Hálózattudomány

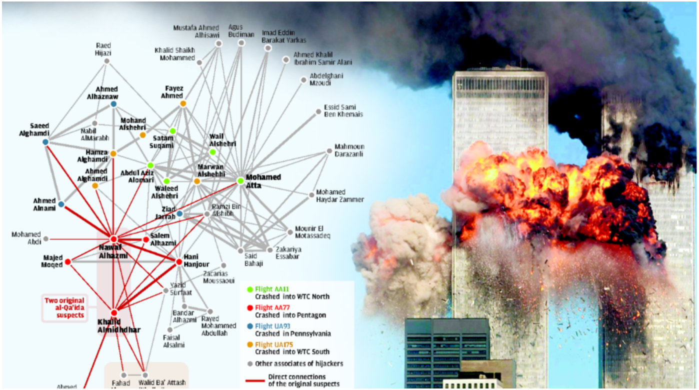
SZTE Informatikai Intézet
Számítógépes Optimalizálás Tanszék
Előadó: London András

1. Előadás

Hálózatok mindenhol!

ábra. Facebook kapcsolati háló

Hálózatok mindenhol!

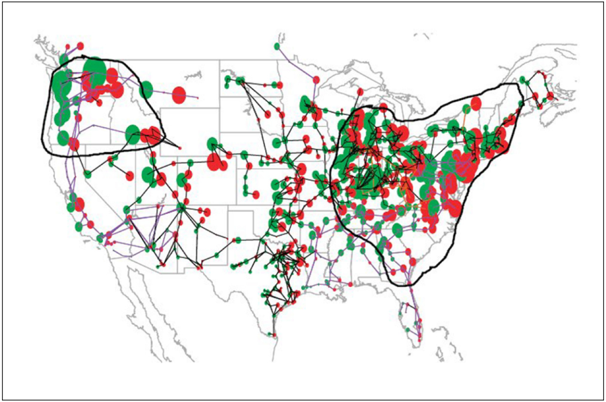


ábra. 9/11 terrorista hálózat (kapcsolatok, pénzáramlás). Bármely két pont legfeljebb 2 távolságra van egymástól. Forrás: Paul Sperry, NY Post

Hálózatok mindenhol!

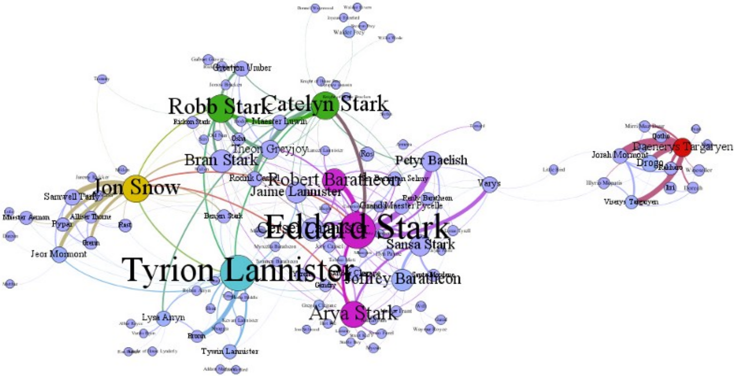
ábra. Európai légi közlekedési hálózat dinamikusan.

Hálózatok mindenhol!



ábra. Az USA elektromos ellátó rendszere. 2003.08.14-én az észak-keleti áramellátás teljesen leállt.

Hálózatok mindenhol!



ábra. A Trónok harca szereplőinek interakciói (1-2. évad). Az élek vastagsága a találkozások számával arányos.

Ki a következő áldozat? – Janosov Milán (CEU) tanulmánya

Miért modellezünk hálózatokkal?

Többek közt...

- Központi szerepük van az információ áramlásban
- Fontos szerepük van „fertőzések” terjedésének vizsgálatában
- Mit vásárolunk, milyen nyelven beszélünk, hogyan szavazunk, milyen oktatásban lesz részünk, sikeresek leszünk-e szakmailag, ...

