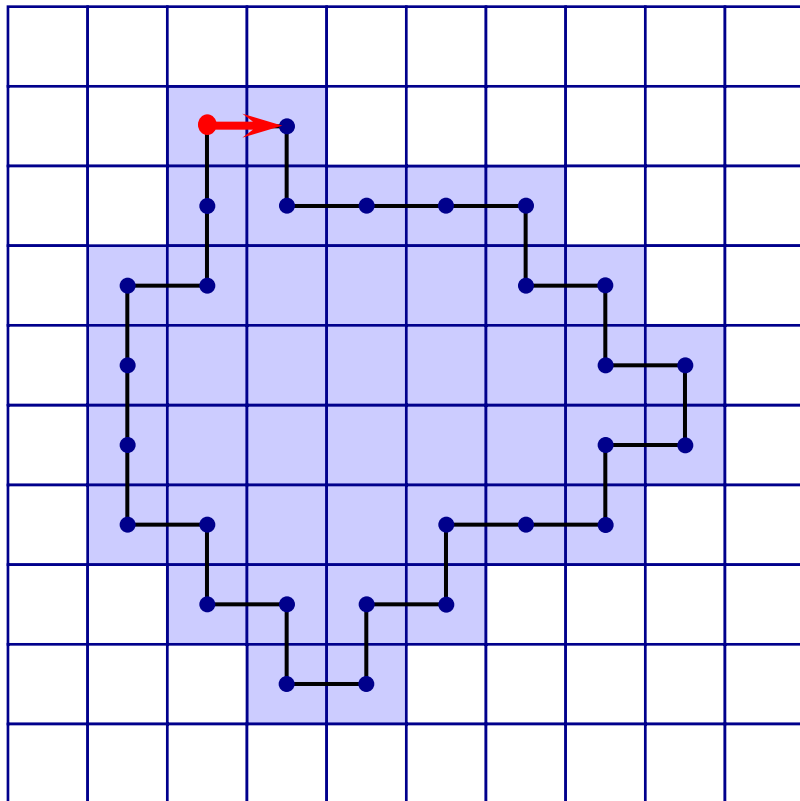


Példa 8-as lánckódra



lánckód: 1 0 0 2 3 3 5 6 5 7

Példa 4-es és 8-as lánckódra



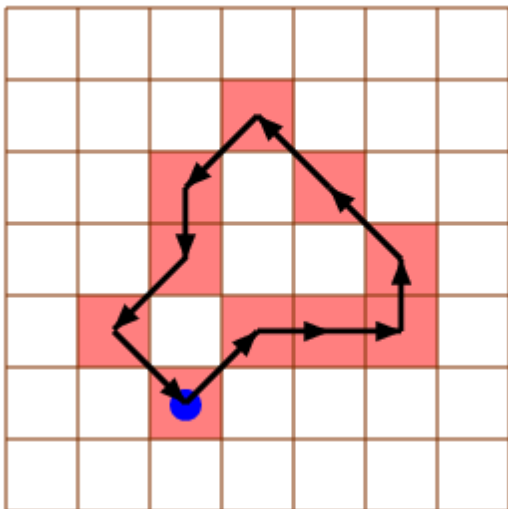
0300030303232232321212111011

0700776545543322212

Normalizált lánckód

- Különböző kezdőpontok választása a lánckód ciklikusan permutált változatait eredményezi.
- Különbségkód: a lánckód első deriváltja, a szomszédos elemek közötti elmozdulások száma.
- Normalizálás: addig permutáljuk ciklikusan a különbségkódot, amíg a legkisebb értékű kódot (a legkisebb 4-es, ill. 8-as számrendszerbeli számot) kapjuk.
- Alakleíró szám: a normalizált különbségkód (nem függ a kezdőpont választásától).

Normalizálás, alakleíró szám

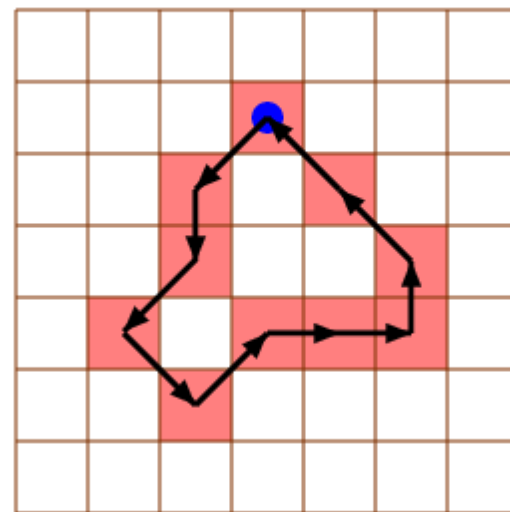


lánckód: 1002335657

különbségkód: 7021021722

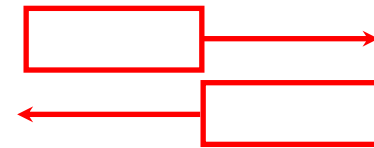


alakleíró szám: 0210217227



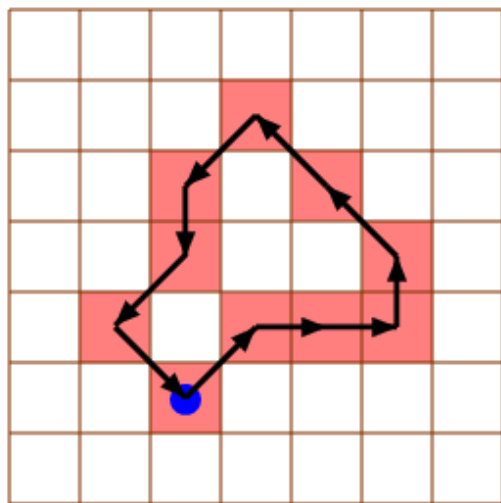
lánckód: 5657100233

különbségkód: 1722702102

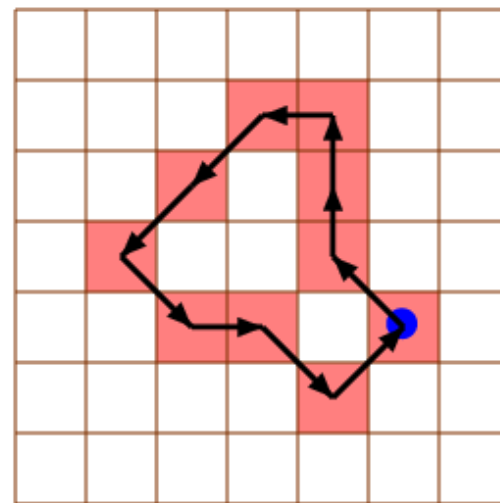


alakleíró szám: 0210217227

Normalizált lánckód és a forgatás



lánckód: 1002335657
 különbségkód: 7021021722
 alakleíró szám: 0210217227



lánckód: 3224557071
 különbségkód: 7021021722
 alakleíró szám: 0210217227

Invariáns a forgatásra, ha a forgatási szög $k \cdot \pi/2$.

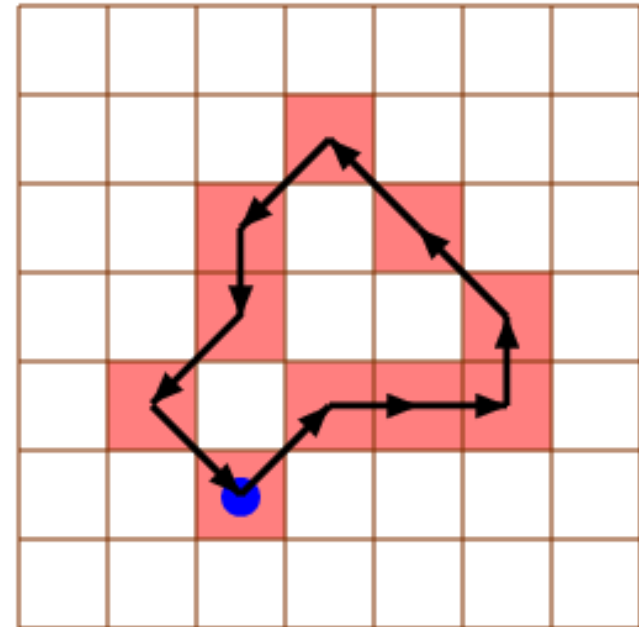
A lánckód tulajdonságai

- **Előnyök** (a mátrixos reprezentációval szemben):
 - **kompakt (tömör),**
 - **eltolás-invariáns,**
 - **gyors algoritmus,**
 - **gyorsan rekonstruálható belőle az alakzat**
- **Hátrányok:**
 - **nem forgás-invariáns,**
 - **nem skála-invariáns,**
 - **a pontosság legfeljebb pixelnyi lehet,**
 - **érzékeny a zajra.**

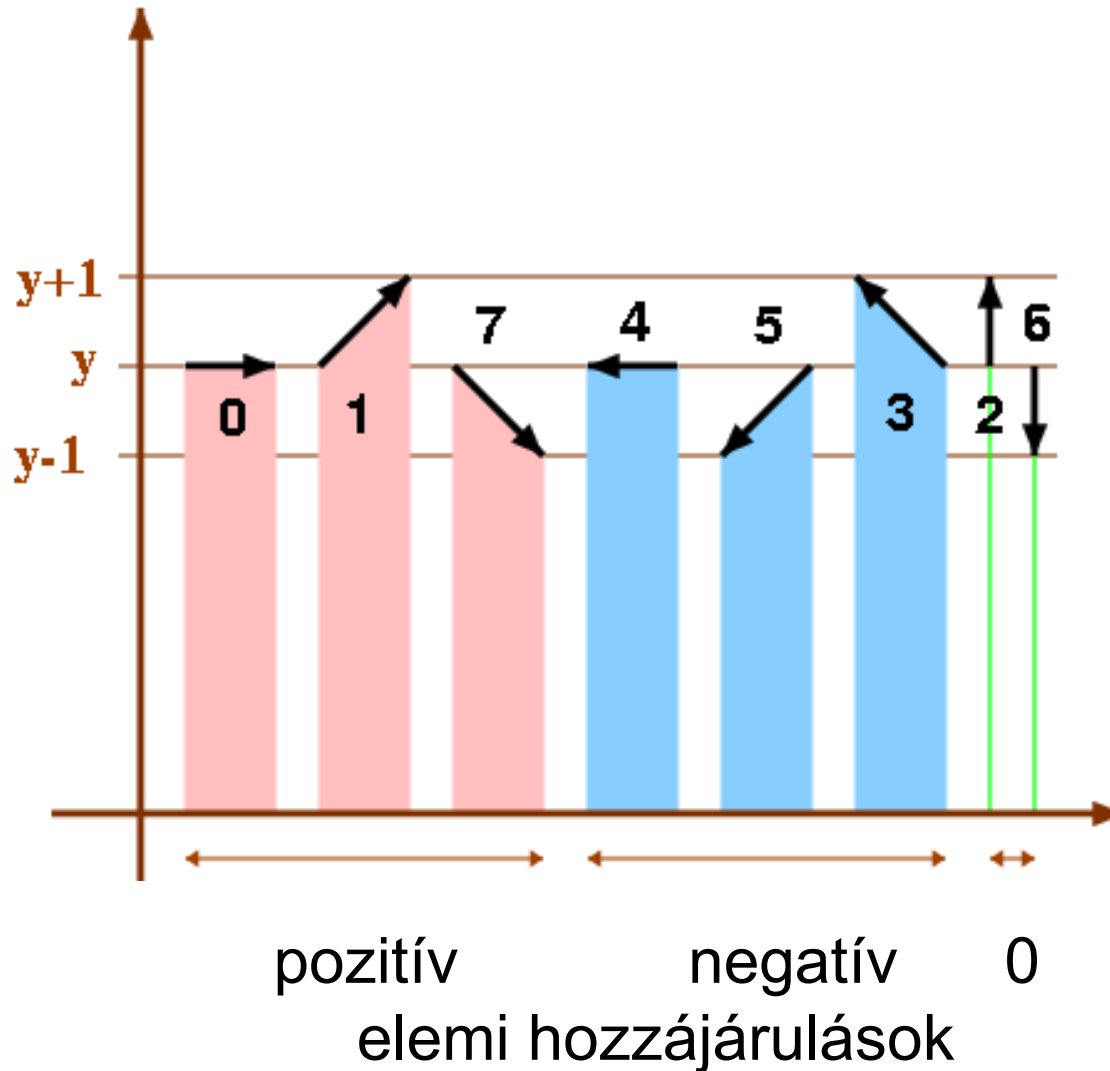
Kerület számítása 8-as lánckódból

lánckód: 1 0 0 2 3 3 5 6 5 7
 rend (a lánckód hossza): 10
 páros elemek száma: 4
 páratlan elemek száma: 6
 kerület: 12.485

$$\text{kerület} = 1 \cdot (\text{páros elemek száma}) + \sqrt{2} \cdot (\text{páratlan elemek száma})$$



