

3. Sztereó kamera

Kató Zoltán

Képfeldolgozás és Számítógépes Grafika tanszék
SZTE

(<http://www.inf.u-szeged.hu/~kato/teaching/>)

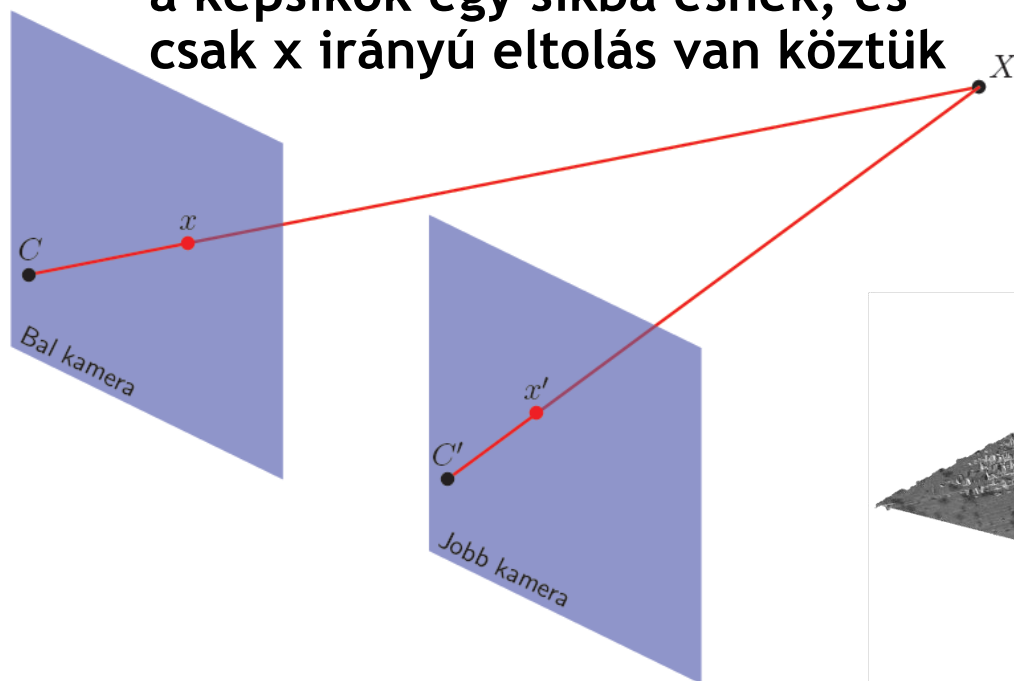
Sztereó kamerák

- Az emberi látást utánozza



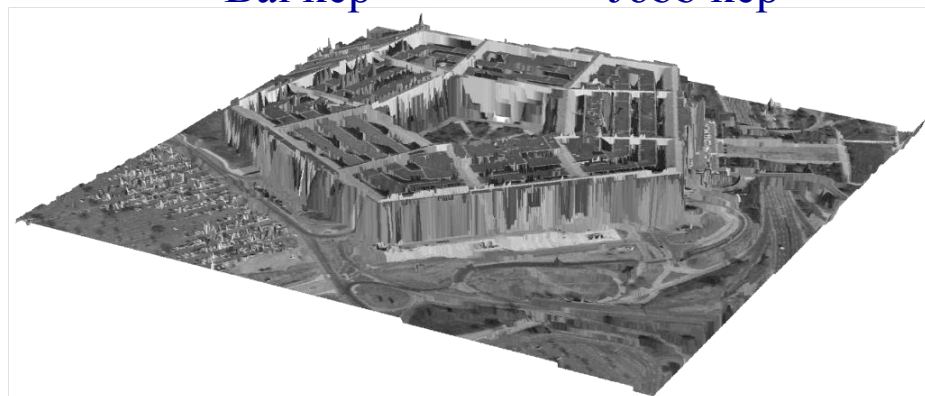
Sztereó kamera pár

- Két, ugyanazon 3D látványt leképező projektív kamera
 - A vetítési középpontjuk nem esik egybe!
 - Egy sztereó kamera-pár speciális nem középpontos vetítést végez
 - Az ilyen képpárokat *sztereó képpárnak* nevezzük.
 - Az emberi látáshoz hasonlóan 3D rekonstrukció állítható elő egyszerű háromszögeléssel
 - Standard sztereó: azonos kamerák, a képsíkok egy síkba esnek, és csak x irányú eltolás van köztük



