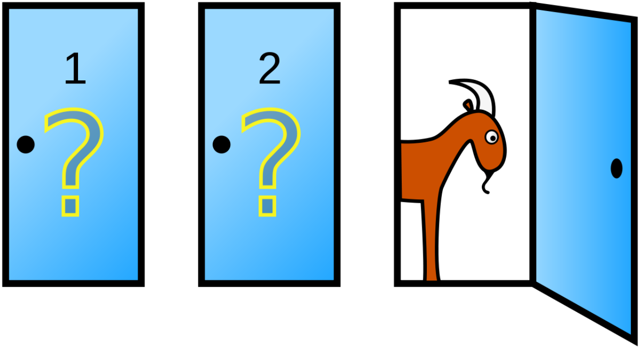
Döntési rendszerek I.

SZTE Informatikai Intézet
Számítógépes Optimalizálás Tanszék
Készítette: London András

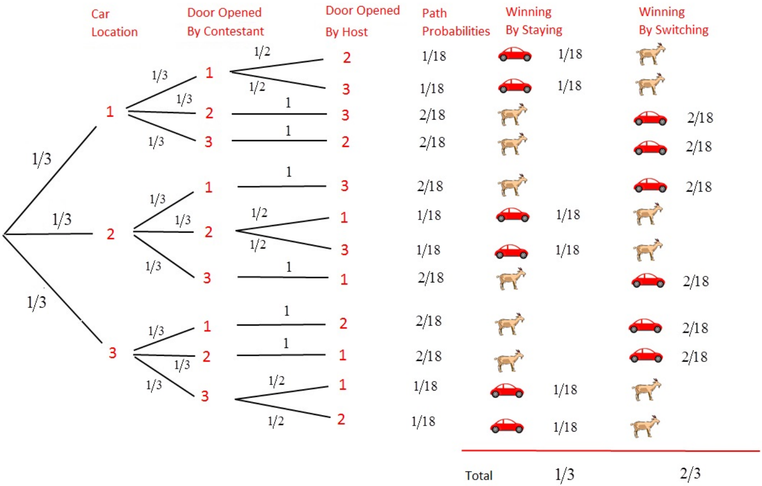
2. Gyakorlat

„Képzeljük el, hogy egy vetélkedőben szerepel, és három ajtó közül kell választania. Az egyik mögött kocsi van, a másik kettő mögött viszont kecske. Tegyük fel, hogy maga az 1. ajtót választja, mire a műsorvezető, aki tudja, melyik ajtó mögött mi van, kinyitja a 3. ajtót, megmutatván, hogy amögött kecske van. Ezután önhöz fordul, és megkérdezi: „Nem akarja esetleg mégis a 2. ajtót választani?” Vajon előnyére válik, ha vált?” (Craig F. Whitaker, 1990)



Forrás: Wikipédia

Megoldás.



Forrás: probabilityandstats.wordpress.com

Egy szabályos érmét addig dobálunk fel, amíg fejet (F) nem kapunk. Ha ez az n-edik dobásra következett be, akkor a bank fizet 2^n Ft-ot. Mennyit fizetnénk, hogy játszhassuk ezt a játékot?

n	Dobássorozat	Kifizetés (Ft)	Valószínűség	Várható kifizetés
1	F	2	$1/2$	$1/2 \times 2$
2	IF	4	$1/4$	$1/4 \times 4$
3	IIF	8	$1/8$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	IIII...F	2^n	$1/2^n$	$1/2^n \times 2^n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Legyen X az a véletlen változó amelyre
$\Pr(X = 2) = 1/2$, $\Pr(X = 4) = 1/4$, $\Pr(X = 8) = 1/8$, és így tovább.

X a játékot írja le, várható értéke pedig

$$\mathbb{E}(X) = \sum_x x\Pr(X = x) = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{1}{8} \cdot 8 + \cdots = \infty$$

azaz a bank végtelen sokat is veszthet, ezért nem fogja „olcsón” adni a játékot. Ugyanakkor senki nem fizetne túl sokat azért, hogy játszhasson, ugyanis 1-valószínűséggel nem nyer „végtelen” sokat:

$$\Pr(\text{nyereség} \leq 4) \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Pr(\text{nyereség} \leq 8) \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$