

### Fixpontos számok

Pl.: előjeles kétjegyű decimális számok :

- Ábrázolási tartomány: [-99, +99].
- Pontosság (két „szomszédos” szám különbsége): 1.
- Maximális hiba: (az ábrázolási tartományba eső) tetszőleges valós szám és a hozzá legközelebb lévő ábrázolható szám különbsége: 1/2.

Számolási pontatlanságok:

$$a = 70, b = 40, c = -30 \text{ esetén}$$

$$a + (b + c) = 80, \quad (a+b) + c = -20.$$

túlsordulás

Máté: Architektúrák

2. előadás

1

### Helyértékes ábrázolás

$$\text{Pl.: } 521,25_{10} = 5 * 10^2 + 2 * 10^1 + 1 * 10^0 + 2 * 10^{-1} + 5 * 10^{-2}.$$

Általában (q alapú számrendszer esetén):

$$a_n a_{n-1} \dots a_0, b_1 b_2 \dots b_m = a_n * q^n + a_{n-1} * q^{n-1} + \dots + a_0 + b_1 * q^{-1} + b_2 * q^{-2} + \dots + b_m * q^{-m}$$

$$0 \leq a_i, b_j < q$$

Átszámolás számrendszerek között

Máté: Architektúrák

2. előadás

2

B: Bináris, O: Oktális, D: Decimális H: Hexadecimális

B	O	D	H	B	O	D	H
0	0	0	0	1000	10	8	8
1	1	1	1	1001	11	9	9
10	2	2	2	1010	12	10	A
11	3	3	3	1011	13	11	B
100	4	4	4	1100	14	12	C
101	5	5	5	1101	15	13	D
110	6	6	6	1110	16	14	E
111	7	7	7	1111	17	15	F

A.3. ábra része

Máté: Architektúrák

2. előadás

3

Pl. 23,375<sub>10</sub> átszámítása kettes számrendszer-be.

Egész rész osztással:

Tört rész szorzással:

/2	marad		egész	*2
23	1	↑		0.375
11	1		0	.750
5	1		1	.500
2	0		1	.000
1	1			
		10111 <sub>2</sub>		0,011 <sub>2</sub>

$$23,375_{10} = 10111,011_2.$$

Véges tizedes tört nem biztos, hogy binárisan is véges!

Máté: Architektúrák

2. előadás

4

Példa bináris összeadásra:

1. összeadandó: 0 1 0 1 1 0 1 0 (= 90<sub>10</sub>)

2. összeadandó: 0 1 1 1 1 1 0 0 (=124<sub>10</sub>)

Átvitel: 1 1 1 1 0 0 0

Eredmény: 1 1 0 1 0 1 1 0 (=214<sub>10</sub>)

Máté: Architektúrák

2. előadás

5

### Átszámítás 10-es számrendszerbe

q alapú számrendszerből legegyszerűbben a Horner elrendezéssel alakíthatunk át számokat:

$$a_n * q^n + a_{n-1} * q^{n-1} + \dots + a_0 + b_1 * q^{-1} + b_2 * q^{-2} + \dots + b_m * q^{-m} = (\dots (a_n * q + a_{n-1}) * q + \dots + a_1) * q + a_0 + (\dots (b_m / q + b_{m-1}) / q + \dots + b_1) / q$$

Máté: Architektúrák

2. előadás

6





A legkisebb pozitív (single) normalizált szám:  
 $2^{-126} = 2^{-126} * 1,000 \dots 0000_2 =$   
 $= \underbrace{0000\ 0000\ 1000 \dots 0000}_2 = 0080\ 0000_{16}$   
 ± kitevőrész 1. törtrész

A legnagyobb pozitív (single) normalizálatlan szám:  
 $2^{-126} * 0,111 \dots 1111_2 =$   
 $= \underbrace{0000\ 0000\ 0111 \dots 1111}_2 = 007F\ FFFF_{16}$   
 ± kitevőrész 0. törtrész  
 $\approx 2^{-126}$

A különbségük csupán  $2^{-149}$ .

Máté: Architektúrák 2. előadás 19

### Normalizálatlan számok (IEEE 754, single)

**Ha a kitevőrész = 255**

Túl nagy számok (túlsordulás):

- $\infty$  (végtelen): pl.  $1/0$ ,
- **NaN** (Not a Number): pl.  $\infty / \infty$

Máté: Architektúrák 2. előadás 20

Normalizált	±	$0 < \text{kitevőrész} < \text{Max}$	bitminta
Nem normalizált	±	0	nem nulla bitminta
Nulla	±	0	0
Végtelen	±	111...1	0
Nem szám	±	111...1	nem nulla bitminta

**B.6. ábra.** IEEE numerikus típusok

Máté: Architektúrák 2. előadás 21

### Digitális logikai szint

**Digitális áramkör:** két érték – általában 0-1 volt között az egyik (pl. 0, hamis), 2-5 volt között a másik (1, igaz).

Más feszültségeket nem engednek meg.