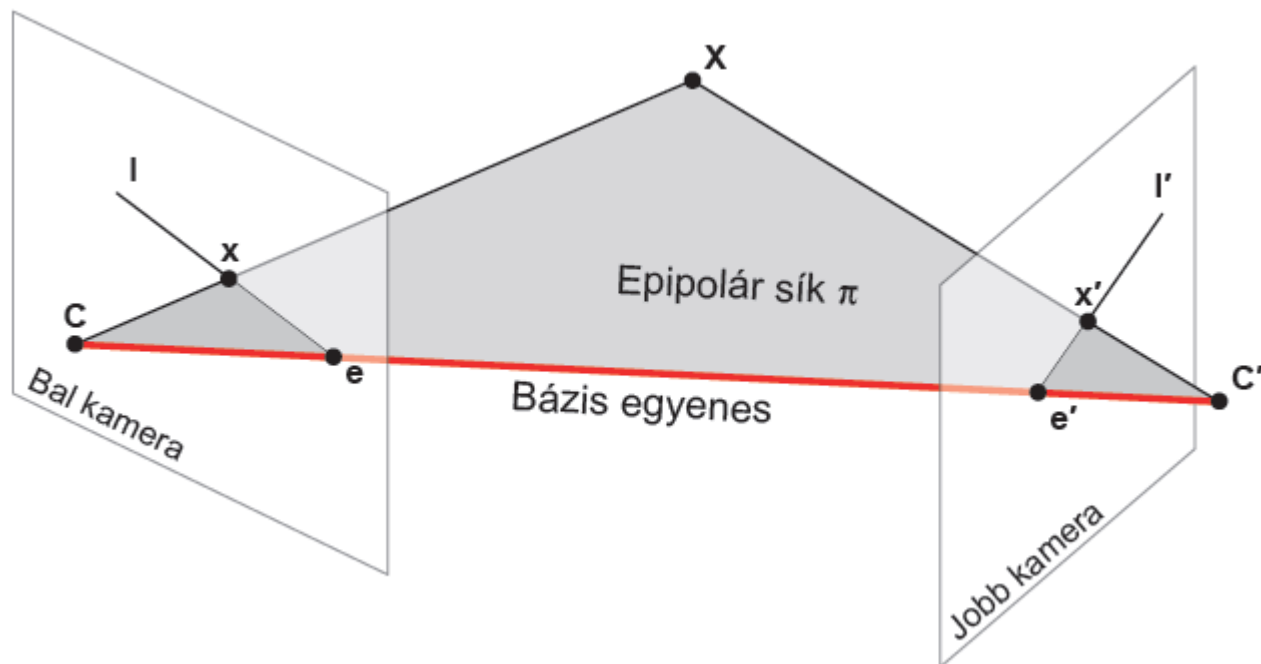
Bal kép

Jobb kép



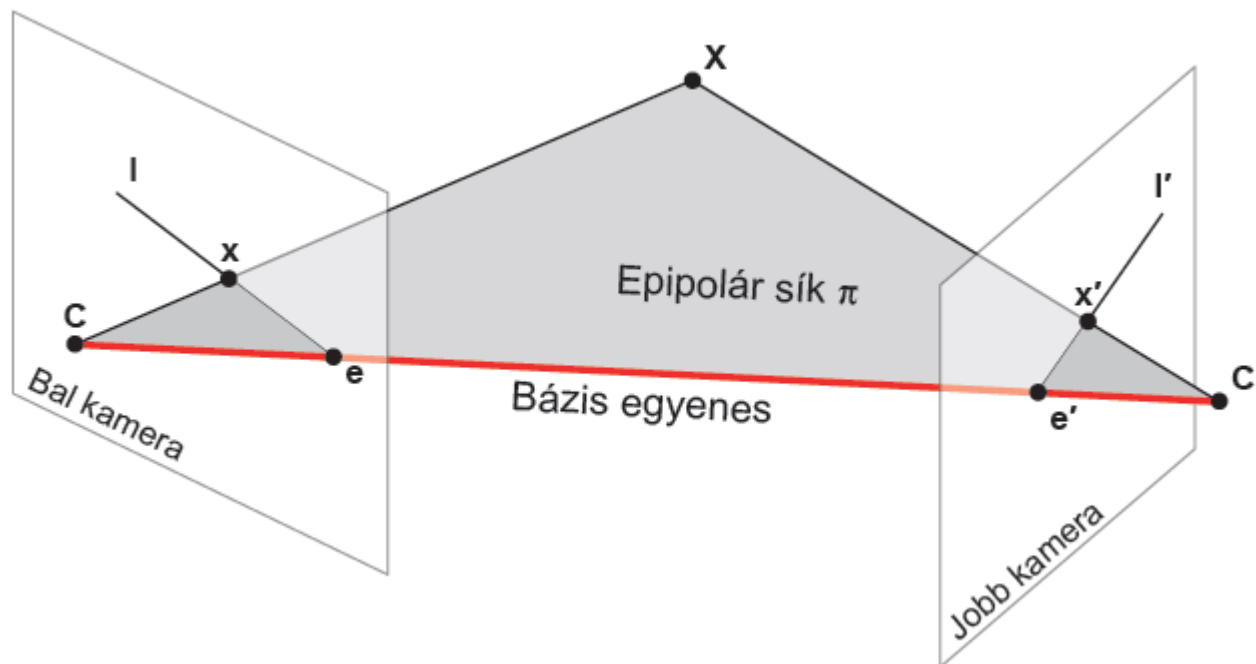
Epipoláris geometria

- Geometriai kapcsolat a két kamera képe között
 - A két kamera középpontot összekötő egyenes a *bázis egyenes*
 - A bázis egyenes dőléspontjai a képsíkokon az *epipólusok*
 - C, C', x, x' és X egy síkba esnek: az X -hez tartozó *epipoláris sík*
 - Képsíkok és az epipoláris sík metszetei az *epipoláris egyenesek*