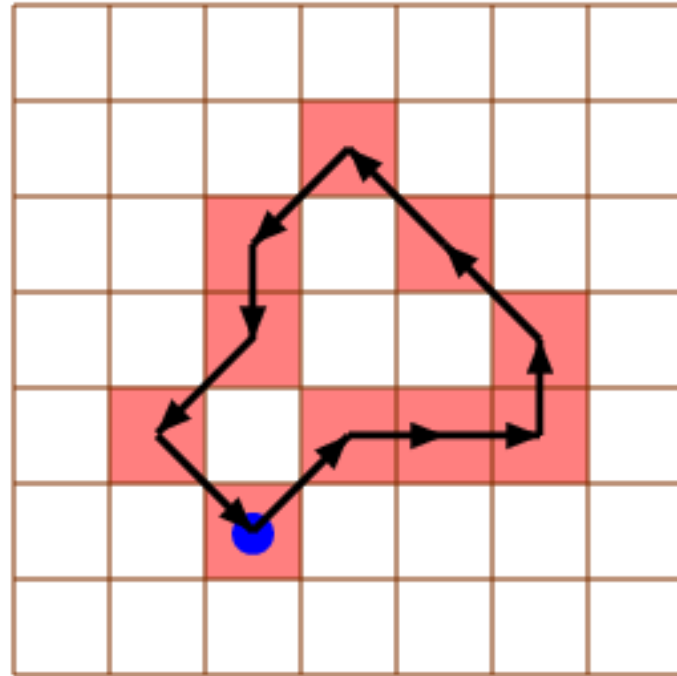
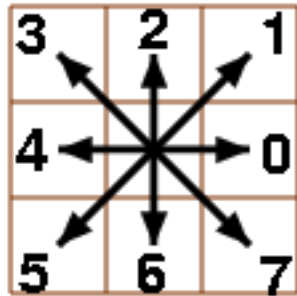
Területszámítás 8-as lánckódból



Területszámítás 8-as lánckódból

```
area = 0;
y = 0;
for each element code
  if code=0 then  $\Delta$ area=y;           y=y;
  if code=1 then  $\Delta$ area=y+0.5;       y=y+1;
  if code=2 then  $\Delta$ area=0;           y=y+1;
  if code=3 then  $\Delta$ area=-(y+0.5);   y=y+1;
  if code=4 then  $\Delta$ area=-y;          y=y;
  if code=5 then  $\Delta$ area=-(y-0.5);   y=y-1;
  if code=6 then  $\Delta$ area=0;           y=y-1;
  if code=7 then  $\Delta$ area=y-0.5;     y=y-1;
  area = area +  $\Delta$ area;
endfor
area = abs(area);
```

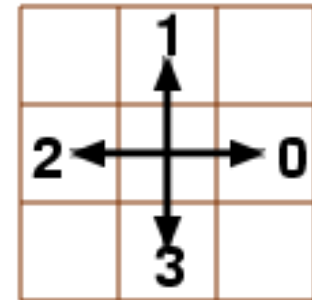
Példa területszámításra



kód:	–	1	0	0	2	3	3	5	6	5	7	–
y:	0	0	1	1	1	2	3	4	3	2	1	0
Δ area:	–	0.5	1	1	0	-2.5	-3.5	-3.5	0	-1.5	0.5	–
area:	0	0.5	1.5	2.5	2.5	0	-3.5	-7	-7	-8.5	-8	8

Területszámítás 4-es lánckódból

```
area = 0;
y = 0;
for each element code
    if code=0 then  $\Delta$ area = -y;
                    y = y;
    if code=1 then  $\Delta$ area = 0;
                    y = y + 1;
    if code=2 then  $\Delta$ area = y;
                    y = y;
    if code=3 then  $\Delta$ area = 0;
                    y = y - 1;
    area = area +  $\Delta$ area;
endfor
area = abs(area);
```

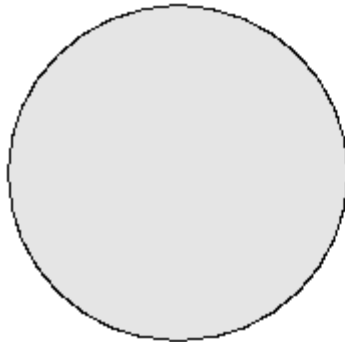


Kompaktság

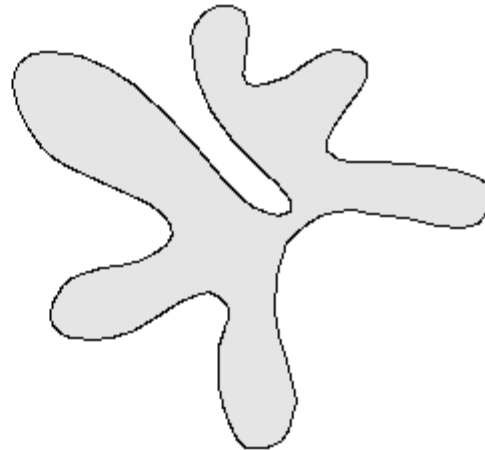
kompaktság = $(\text{kerület})^2 / \text{terület}$

pl. kör: $4\pi \approx 12.6$

négyzet: 16



erősen kompakt



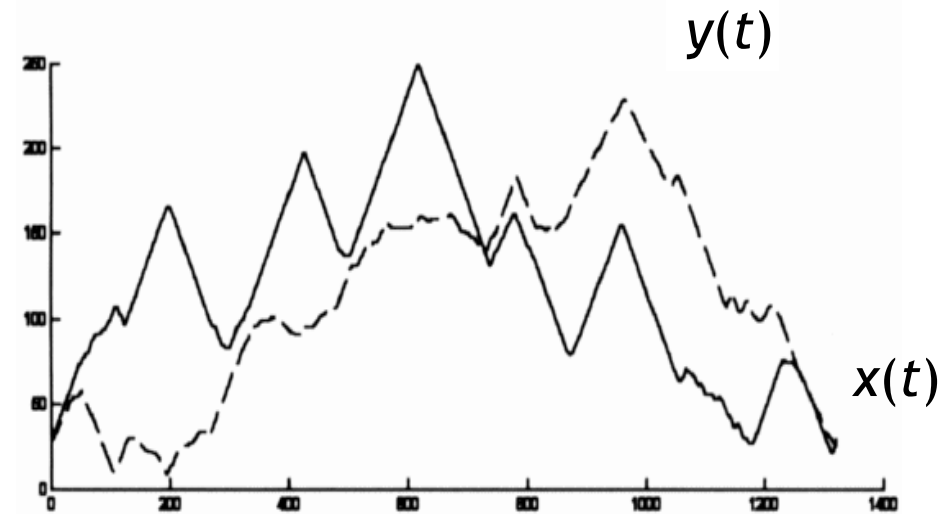
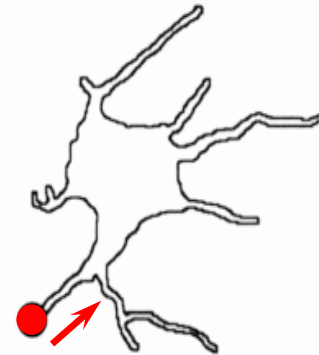
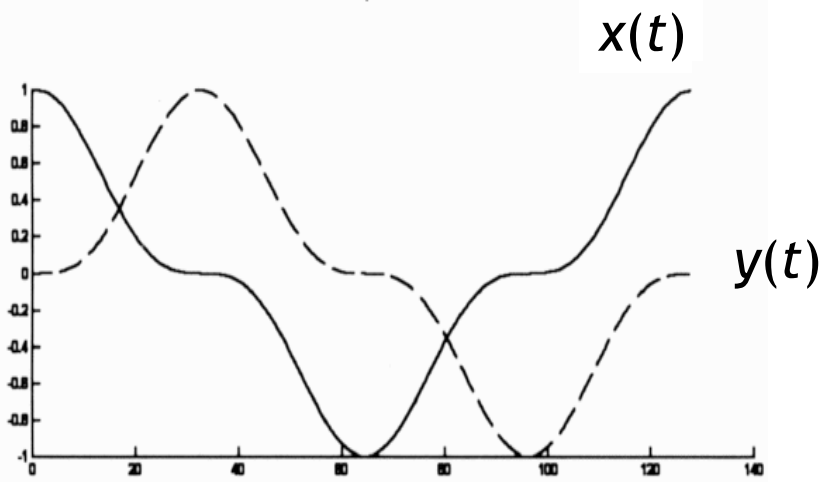
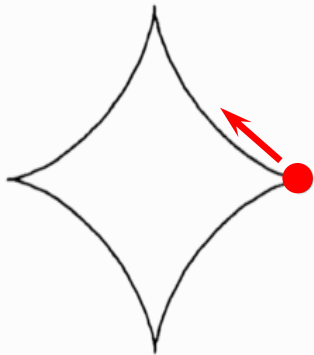
gyengén kompakt

Cirkularitás (körszerűség)

$$\begin{aligned}\text{cirkularitás} &= 1 / \text{kompaktság} \\ &= \text{terület} / (\text{kerület})^2\end{aligned}$$

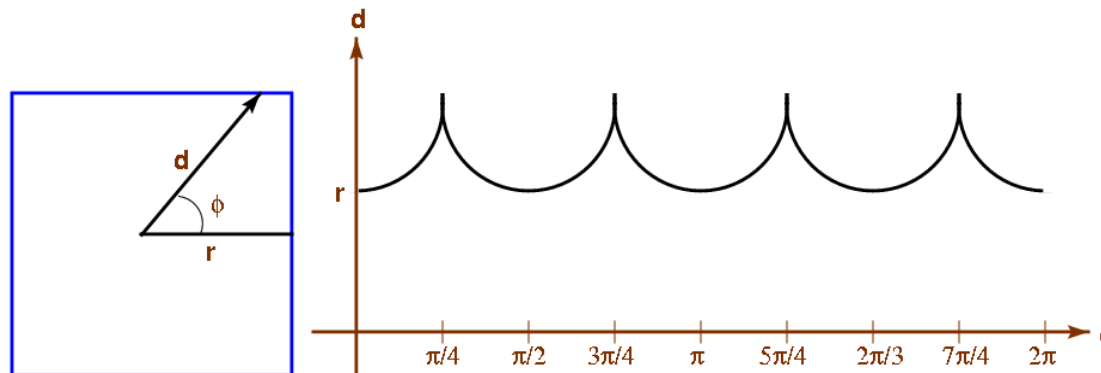
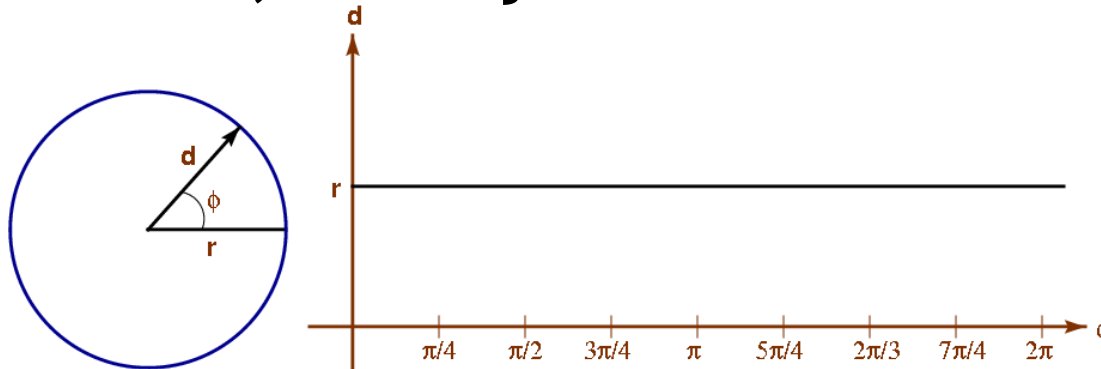
maximális a körre: $1 / (4\pi) \approx 0.08$.

Parametrikus kontúr: $s(t)=(x(t), y(t))$



Leírás egyváltozós függvényekkel (signatures)

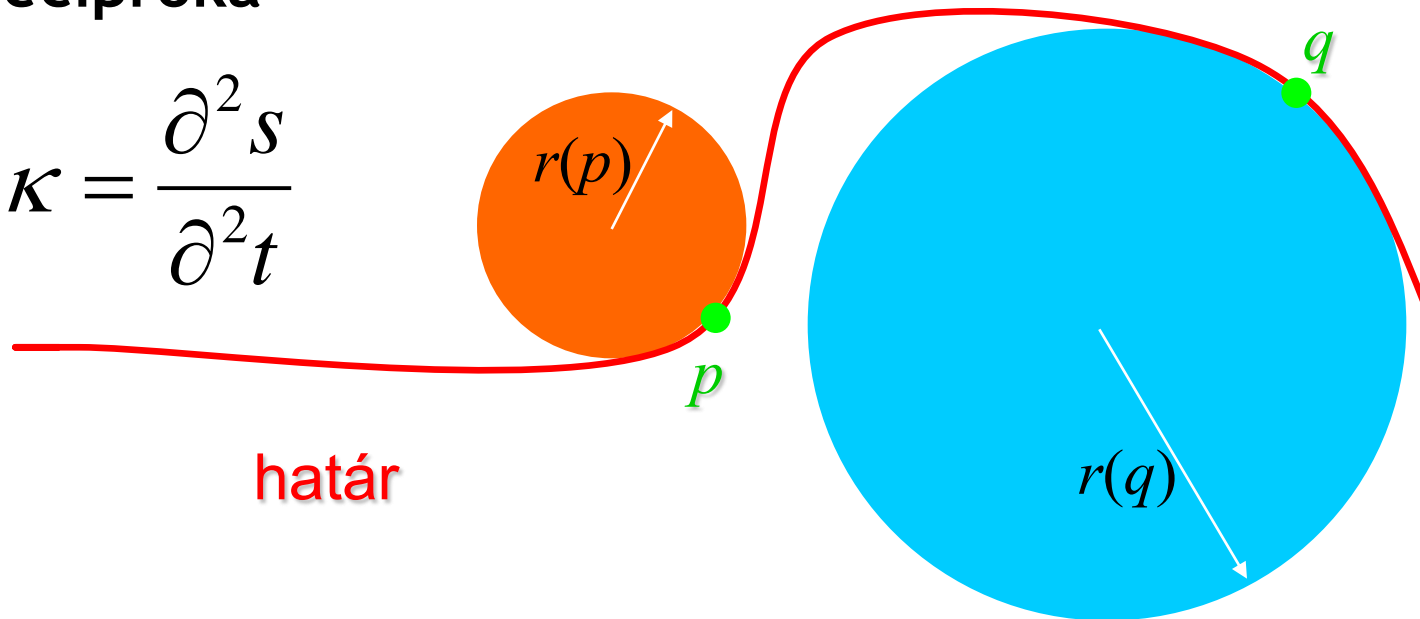
- Pl. a súlypontnak a határtól vett távolságát a szög függvényében fejezi ki.
- Függ az alakzat méretétől és a határon vett kezdőpont megválasztásától, ezért a jellemző normalizálásra szorul.



