

Közelítő és szimbolikus számítások I.

Gyakorlat

Gyakorlatvezető: London András

3. Gyakorlat

Lineáris egyenletrendszerek

$$\begin{array}{cccccc} a_{1,1}x_1 + & a_{1,2}x_2 + & \cdots & + a_{1,m}x_m & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 + & a_{2,2}x_2 + & \cdots & + a_{2,m}x_m & = & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ a_{n,1}x_1 + & a_{n,2}x_2 + & \cdots & + a_{n,m}x_m & = & b_n \end{array}$$

$$\underset{n \times m}{A} \underset{n \times 1}{x} = \underset{n \times 1}{b}$$

Motiváció: műszaki tudományok, fizika, kémia, közgazdaságtan → nagyon sok probléma lineáris rendszerek formájában írható le és kezelhető matematikailag

Alapfogalmak ismételni

- Reguláris, szinguláris mátrix
- Mátrix rangja
- Determináns
- Egyenletrendszerek megoldhatósága
- Gauss elimináció

Egyenletrendszer megoldása MATLAB-ban

Gauss eliminációval:

```
>>A;
```

```
>>b;
```

```
>>x=A\b
```

LU felbontás

Egy A négyzetes mátrix felbontható a következőképp:

$$A = LU$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \cdots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{nn} \end{bmatrix}$$

Ha megvan a felbontás, akkor az eredeti egyenlet $Ax=b \rightarrow LUx=b$ alakú és legyen $Ux=y$, ekkor $Ly=b$ megoldása után $Ux=y$ -t megoldva kapjuk x -et

LU felbontás

```
>>A;
```

```
>>b;
```

```
>> [L, U] = lu(A);
```

```
>> y=L\b;
```

```
>> x=U\y
```

Mire jó? Ha különböző b értékekre kell megoldanunk az egyenletrendszert, az LU felbontást akkor is csak egyszer kell megtenni, míg a Gauss eliminációt minden esetben el kellene végezni

Feladatok

1. Oldd meg Gauss eliminációval papíron és MATLAB-ban is a következő egyenletrendszert

$$\begin{array}{rclcl} 3x_1 & -1x_2 & +4x_3 & = & 2 \\ -1x_1 & +x_2 & & = & 1 \\ 4x_1 & -3x_2 & +6x_3 & = & 0 \end{array}$$

2. Írj MATLAB scriptet, ami bemenetként egy A mátrixot és egy b vektort vár, kimenete pedig az $Ax=b$ egyenlet megoldása. Ha gond van a dimenziókkal, azt írja ki.
3. Oldd meg az első két feladatot LU felbontással is. Egészítsd ki azzal ezt, hogy több b értéket adsz meg, és valamennyi egyenletet megoldását írd ki.