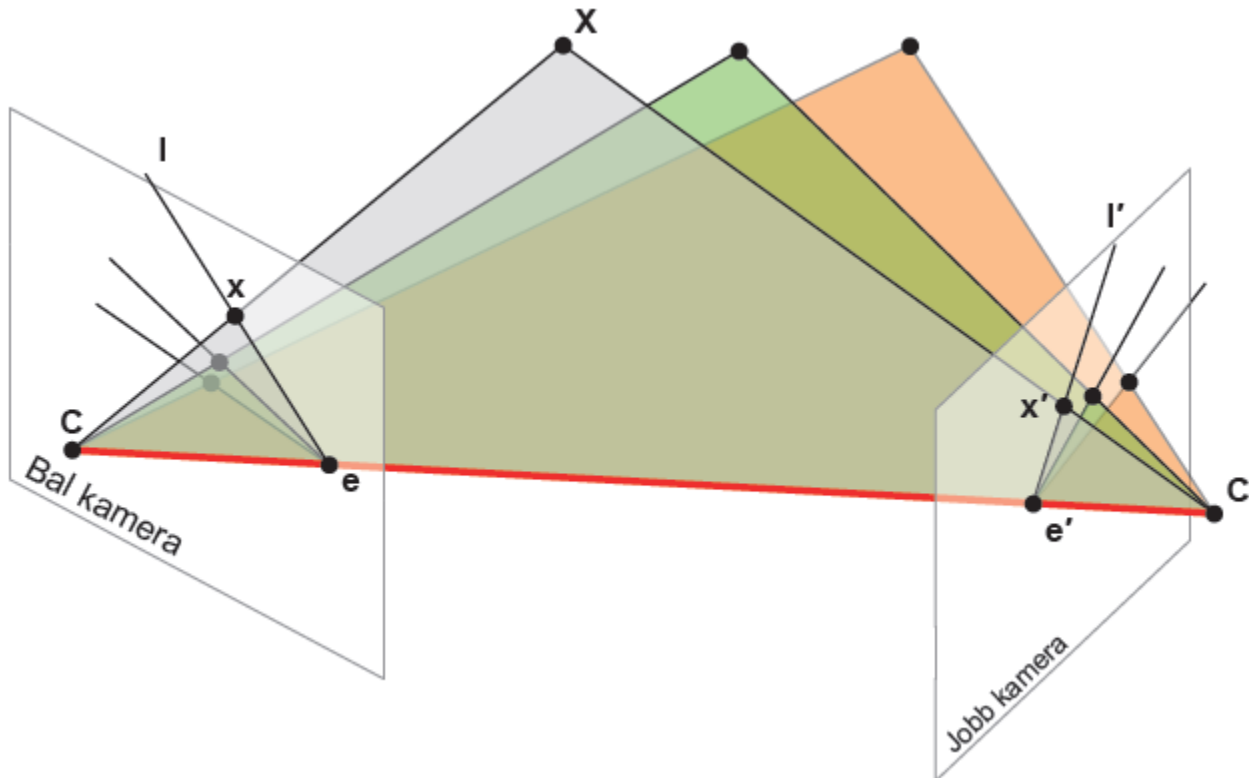
Epipoláris geometria

- Az epipoláris egyenesek
 - Az egyik kamera vetítősugarának képe a másik kamerában
 - az x és x' pontokhoz tartozó *epipoláris egyenesek* rendre l' és l .
- Az epipólusok
 - A kamera középpontok képei az e és e' *epipólusok*,
 - ➔ ezek az epipoláris egyenesek metszéspontjai