Görbület

- Az $s(t)$ görbe (parametrikus kontúr) második deriváltja
- szemléletesen: a határhoz rajzolt érintőkör sugarának reciproka

$$\kappa = \frac{\partial^2 s}{\partial^2 t}$$



$$r(p) < r(q) \quad \Rightarrow \quad \kappa(p) > \kappa(q)$$

Kontúr energia

A határ energiája :

$$E = \frac{1}{L} \int_0^L \kappa(p)^2 dp ,$$

ahol L a határ hossza.

Rögzített terület mellett a kör energiája

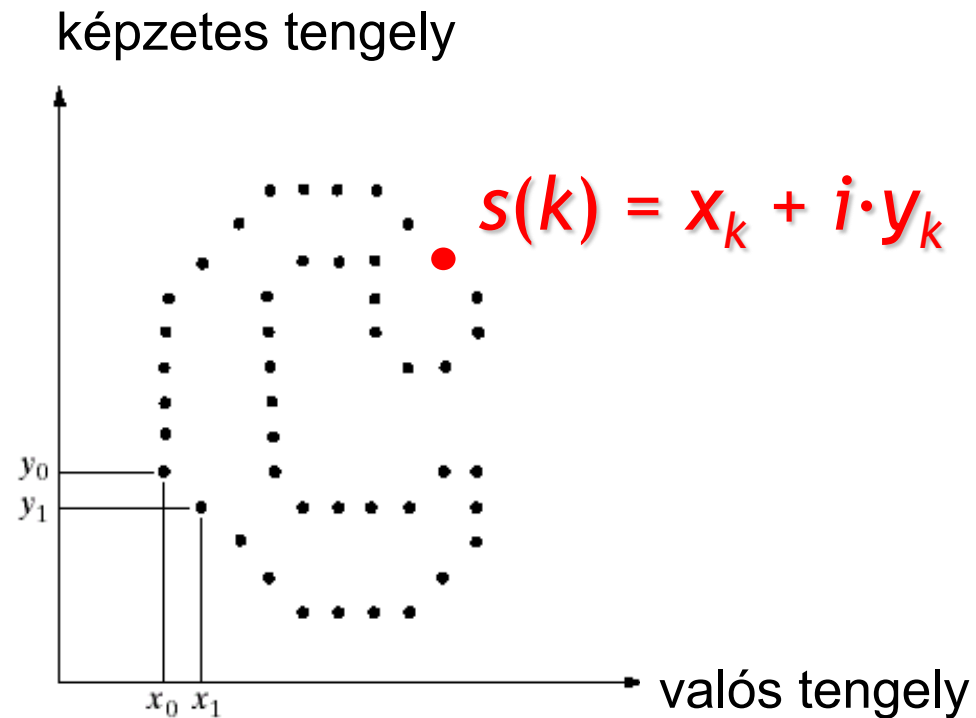
a minimális :

$$E = \left(\frac{1}{r} \right)^2 ,$$

ahol r a kör sugara.

Fourier leírás

- Transzformáljuk a határ K darab mintavételezett pontjából (mint komplex $s(k)$ számokból) képzett \underline{s} vektort.
- Az eredményül kapott \underline{a} vektor (komplex $a(k)$ együtthatók) adják a Fourier leírást.
- Az alakzat rekonstrukciójához az inverz Fourier-transzformációt kell végrehajtani.



Fourier leírás

A határpontok Fourier-transzformáltja:

$$a(j) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} s(k) \cdot e^{-2\pi i j k / K} \quad (j = 0, 1, \dots, K-1)$$

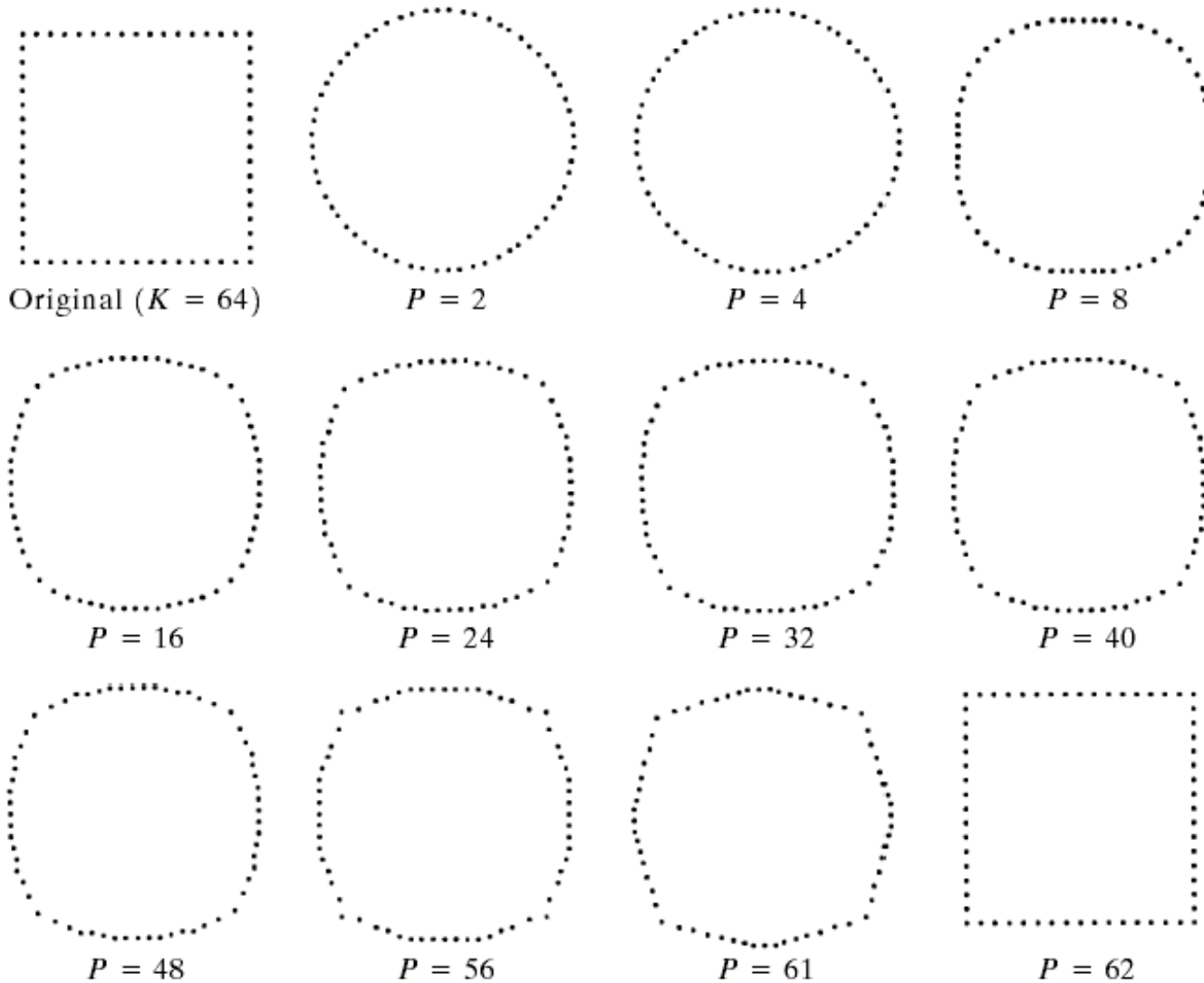
Az együtthatók inverz Fourier-transzformáltja:

$$s(k) = \frac{1}{K} \sum_{j=0}^{K-1} a(j) \cdot e^{2\pi i j k / K} \quad (k = 0, 1, \dots, K-1)$$

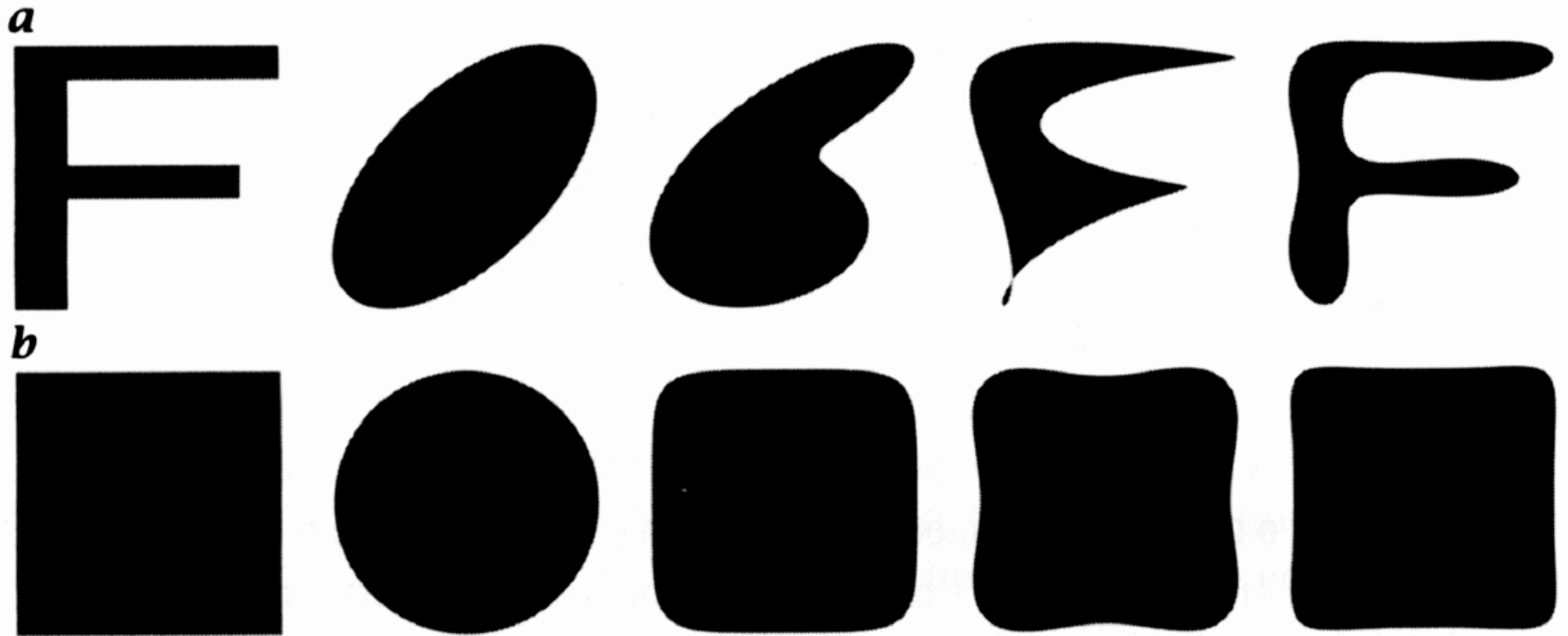
Reprezentáció $P \leq K$ darab együttható alapján:

$$\hat{s}(k) = \frac{1}{K} \sum_{j=0}^{P-1} a(j) \cdot e^{2\pi i j k / K} \quad (k = 0, 1, \dots, P-1)$$

Példa Fourier leírásra



Példa Fourier leírásra



Egy F betű (*a*) és egy négyzet (*b*) kontúrjainak rekonstrukciója 2, 4, 6 és 8 együtthatóból.