Kulcsfontosságú megérteni:

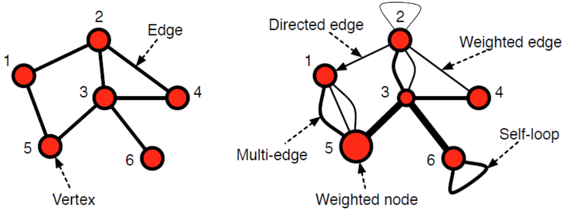
1. Hogyan hat a hálózati struktúra a szereplők viselkedésére
2. Milyen hálózati struktúrák jelennek meg a társadalomban és gazdaságban

Miért komplexek ezek a hálózatok?

- Sok egymással kapcsolatban álló és egymásra ható szereplő
- Adaptivitás: visszajelzés, kooperáció
- Növekedés, evolúció
- Nincs linearitás: Az egész több, mint a részek összessége!

Gráfok

$G := (V, E)$ – gráf, ahol
$V = (1, 2 \ldots, N)$ a gráf csúcsai és $E \subseteq V \times V$ a gráf élei.



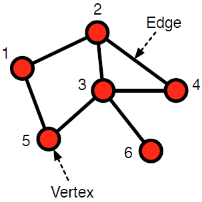
ábra. Gráfok, alapfogalmak. (Forrás: Aaron Clauset, Network Analysis and Modelling course)

Gráfreprezentációk

Szomszédsági mátrix , $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$

$$a_{ij} = \begin{cases} w_{ij}, & \text{ha } i \text{ és } j \text{ csúcs összekötött} \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

Ha G súlyozatlan, akkor $w_{ij} = 1$.



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & 5 & & \\ 2 & 3 & 1 & 4 & \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & 3 & & \\ 5 & 1 & 3 & & \\ 6 & 3 & & & \end{array}$$

$$\{(1,2), (1,5), (2,3), (2,4), (3,5), (3,6)\},$$

ábra. Gráfreprezentációk: Szomszédsági mátrix, szomszéd lista, éllista (Forrás: Aaron Clauset, Network Analysis and Modelling course)

Utak, elérhetőség, komponensek

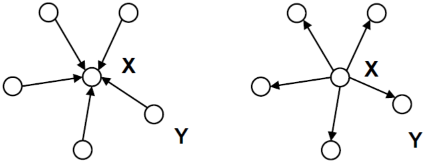
Út $i - n$ (/ irányított út): csúcsok sorozata, $(i, j, k, \ldots, m, n)$, ahol az egymást követő csúcsok között van él (/ irányított él); legrövidebb út két pont között: az összes lehetséges út közül a legrövidebb. (ism. *Dijkstra, Ford-Bellman, Floyd–Warshall algoritmus*)

Komponens: (Rész)gráf, melynek bármely két pontja között van út (azaz *összefüggő*).

Erősen összefüggő komponens Irányított esetben i és j elérhető egymásból, ha van $i \to j$ és $i \leftarrow j$ út is. EÖK ha bármely két pontja elérhető egymásból. (ism. *Mélységi keresés*)

Fokszám

$i \in V$ pont foka: $k_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}$
Irányított esetben $k_i^{be} = \sum_{j=1}^{n} a_{ji}$, $k_i^{ki} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}$



ábra. Be- és kifok

Néhány észrevétel (élszám, átlagfok, sűrűség):

$$m = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} k_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} a_{ij} \quad \langle k \rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N} k_i = \frac{2m}{n} \quad \rho = \frac{m}{\binom{n}{2}} = \frac{\langle k \rangle}{n-1}$$

További olvasnivaló

Ismétlés: gráfelméleti alapok, valószínűségszámítás alapok, algoritmusok

Jegyzet:

- Jackson könyv 1. fejezet
- Newman cikk I-II.