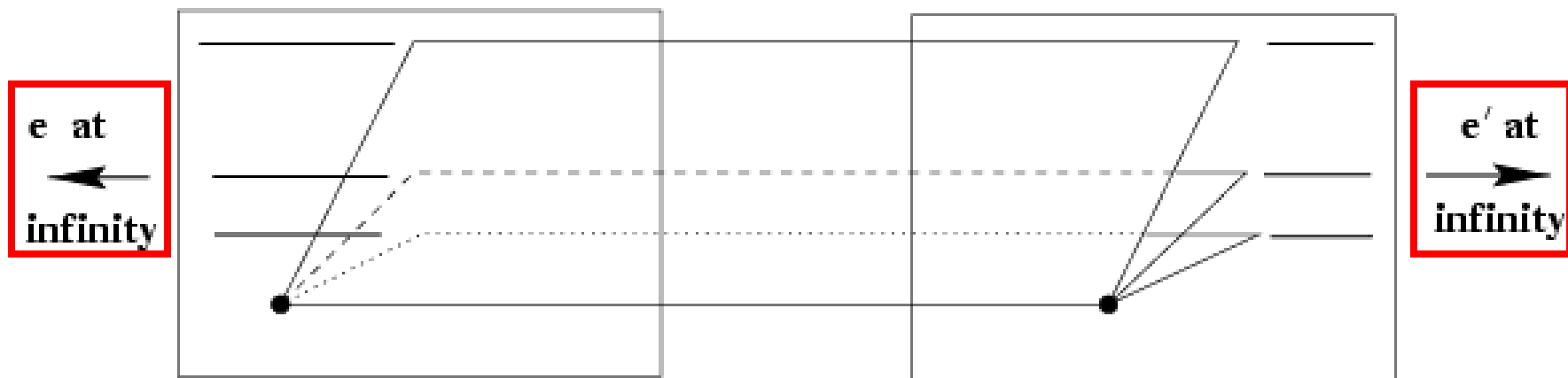
Epipoláris geometria

- Az epipoláris síkok és epipoláris egyenesek helyzete X -től függ
 - Az epipoláris síkok közös metszete a bázis egyenes
 - Az epipoláris egyenesek képsíkbeli közös metszete az epipólus



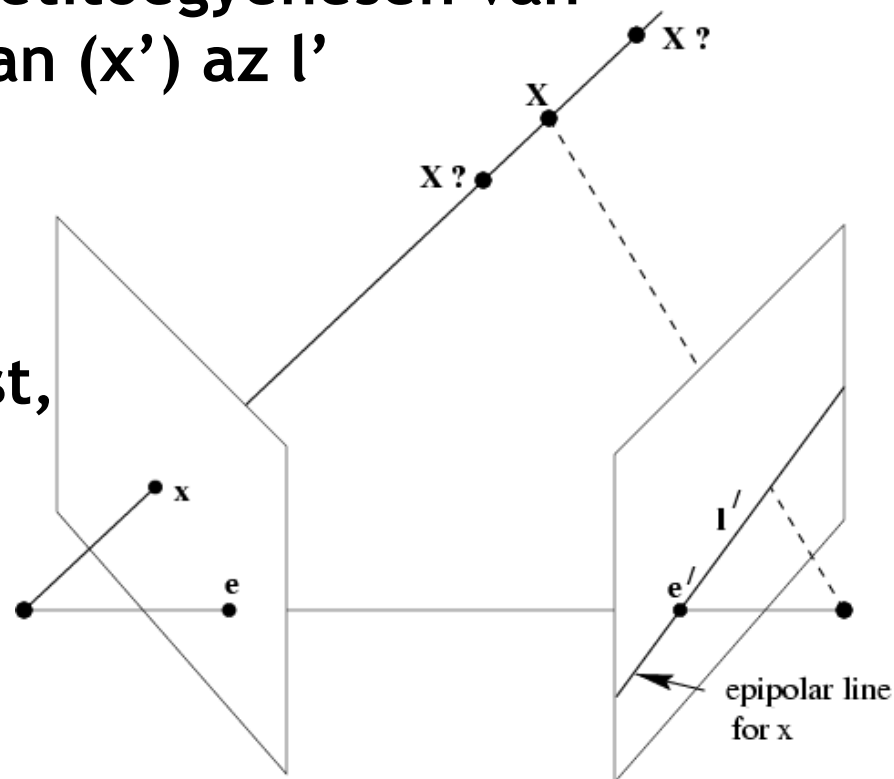
Standard sztereó kamerák esete

- Az epipólusok az x tengely mentén a végtelenben
- Epipoláris egyenesek párhuzamosak és egybeesnek a kép rásztersoraival



Epipoláris összefüggés

- C kamera középpont és x képpont meghatároz egy vetítősugarat a 3D térben, aminek a másik kamerában az l' epipoláris egyenes lesz a képe (ugyanazon az epipoláris síkon vannak)
- Mivel az X 3D pont ezen a vetítőegyenesen van
 $\rightarrow$ X képe a másik kamerában (x') az l' epipoláris egyenesen lesz
- Vagyis az epipoláris geometriai kapcsolat megad egy $x \rightarrow l'$ leképezést, ami az egyik kamera x képpontjához a neki megfelelő l' epipoláris egyenest rendeli