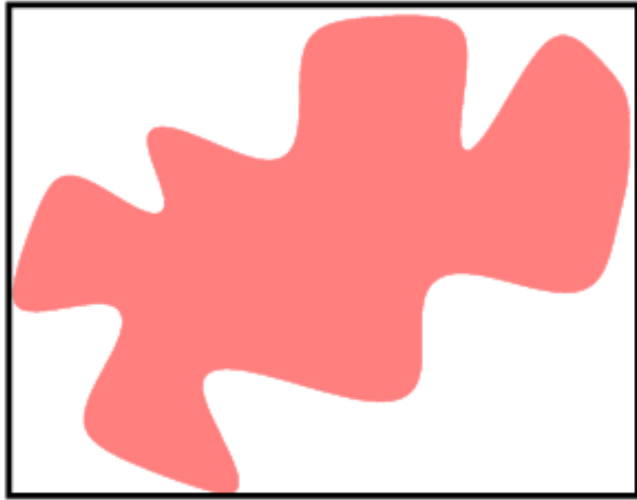
Invariancia

transzformáció	határ	Fourier leírás
identikus	$s(k)$	$a(u)$
elforgatás	$s_r(k) = s(k)e^{j\theta}$	$a_r(u) = a(u)e^{j\theta}$
eltolás	$s_t(k) = s(k) + \Delta_{xy}$	$a_t(u) = a(u) + \Delta_{xy}\delta(u)$
skálázás	$s_s(k) = \alpha s(k)$	$a_s(u) = \alpha a(u)$
kezdőpont	$s_p(k) = s(k - k_0)$	$a_p(u) = a(u)e^{-j2\pi k_0 u/K}$

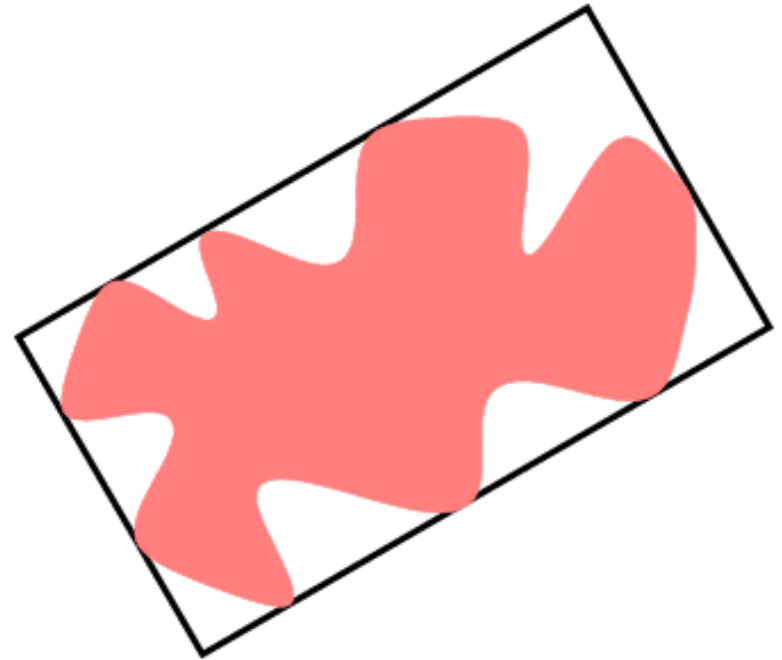
Régió alapú alakleírás

- befoglaló téglalap, rektangularitás
- főtengety, melléktengely, átmérő, excentricitás, főtengety szöge
- konvex burok, konvex kiegészítés, konkávitási fa, partícionált határ,
- vetületek, törés-költség
- topológiai leírások, Euler-szám, szomszédsági fa,
- váz,
- momentumok, invariáns momentumok

Befoglaló téglalap



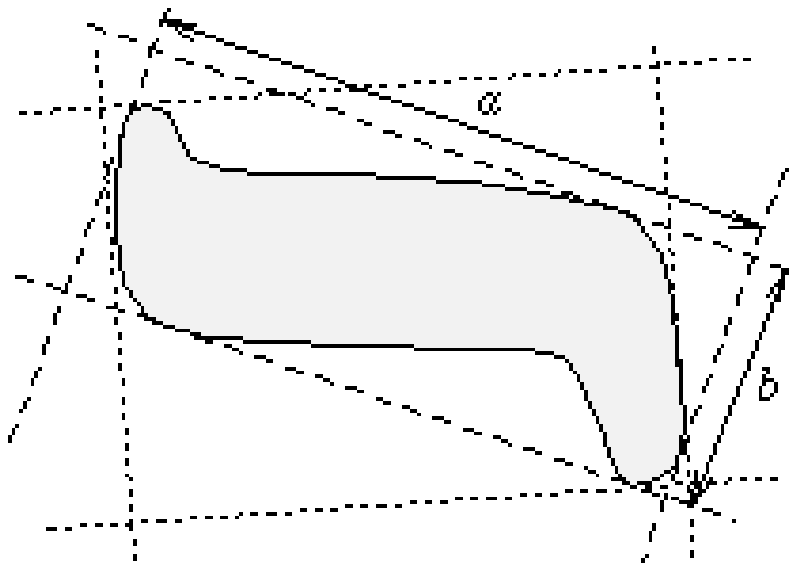
„álló” befoglaló téglalap



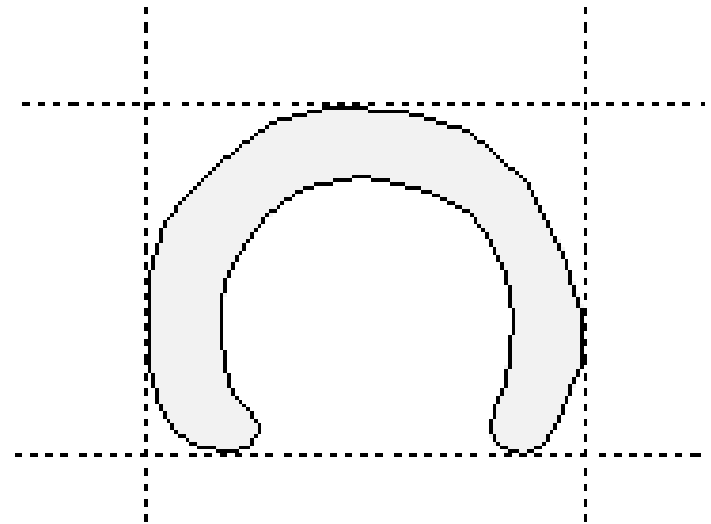
minimális befoglaló téglalap

Rektangularitás (téglalap-szerűség)

az alakzat területének és a minimális befoglaló téglalap területének a hányadosa

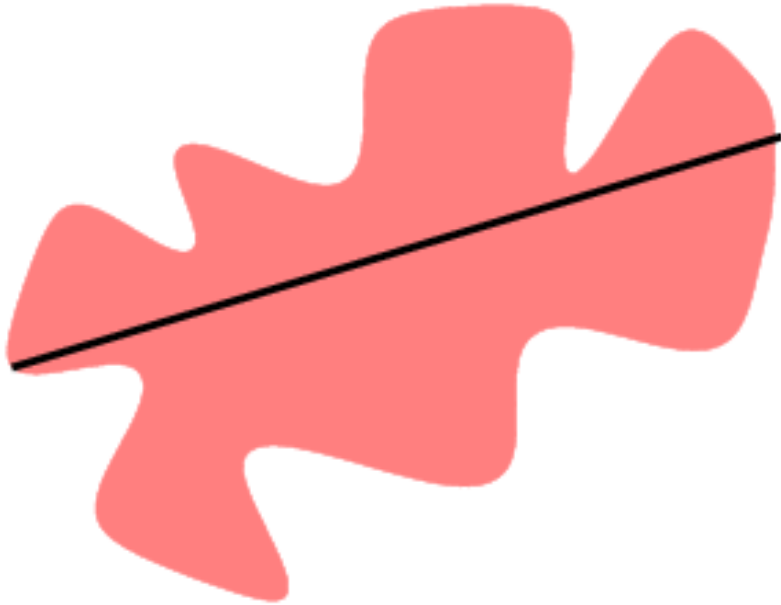


téglalap-szerű

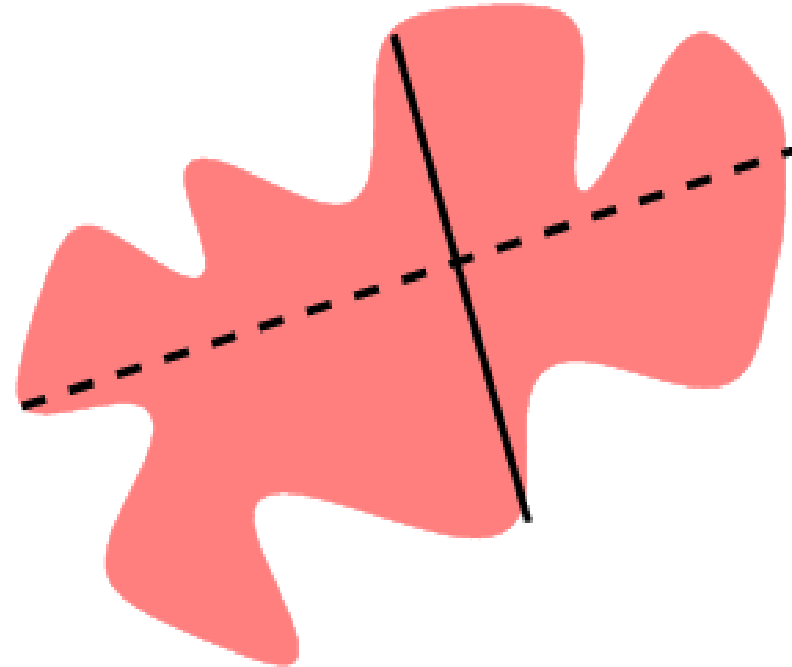


nem téglalap-szerű

Fő- és melléktengely



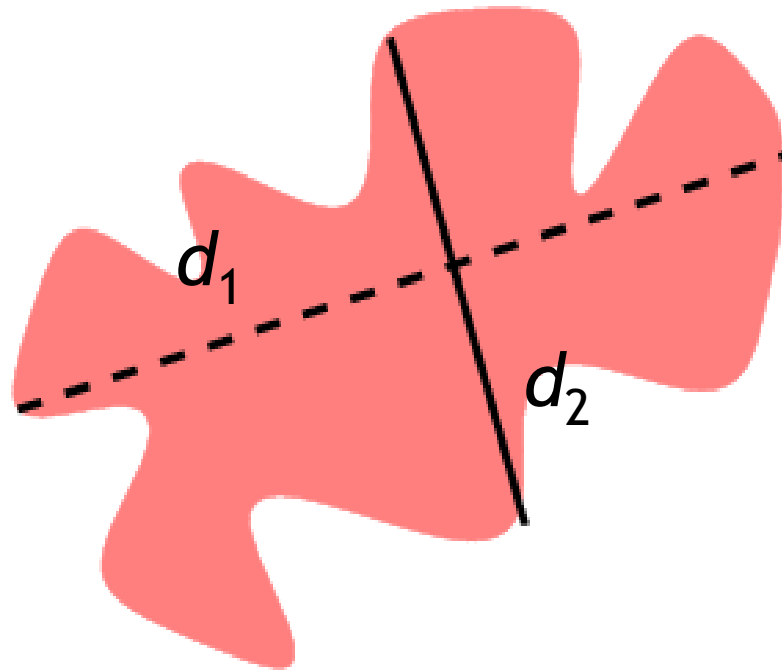
főtengely: az alakzaton belül haladó leghosszabb egyenes szakasz



melléktengely: az alakzaton belüli, a főtengelyre merőleges leghosszabb egyenes szakasz

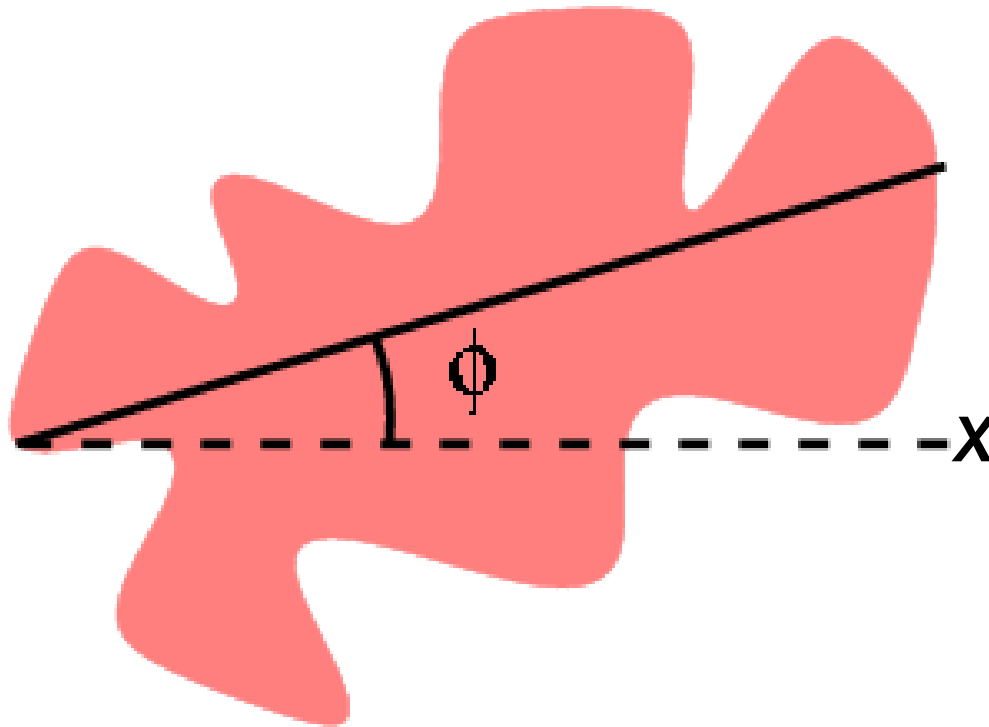
Excentricitás

a fő- és a melléktengely hosszaránya: d_1 / d_2



Főtengely szöge (az alakzat iránya)

a főtengely és az x-tengely által bezárt szög



Átmérő

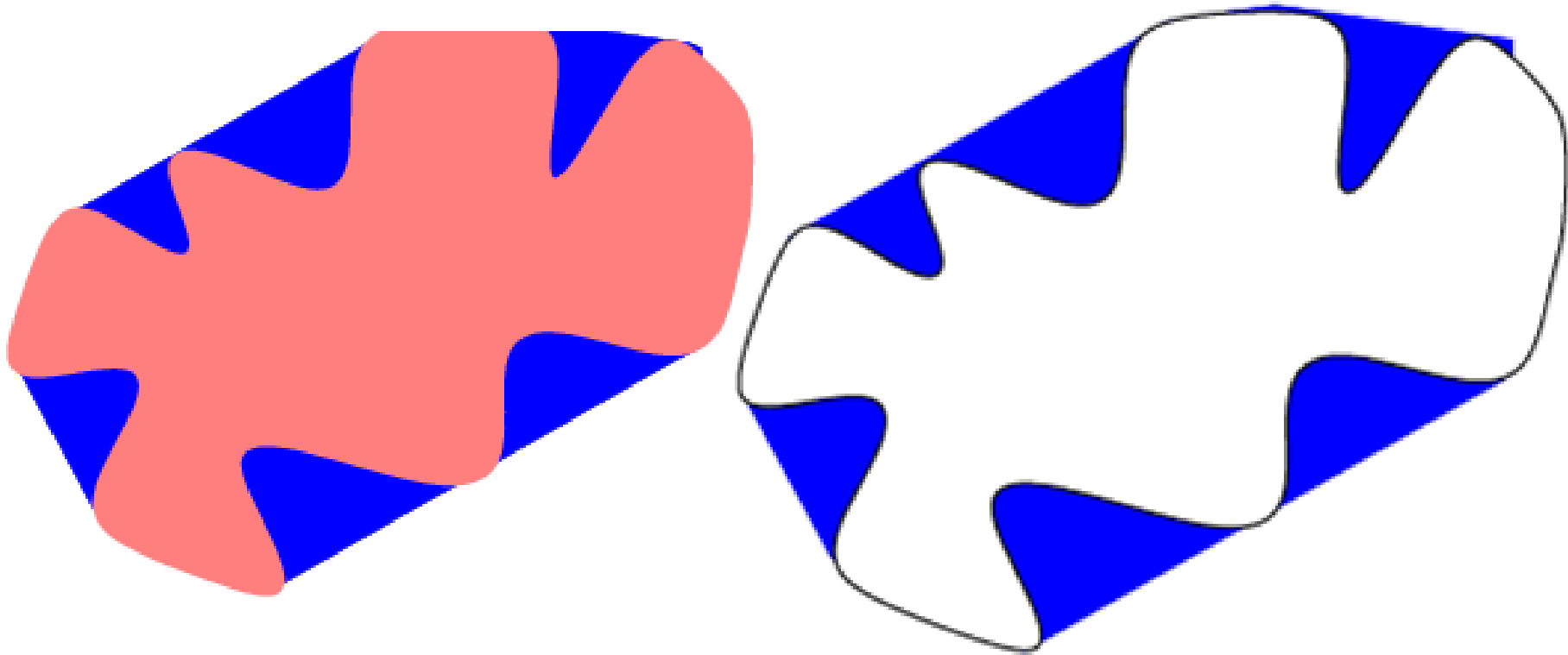
$$\text{Diam}(S) = \max_{p, q \in \partial S} \{ d(p, q) \},$$

ahol:

- S : alakzat,
- ∂S : alakzat határa,
- d : távolság.

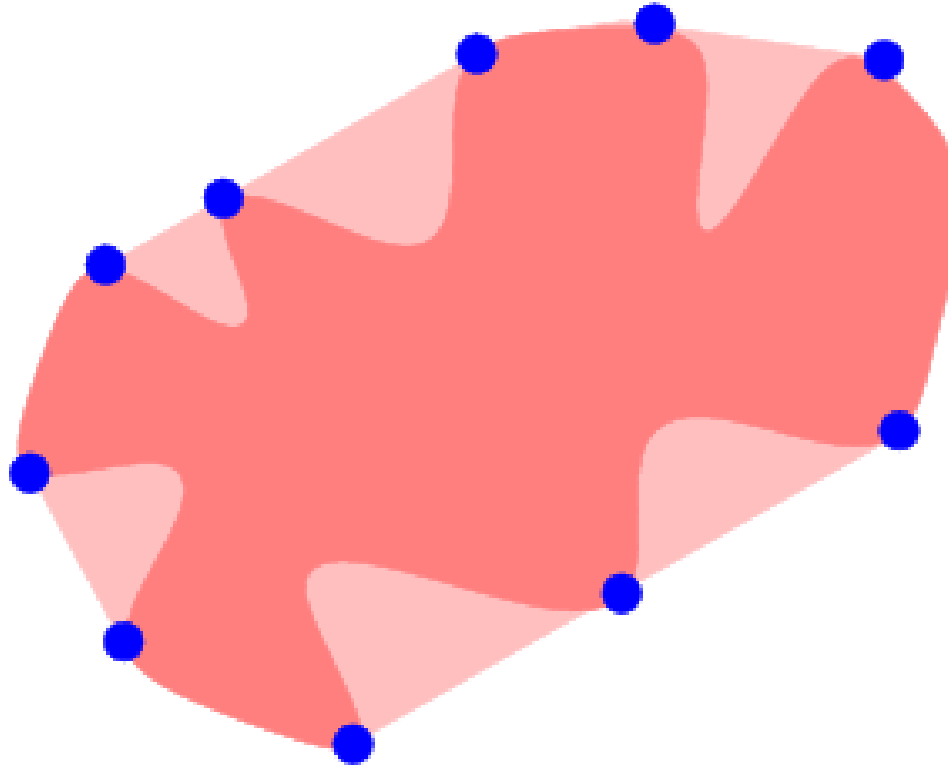
Konvex burok és konvex kiegészítés

- Konvex burok: az **alakzatot** tartalmazó minimális **konvex alakzat**
- Konvex kiegészítés: a konvex burok és az alakzat különbsége

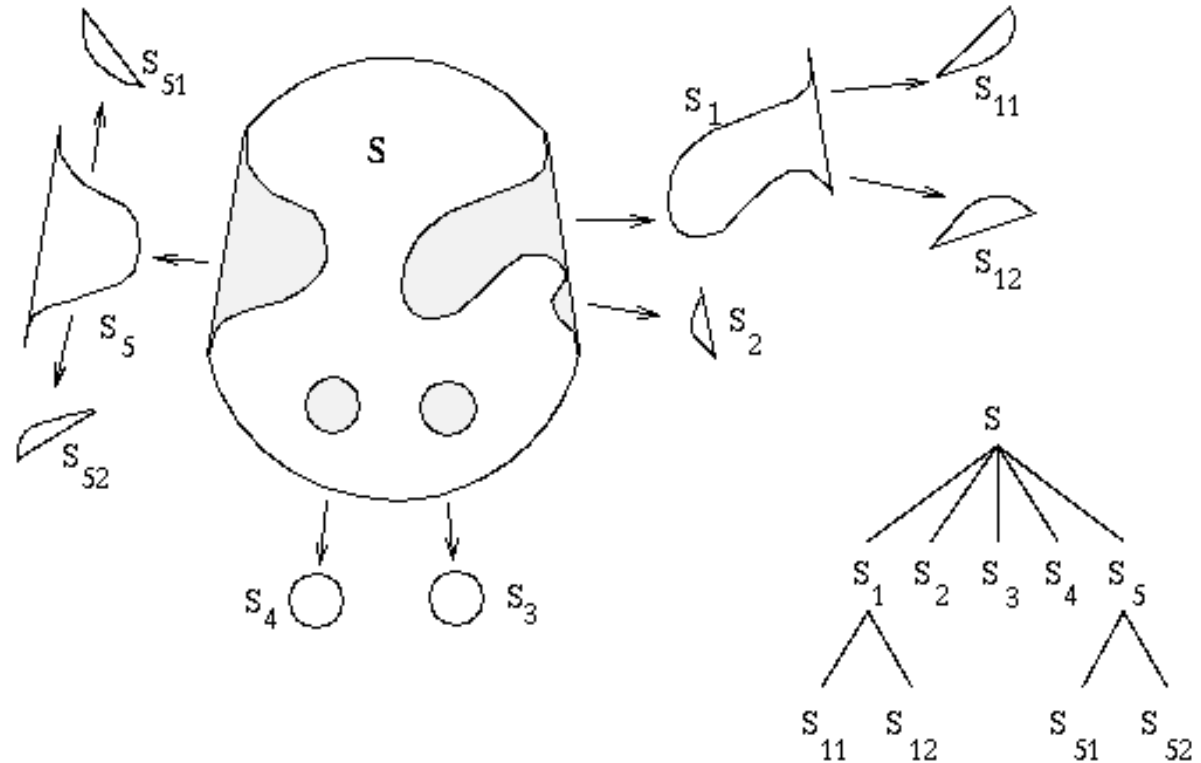


Partícionált határ

- a határ partícionálható aszerint, hogy hol kezdődik, ill. fejeződik be a konvex kiegészítés valamely komponense