Fundamentális mátrix

- Az $x \rightarrow l'$ leképezést algebrailag a fundamentális mátrix adja meg: $l' = Fx$
- Az F fundamentális mátrix
 - 3×3 méretű, de
 - rangja 2 (pont képe egyenes), tehát nem invertálható
 - Szabadsági foka 7 (homogenitás és a kettes rang miatt: $9 - 2 = 7$)
 - Ha $C = C' \rightarrow F = 0$! Csak két különböző nézőpontra működik
- Mi az összefüggés egy (P, P') sztereó kamerapár két egymásnak megfelelő x, x' pontpárja között?
 - Mivel x' az l' egyenesen van: $x'^T l' = 0$
 - másrészt $l' = Fx$,
 - tehát valamennyi pontpárra teljesül:
$$x'^T Fx = 0$$
- Fordított irányban a (P', P) sztereó kamerapár fundamentális mátrixa a transzponált mátrix lesz: F^T

A Fundamentális mátrix kiszámítása

- Minden $x_i \leftrightarrow x'_i$ pontmegfeleltetésre teljesül: $X'^T F X = 0$
 - Egy pontpárra egy egyenletet kapunk:

$$x' x f_{11} + x' y f_{12} + x' f_{13} + y' x f_{21} + y' y f_{22} + y' f_{23} + x f_{31} + y f_{32} + f_{33} = 0$$

- Szétválasztva az ismeretlent az adattól:

$$\underbrace{[x' x, x' y, x', y' x, y' y, y', x, y, 1]}_{\text{adat (ismert pontkoordináták)}} \underbrace{[f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{21}, f_{22}, f_{23}, f_{31}, f_{32}, f_{33}]}_{\text{ismeretlen (F elemei)}}^T = 0$$

- Az összes pontpárra felírva lineáris egyenletrendszert kapunk:

$$\begin{bmatrix} x'_1 x_1 & x'_1 y_1 & x'_1 & y'_1 x_1 & y'_1 y_1 & y'_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x'_n x_n & x'_n y_n & x'_n & y'_n x_n & y'_n y_n & y'_n & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \mathbf{f} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{A} \mathbf{f} = \mathbf{0}$$

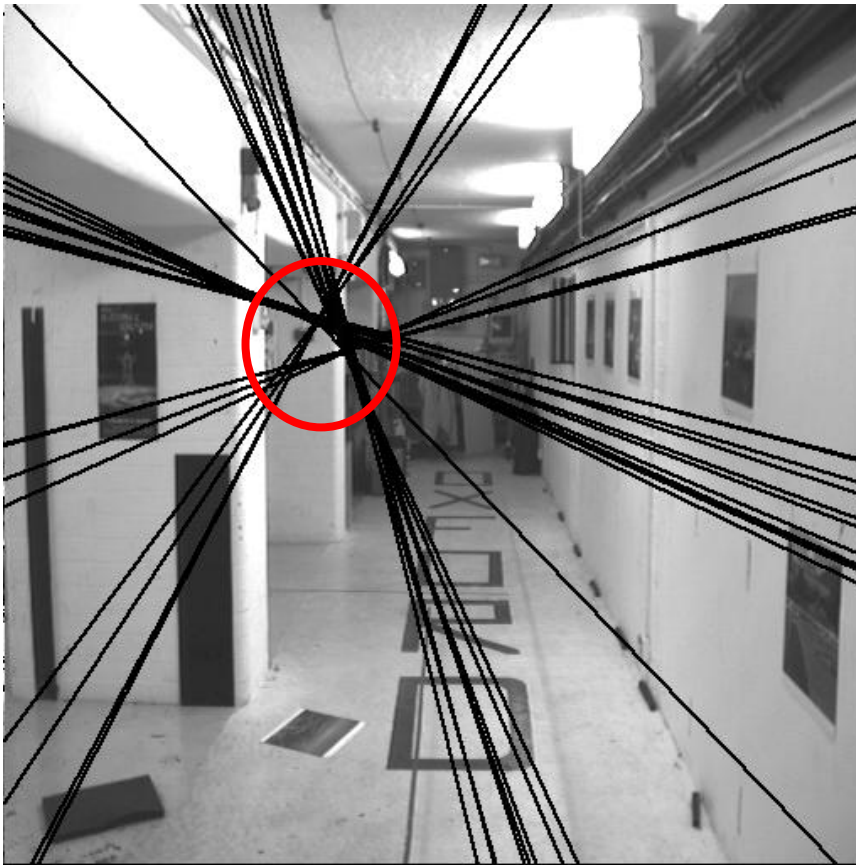
Hány pont megfeleltetés szükséges?

$$Af = 0$$

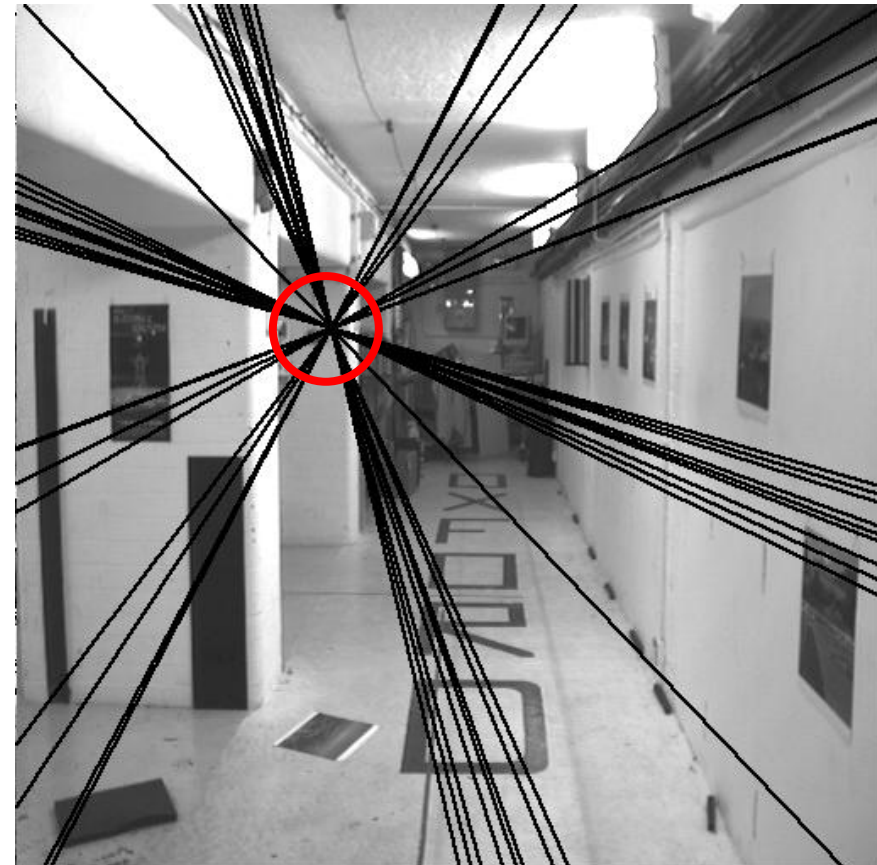
- Ha A rangja 8
 - ➔ f egy skálafaktor erejéig meghatározható
 - ➔ ehhez 8 pont megfeleltetés szükséges
- Ha A rangja > 8
 - Túlhatározott egyenletrendszer LSE megoldása:
 - $||Af||$ minimalizálása $||f||=1$ feltétellel (A SVD felbontásával)
 - Legalább 8 pont megfeleltetés szükséges
- Azonban F szabadsági foka 7
 - rank A = 7 elvileg még elegendő
 - ➔ megoldható 7 pont megfeleltetésből is, de numerikusan nehézkes (nemlineáris egyenletet kapunk)
 - F szingularitását is fel kell használni a megoldáshoz.
- Bárhogyan is számoljuk ki F-t, a rangja 2 kell legyen
 - Ellenkező esetben F nem fundamentális mátrix

F rangja 2

- F szingularitása fontos
 - Enélkül az epipoláris egyenesek nem fogják egy pontban metszeni egymást!



Ha rank $F \neq 2$



Ha rank $F = 2$

F rangja 2

- F kettes rangból eredő tulajdonságai:

$$e'^T F = 0 \quad Fe = 0 \quad \det F = 0 \quad \text{rank } F = 2$$

- F az $Af=0$ egyenletrendszer algebrai megoldása,
 - rangja lehet > 2 .
 - SVD felbontással kapjuk:

$$F = U \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & \sigma_3 \end{bmatrix} V^T = U_1 \sigma_1 V_1^T + U_2 \sigma_2 V_2^T + U_3 \sigma_3 V_3^T$$

- Keressük azt az F' kettes rangú mátrixot, amire: $\min \|F - F'\|_F$
 - Megkapjuk, ha F legkisebb szinguláris értékét nullázzuk:

$$F' = U \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & 0 \end{bmatrix} V^T = U_1 \sigma_1 V_1^T + U_2 \sigma_2 V_2^T$$