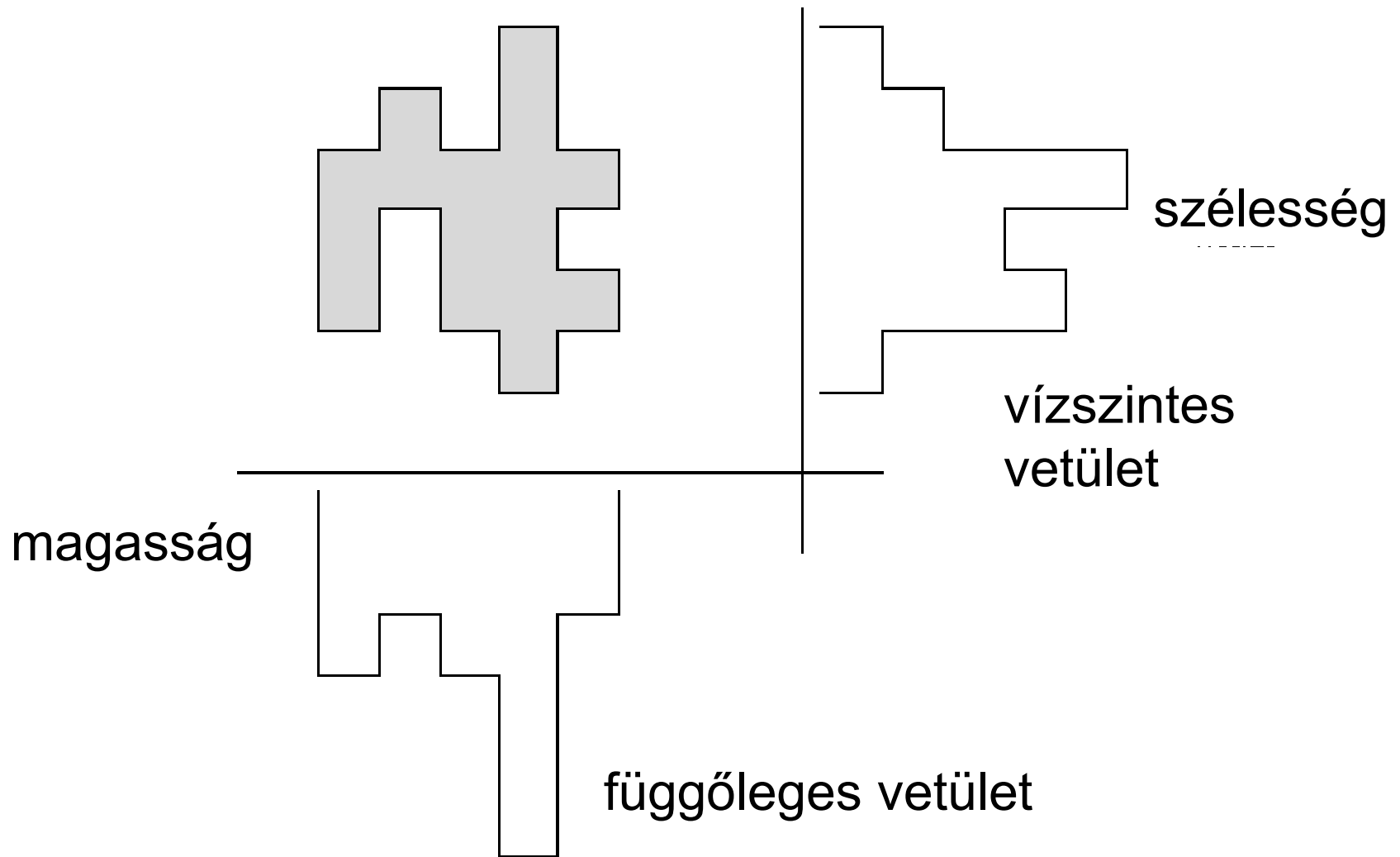


Konkávítási fa

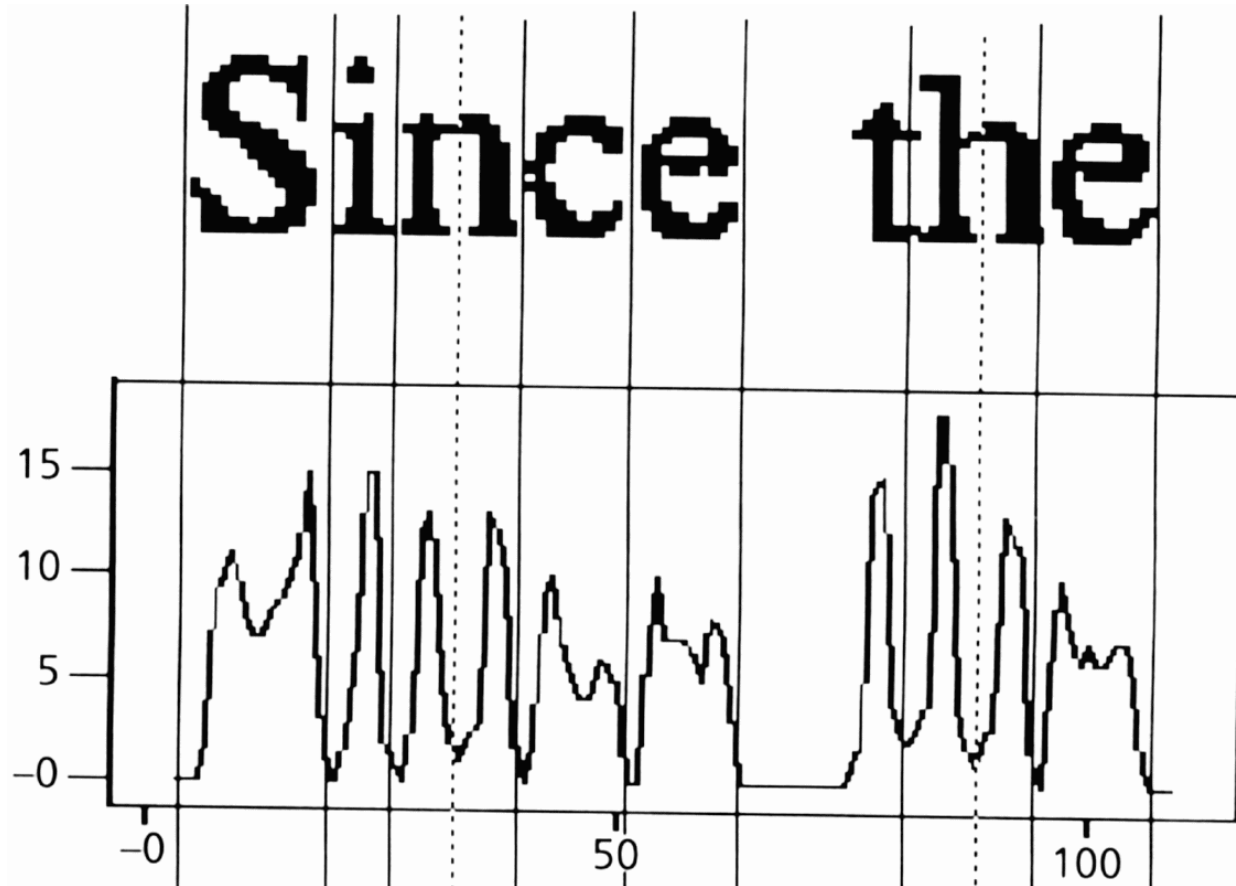


- A fa gyökere a kiindulási alakzat, az első szinten a konvex különbség alakzatai helyezkednek el, melyekre a faépítést rekurzív módon folytatjuk.
- A fa elágazási pontjaiban lévő alakzatok nem konvexek, míg minden levélalakzat konvex.

Vetületek



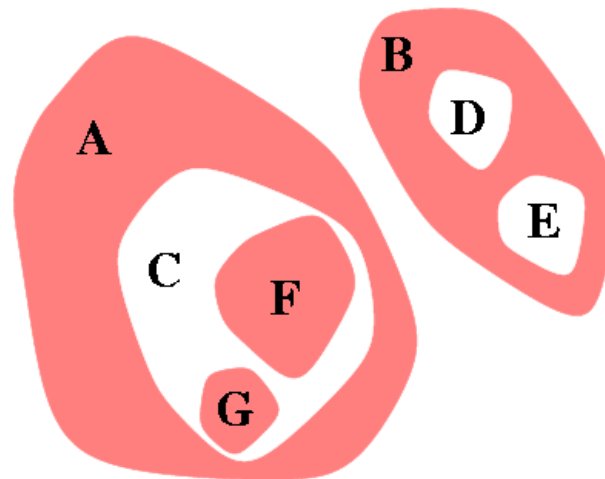
Példa



a függőleges vetület minimumai
használhatók a karakterek elkülönítésére

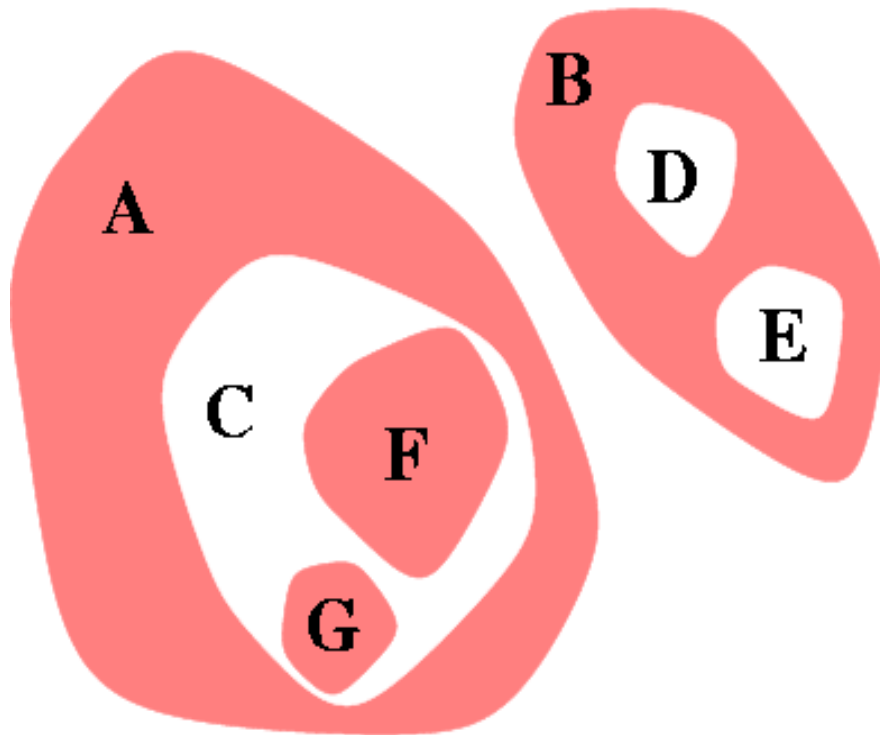
Topológiai leírás

- **Bináris kép**: kétféle érték (1: fekete, alakzat, komponens; 0: fehér, lyuk, háttér)
- **Komponens**: maximálisan összefüggő fekete halmaz (bármely két pontja összeköthető a halmazon belüli 4-, ill. 8 úttal) régió
- **Üreg**: a komplement/negált kép egy véges komponense



Euler-féle szám

$\#(\text{komponensek}) - \#(\text{üregek})$



komponensek:

A, B, F, G;

üregek:

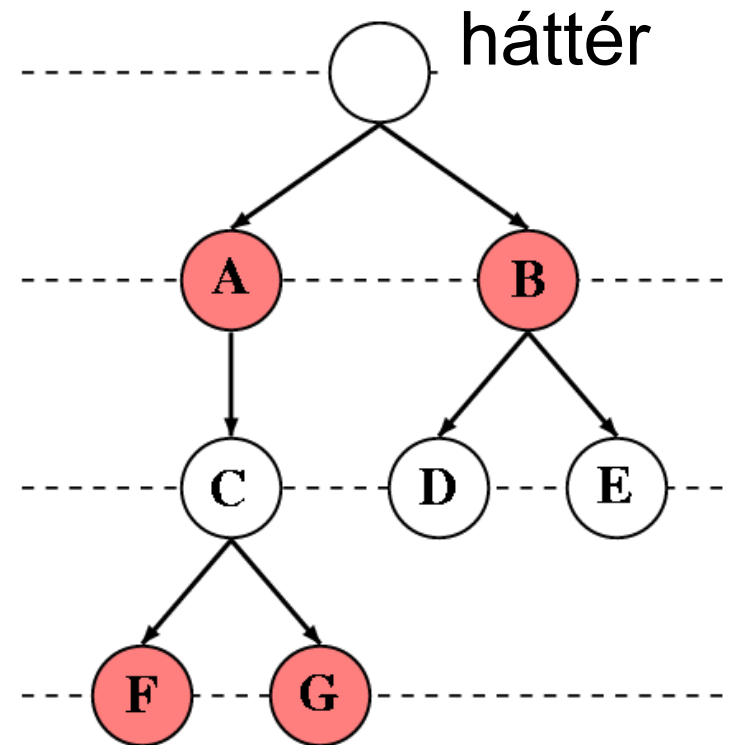
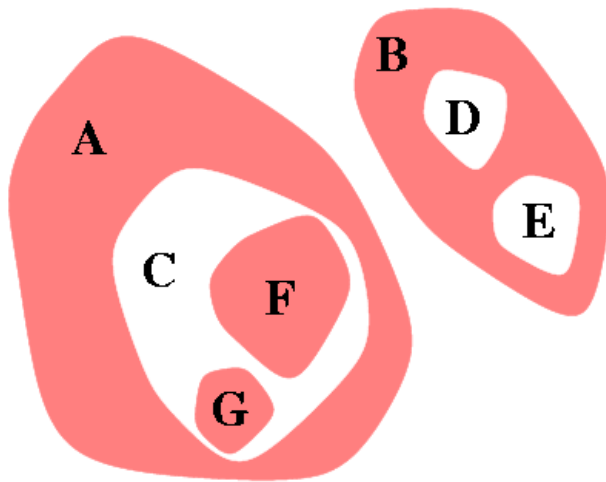
C, D, E;

Euler-szám:

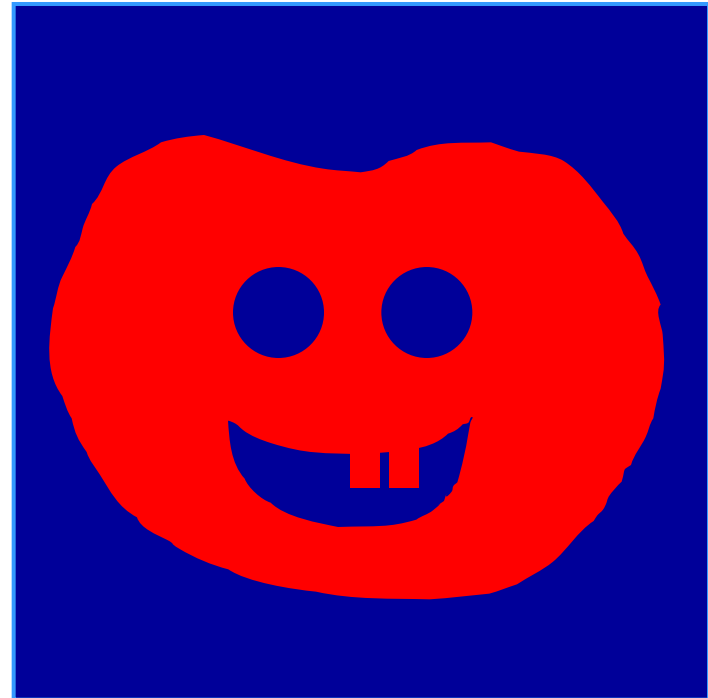
$$4 - 3 = 1$$

Összefüggőségi fa

- A bináris képekhez rendelt irányított gráf, ahol:
 - minden egyes szögpont megfelel a kép egy (fehér vagy fekete) komponensének,
 - a gráf tartalmazza az (X,Y) élt, ha az X komponens „körülveszi” a vele szomszédos Y komponenst.