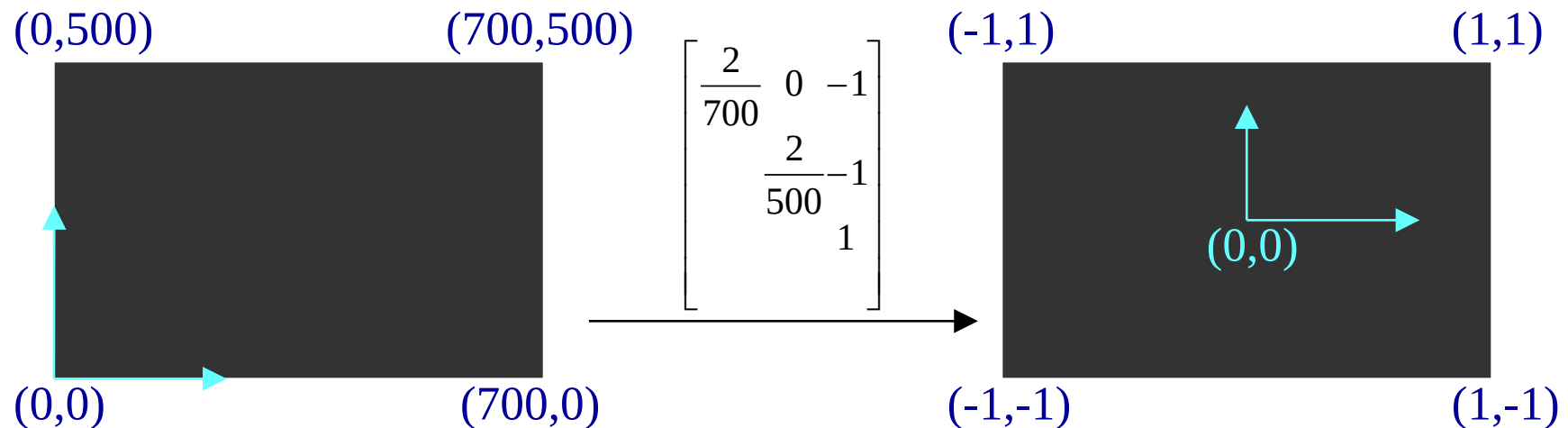
Normalizált 8 pontos algoritmus

- Lineáris túlhatározott egyenletrendszer
 - LSE megoldás A SVD felbontásával
 - 8 egyenletünk van, de általában $\text{rank } A = 9$ zajos (tehát valós) adaton
- Pont koordináták normalizálása kritikus,
 - különben LSE nem ad stabil megoldást!

$$\begin{bmatrix}
 x_1 x_1' & y_1 x_1' & x_1' & x_1 y_1' & y_1 y_1' & y_1' & x_1 & y_1 & 1 \\
 x_2 x_2' & y_2 x_2' & x_2' & x_2 y_2' & y_2 y_2' & y_2' & x_2 & y_2 & 1 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_n x_n' & y_n x_n' & x_n' & x_n y_n' & y_n y_n' & y_n' & x_n & y_n & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 f_{11} \\
 f_{12} \\
 f_{13} \\
 f_{21} \\
 f_{22} \\
 f_{23} \\
 f_{31} \\
 f_{32} \\
 f_{33}
 \end{bmatrix}
 = 0$$

Normalizálás/denormalizálása

- Transzformáljuk a pontokat a $[-1,1] \times [-1,1]$ négyzetbe



- Adott $n \geq 8$ pont megfeleltetés
 1. Normalizálás T és T' mátrixokkal: Tx and $T'x'$
 2. Oldjuk meg F'' -re
 - a) $F' =$ a legkisebb szinguláris értékhez tartozó szinguláris vektor A SVD felbontásában.
 - b) $SVD(F') \rightarrow F''$ a kettes rang kényszerítése
 3. Denormalizálás: $F = T'^T F'' T$

Epipólusok meghatározása

- Mivel az epipólus valamennyi epipoláris egyenesen rajta van:

$$\mathbf{x}'^T \mathbf{F} \mathbf{x} = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{x}'^T \mathbf{F} \mathbf{e} = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{F} \mathbf{e} = 0$$

- Input: Fundamentális mátrix $\mathbf{F}$
 - $\mathbf{F}$ SVD felbontásával kapjuk:

$$\mathbf{F} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T$$

- Az $\mathbf{e}$ epipólus a $\mathbf{V}$ nulla szinguláris értéknek megfelelő oszlopvektora lesz
- Az $\mathbf{e}'$ epipólus pedig az $\mathbf{U}$ nulla szinguláris értéknek megfelelő oszlopvektora lesz

Fundamentális mátrix összefoglaló

- **F egyértelműen meghatározott 3×3 rang 2 mátrix, bármely $x \leftrightarrow x'$ -re teljesül: $x'^T F x = 0$**
 1. Transzponált: ha F a (P, P') fundamentális mátrixa, akkor F^T a (P', P) fundamentális mátrixa
 2. Epipoláris egyenesek: $l' = Fx$ & $l = F^T x'$
 3. Epipólusok: minden epipoláris egyenesen rajta van
 $\rightarrow \forall x: e'^T F x = 0, \rightarrow e'^T F = 0$, hasonlóan $F e = 0$
 4. F szabadsági foka 7: $3 \times 3 - 1$ (homogén) $- 1$ (rang 2)
 5. F egy x pont projektív leképezése egy $l' = Fx$ egyenesre (nem invertálható)
 6. F invariáns egy mindkét kamerára ható projektív transzformációra
 - $(PH, P'H)$ -nak ugyanaz az F mátrixa, mint (P, P') -nek bármely teljes rangú H projekcióra (homográfia)
 - $\rightarrow$ tehát F a P kamerát méri a P' -höz képest, függetlenül attól, hogy hová tesszük őket.

Esszenciális mátrix

- Ha a K kalibrációs mátrix ismert:
 - inverzével szorozva a képpontokat normalizált koordinátákat kapunk
 $\rightarrow \underline{x} = K^{-1}x = [R | t]X$
 - inverzével szorozva a kamera mátrixot megkapjuk a normalizált kamera mátrixot
 $\rightarrow K^{-1}P = [R | t]$
- Tekintsünk most egy normalizált kamera párt:
 $P = [I | 0]$ és $P' = [R | t]$.
 - A kamera párnak megfelelő fundamentális mátrixot *Esszenciális mátrix*nak nevezzük: $E = [t]_x R = R[R^T t]_x$
 - Továbbra is teljesül: $\underline{x}'^T E \underline{x} = 0$
 - E és F közötti kapcsolat:

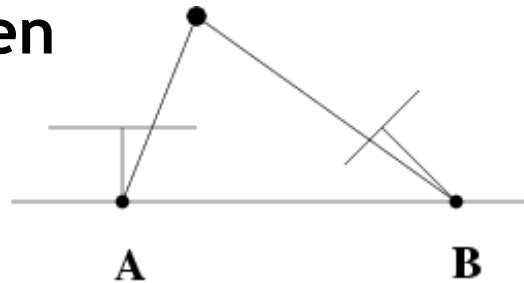
$$E = K'^T F K$$

Esszenciális mátrix

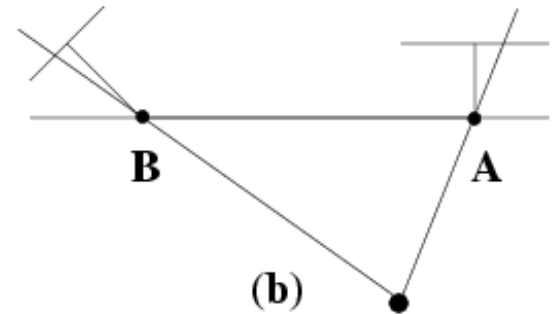
- 5 szabadsági fok (3 forgatás: R és 2 eltolás: t)
- SVD felbontás tulajdonságai:
 - Első két szinguláris érték egyenlő
 - A harmadik 0
 - Mivel E egy skálafaktor erejéig meghatározott, írhatjuk:
 $E = U \text{diag}(1, 1, 0) V^T$
- Meghatározhatjuk a P , P' kamera mátrixokat
 - egy skálafaktor megoldás erejéig ,
 - négy lehetséges

4 lehetséges megoldás

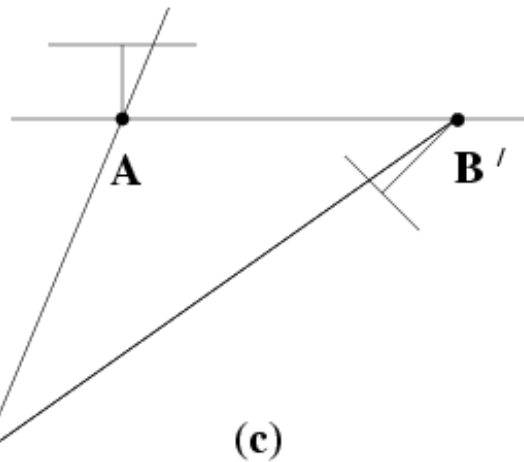
- Csak egy esetben lesznek a pontok mindkét kamera látóterében



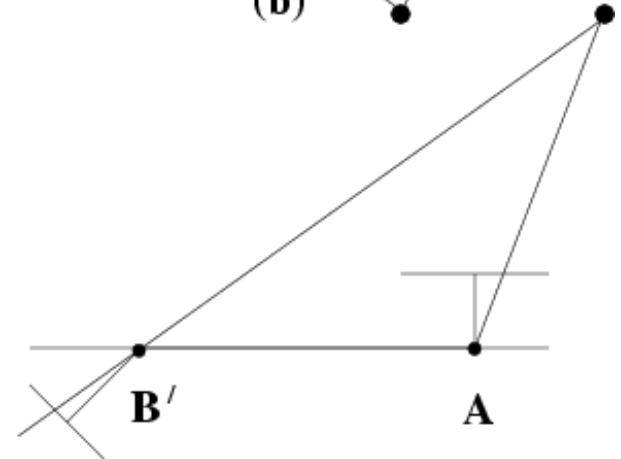
(a)



(b)



(c)



(d)

Felhasznált anyagok

- Davi Geiger: Computer Vision 2002 course