Az Euler-szám és az összefüggőségi fa

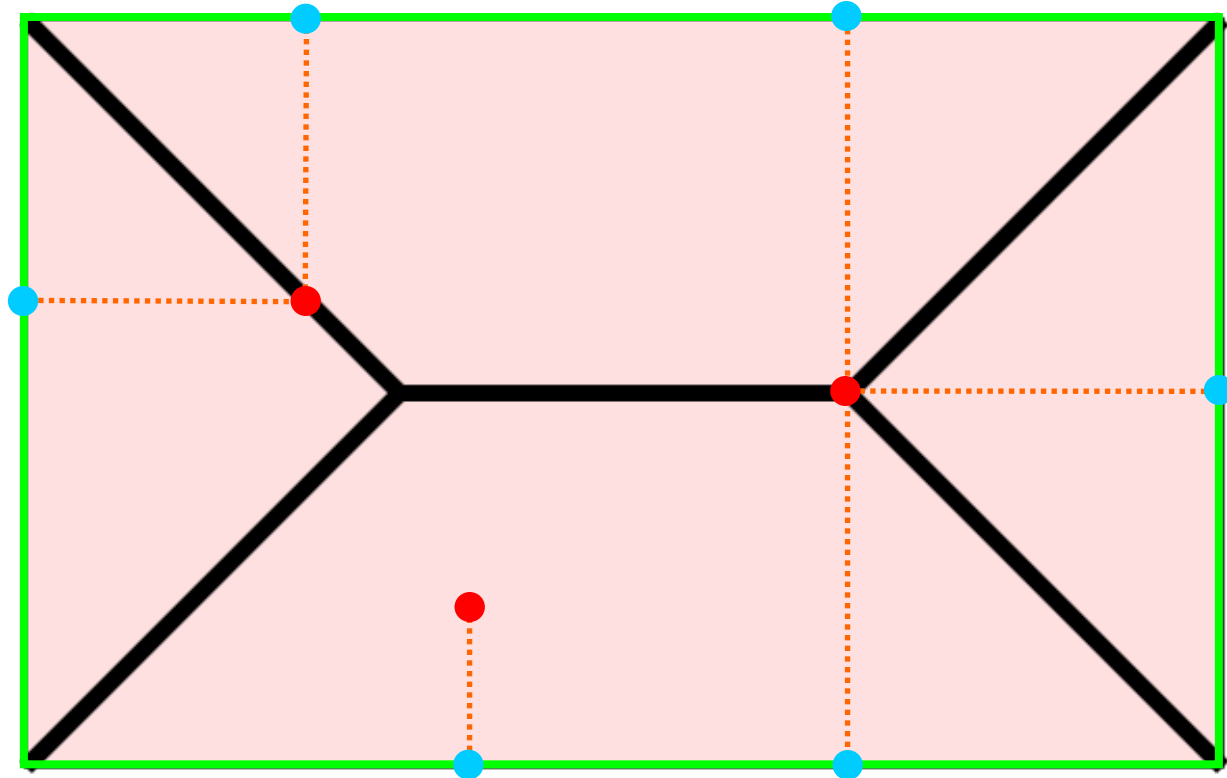


... nem kódolja a képeket, mivel számos képnek megegyezik az Euler száma és/vagy az összefüggőségi fája

Váz (skeleton)

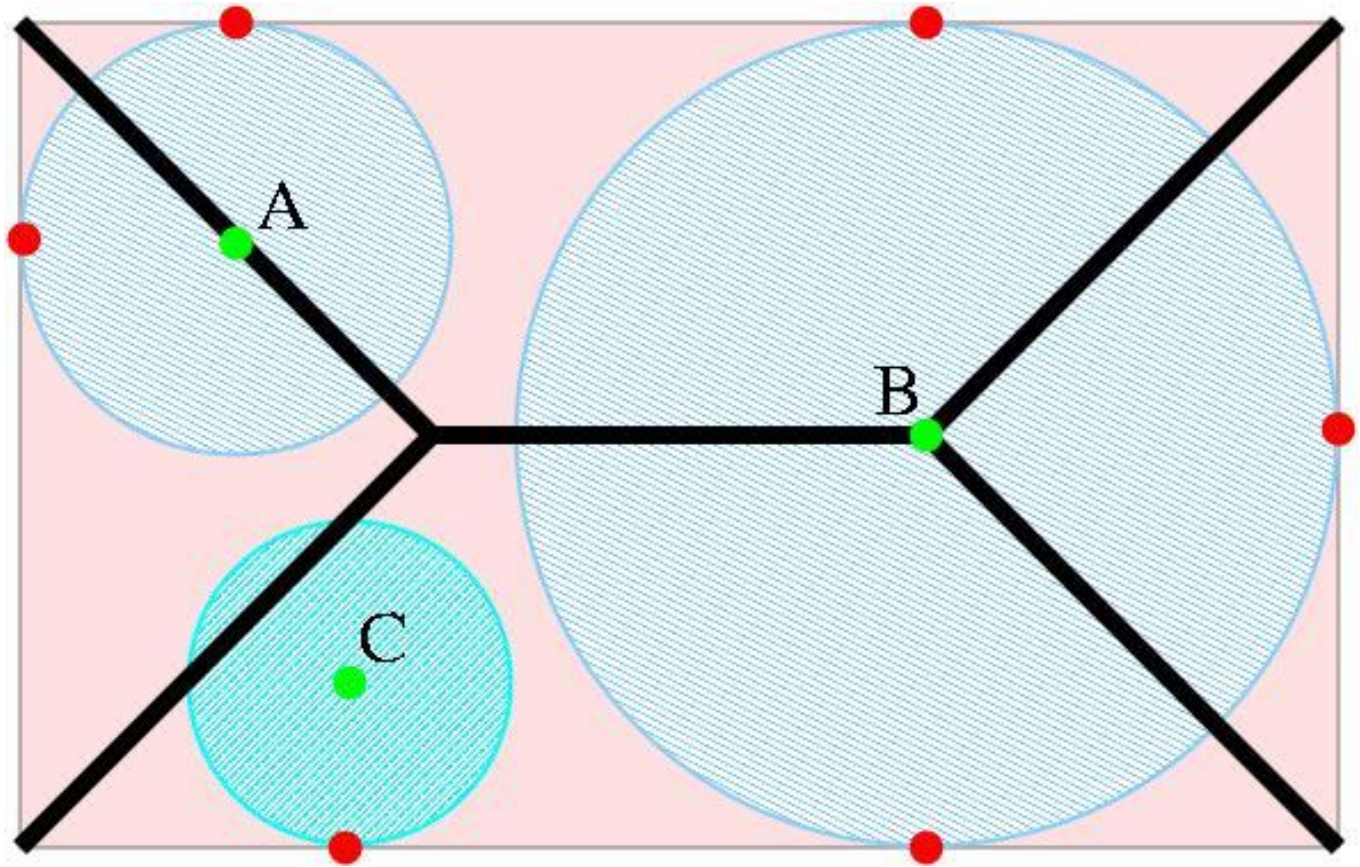
- A váz egy gyakran alkalmazott régió-alapú alakleíró jellemző, mely leírja az objektumok általános formáját.
 - A fogalmat H. Blum vezette be a múlt század 60-as éveiben.
- A váz a középtengely transzformáció (Medial Axis Transform, MAT) eredménye:
 - a vázat az objektum azon pontjai alkotják, melyekre kettő vagy több legközelebbi határpont található.
 - Préritűz-hasonlat:
 - Az objektum határát (minden pontjában) egyidejűleg felgyújtjuk.
 - A váz azokból a pontokból áll, ahol a tűzfrontok találkoznak és kioltják egymást. (Feltételezzük, hogy a tűzfrontok minden irányban egyenletes sebességgel, vagyis izotropikusan terjednek.)
- A vázat az objektumba beírható maximális (nyílt) hipergömbök középpontjai alkotják (Calabi).
 - Egy beírható hipergömb maximális, ha őt nem tartalmazza egyetlen másik beírható hipergömb sem.
 - A beírható maximális (nyílt) hipergömbök egyesítése a kiindulási objektum egy lefedőrendszerét adja.

A váz meghatározása: Préritűz/MAT



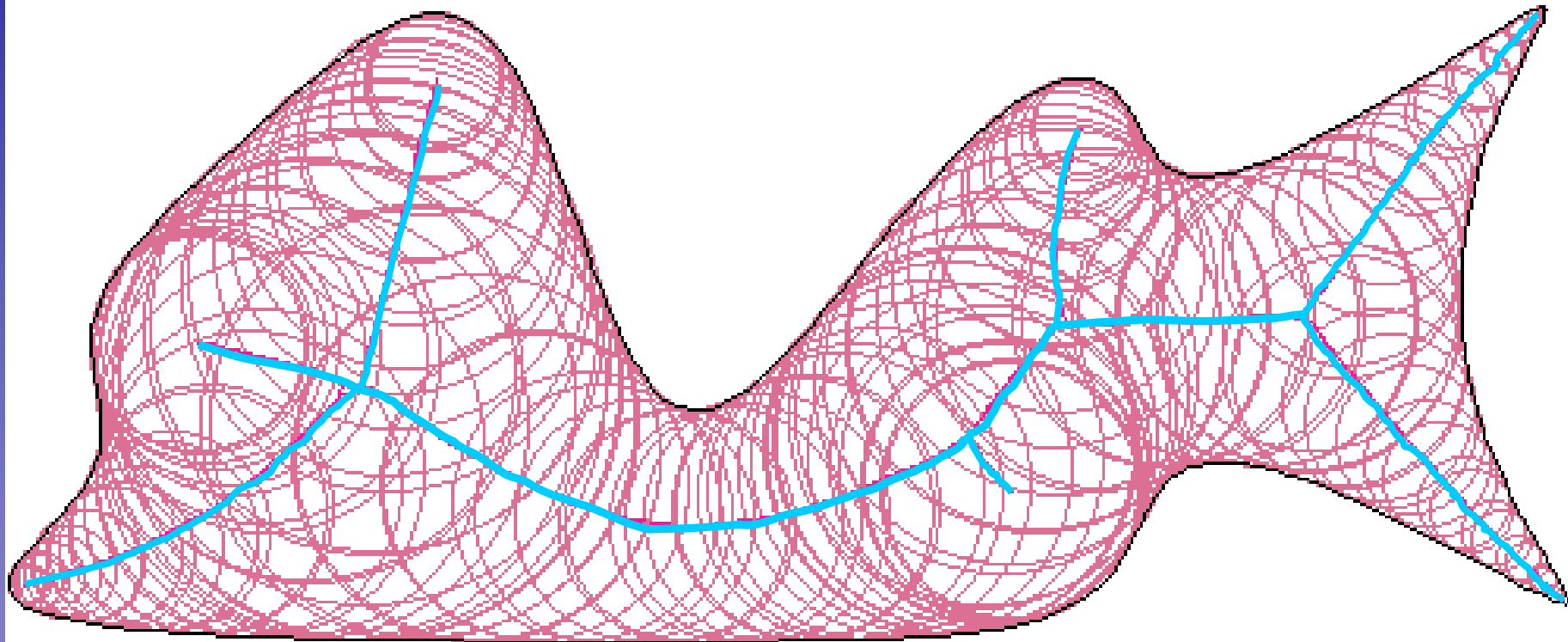
a 2D téglalap **határa** és váza;
objektumpont és **legközelebbi határpontja(i)**

A váz meghatározása: Beírt körök



beírt körlapok, középpontjaik és az érintési pontok a határon

A váz meghatározása: Beírt körök

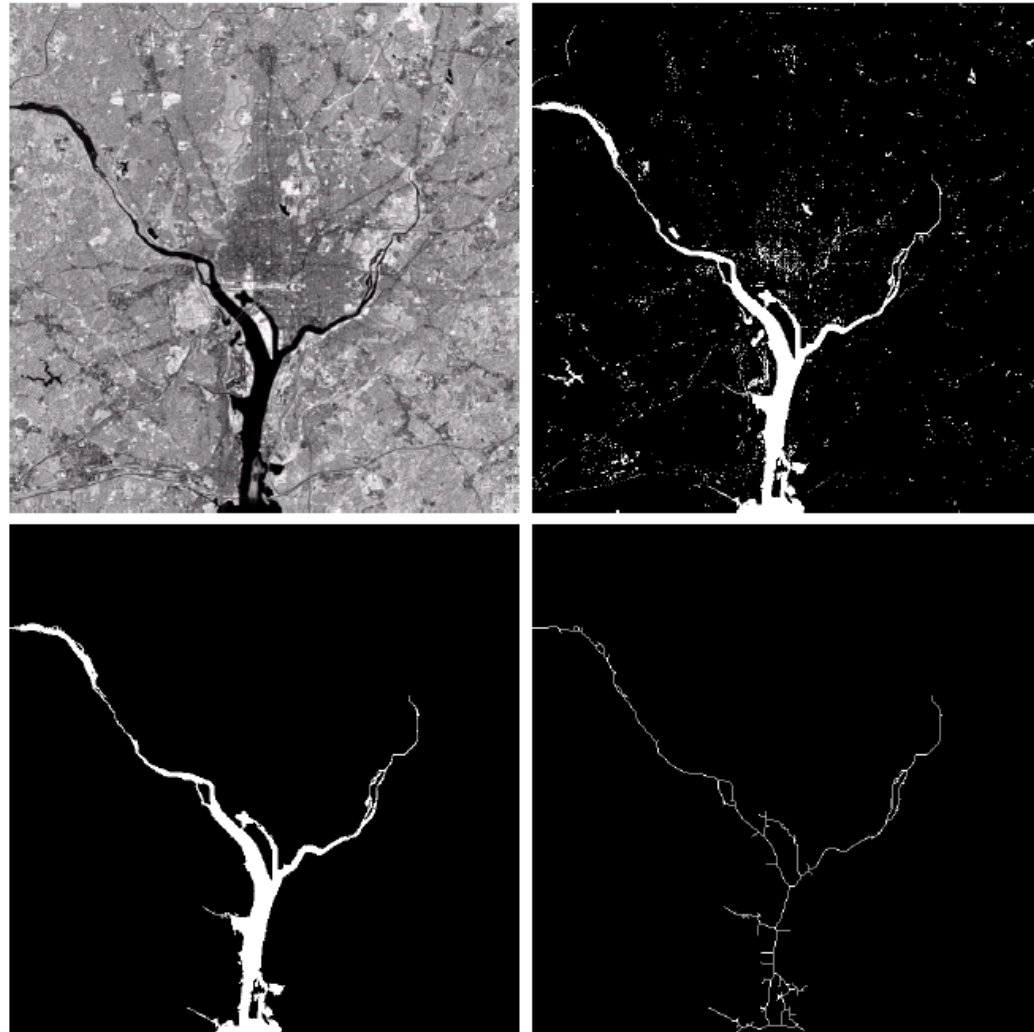


objektum határa, **beírtó max. körlapok**,
körlapok középpontjai (vázpontok)

Váz

- **Reprezentálja az objektum**
 - általános formáját,
 - topológiai szerkezetét és a
 - lokális objektum szimmetriákat.
- **Invariáns**
 - az eltolásra,
 - az elforgatásra és az
 - uniform skálázásra.
- **Egyszerűbb szerkezet („vékony”, csökkenti a dimenziót).**

Példa 2D vázra

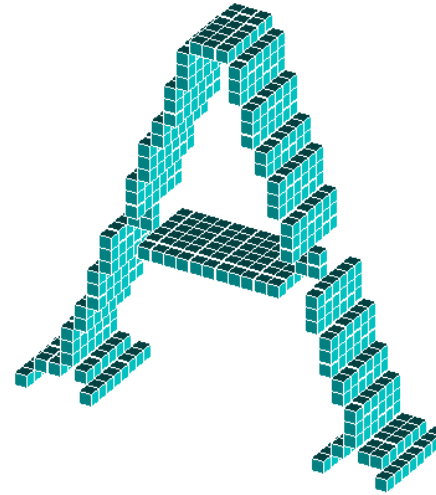
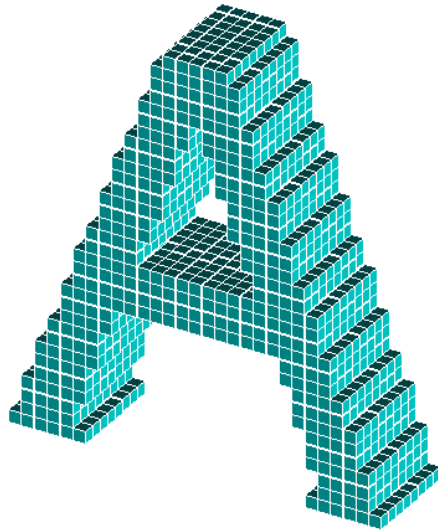


infravörös kép
és küszöböltje

a legnagyobb
komponens
és váza

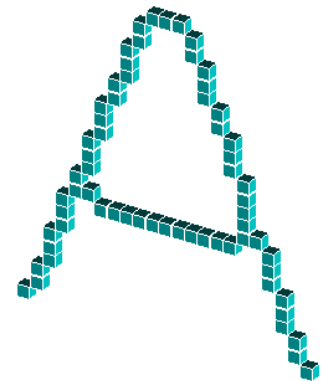
A vázszerű jellemzők 3D-ben

kiindulási
objektum

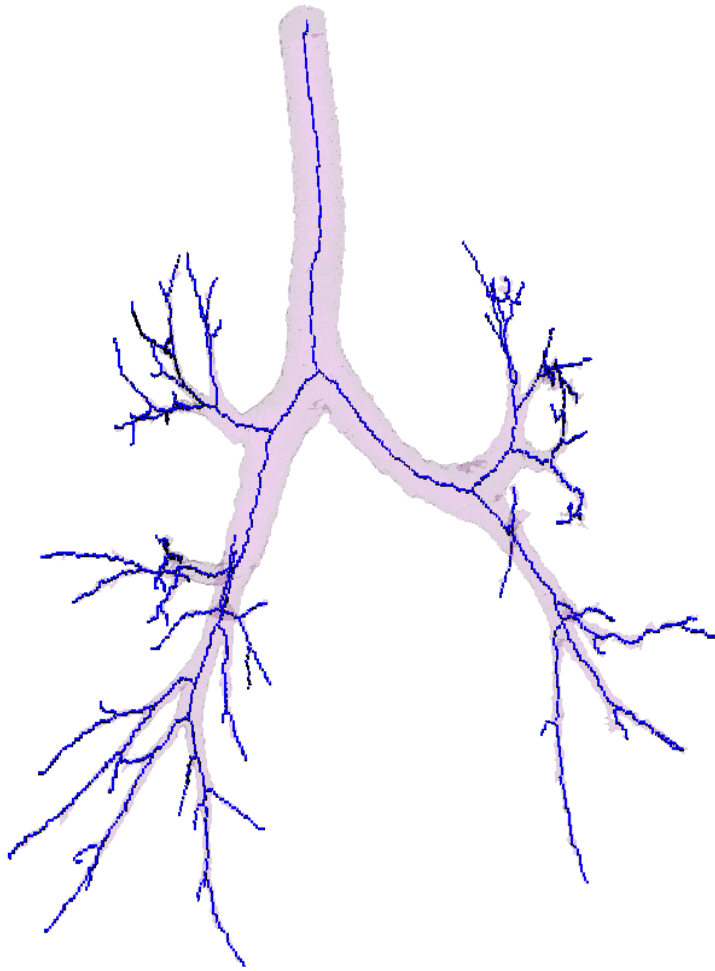


középfelszín

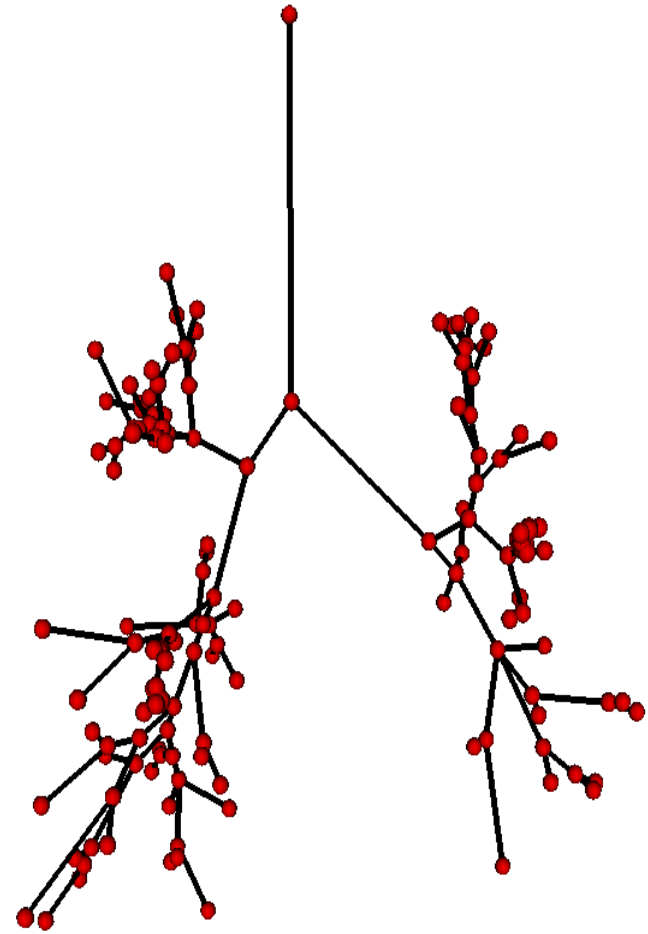
középvonal



Példa 3D középvonatra



3D légútfa és középvonalai



formális fa

Momentumok

Az I kép $(p+q)$ -adrendű (képi) momentumai
 $(p, q=0, 1, 2, \dots)$

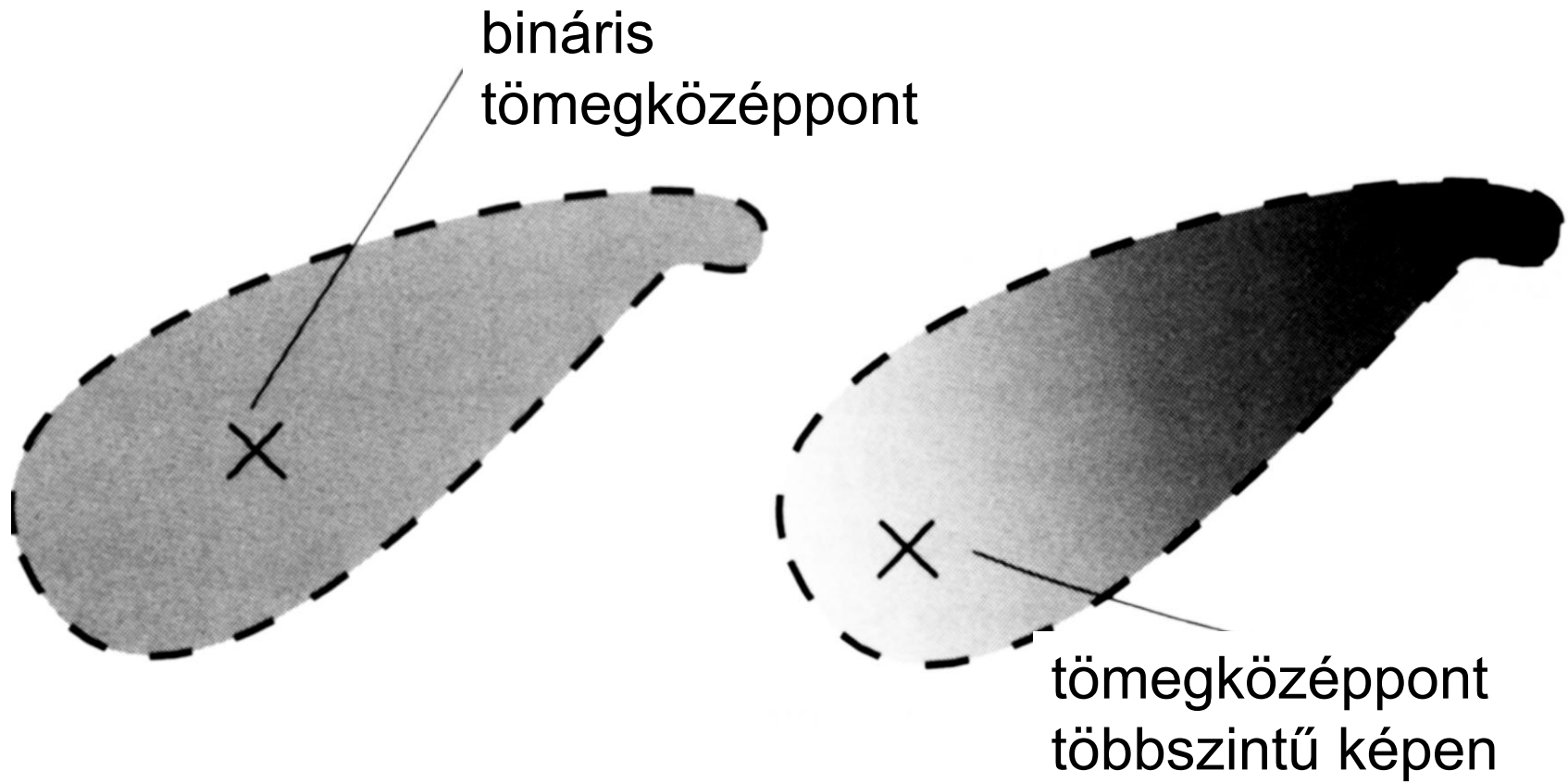
$$m_{p,q} = \sum_x \sum_y x^p \cdot y^q \cdot I(x, y)$$

Az S bináris alakzat $(p+q)$ -adrendű
 (geometriai) momentumai:

$$m_{p,q} = \sum_{(x,y) \in S} x^p \cdot y^q$$

$$(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{m_{1,0}}{m_{0,0}}, \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}} \right)$$

Súlypont



Centrális momentumok

Az I kép $(p+q)$ -adrendű centrális (képi) momentuma:

$$\mu_{p,q} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^p \cdot (y - \bar{y})^q \cdot I(x, y)$$

Az S bináris alakzat $(p+q)$ -edrendű centrális (geometriai) momentuma:

$$\mu_{p,q} = \sum_{(x,y) \in S} (x - \bar{x})^p \cdot (y - \bar{y})^q$$

Normalizált centrális momentumok: $\eta_{p,q} = \frac{\mu_{p,q}}{\mu_{p,q}^\gamma}$

$$\gamma = 1 + (p + q)/2$$

Excentricitás

$$\varepsilon = \frac{(\mu_{2,0} - \mu_{0,2})^2 + 4\mu_{1,1}^2}{(\mu_{2,0} + \mu_{0,2})^2}$$

0 és 1 közötti érték.

Főtengely szöge

$$\Phi = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\mu_{1,1}}{\mu_{2,0} - \mu_{0,2}} \right)$$

Affin invariáns momentumok

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

$$\phi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

$$\phi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2$$

$$\begin{aligned} \phi_5 = & (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12}) \left[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] \\ & + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03}) \left[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_6 = & (\eta_{20} - \eta_{02}) \left[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] \\ & + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_7 = & (3\eta_{21} - \eta_{30})(\eta_{30} + \eta_{12}) \left[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] \\ & + (3\eta_{12} - \eta_{30})(\eta_{21} + \eta_{03}) \left[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right]. \end{aligned}$$

Felhasznált anyagok

- **Palágyi Kálmán: Digitális Képfeldolgozás**
/pub/Digitalis_kepfeldolgozas
- **További források az egyes diákon megjelölve**