**Kapu (gate):** kétértékű jelek valamilyen függvényét tudja meghatározni.

Kapcsolási idő néhány ns (nanoszekundum =  $10^{-9}$  s)

Máté: Architektúrák 2. előadás 22

### Tranzisztor

Ha  $V_{be} = \text{föld}$ , akkor a tranzisztor szigetel  $\Rightarrow V_{ki} = V_{cc}$

Ha  $V_{be} = V_{cc}$ , akkor a tranzisztor vezet  $\Rightarrow V_{ki} = \text{föld}$

Az igaz és hamis, az 1 és 0 kétféle reprezentációja:

- $V_{cc} = \text{igaz} = 1$ , föld = hamis = 0 (pozitív logika),
- $V_{cc} = \text{hamis} = 0$ , föld = igaz = 1 (negatív logika).

Máté: Architektúrák 2. előadás 23

### NEM (NOT) kapu, inverter (3.1-2. ábra, 3.2a.swf)

Szimbolikus jelölése:

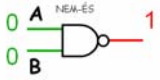
**Igazság tábla:**

A	X
0	1
1	0

erősítő **Inverziós gömb**

Máté: Architektúrák 2. előadás 24

**NEM-ÉS (NAND) kapu (3.1-2. ábra, 3.2b.swf)**

Szimbolikus jelölése: 

Igazság tábla:

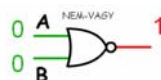
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Viszálép  
Előrelép

(b)

Máté: Architektúrák 2. előadás 25

**NEM-VAGY (NOR) kapu (3.1-2. ábra, 3.2c.swf)**

Szimbolikus jelölése: 

Igazság tábla:

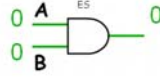
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Viszálép  
Előrelép

(c)

Máté: Architektúrák 2. előadás 26

**ÉS (AND) kapu (3.2. ábra, 3.2d.swf)**

Szimbolikus jelölése: 

Igazság tábla:

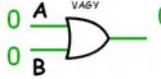
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Viszálép  
Előrelép

(d)

Máté: Architektúrák 2. előadás 27

**VAGY (OR) kapu (3.2. ábra, 3.2e.swf)**

Szimbolikus jelölése: 

Igazság tábla:

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Viszálép  
Előrelép

(e)

Máté: Architektúrák 2. előadás 28

**Boole-algebra**

Olyan algebra, amelynek változói és függvényei csak a 0, 1 értéket veszik fel, a műveletei:

- **ÉS** (konjunkció),
- **VAGY** (diszjunkció),
- **NEM** (negáció).

**Igazságtábla:** olyan táblázat, amely a változók összes lehetséges értéke mellett megadja a függvény vagy kifejezés értékét.

Máté: Architektúrák 2. előadás 29

Pl. 3 változós többségi függvény (3.3. ábra):  
értéke 1, ha legalább két argumentuma 1

Igazság tábla:

A	B	C	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Boole-algebrai alakja:

$$M = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

A fölülvonás a **NEM** (negáció), az egymás mellé írás az **ÉS**, a + a **VAGY** művelet jele.

Diszjunktív normálforma.

Máté: Architektúrák 2. előadás 30

**Boole-függvény megvalósításának lépései (3.3. ábra):**  
 $M = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$  3.3.swf

Igazság tábla    Negált értékek    ÉS kapuk bemenetei    ÉS kapuk    VAGY kapu    Kimenet

A	B	C	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

3.3. ábra. Háromváltozós többségi függvény

Máté: Architektúrák    2. előadás    31

**NAND és NOR előnye: teljesség (3.4. ábra, 3.4.swf)**

3.4. ábra. a) NEM b) ÉS c) VAGY kapuk csak NEM-ÉS vagy csak NEM-VAGY kapukkal történő megvalósítás

(a)    (b)    (c)

Máté: Architektúrák    2. előadás    32

**Definíció:** Akkor mondjuk, hogy két Boole-függvény **ekvivalens**, ha az összes lehetséges bemenetre a két függvény azonos kimenetet ad.

Két Boole-függvény ekvivalenciája könnyen ellenőrizhető az igazság táblájuk alapján.

Pl.:  $AB + AC$  és  $A(B + C)$  ekvivalens (3.5. ábra).

Az első függvény megvalósításához két **ÉS** és egy **VAGY** kapura van szükség, a másodikhoz elegendő egy **ÉS** és egy **VAGY** kapu.

Máté: Architektúrák    2. előadás    33

**Néhány azonosság (3.6. ábra, 3.6.swf)**

Név	ÉS forma	VAGY forma
Identitás szabály	$1A = A$	$0 + A = A$
Nullszabály	$0A = 0$	$1 + A = 1$
Idempotens szabály	$AA = A$	$A + A = A$
Inverz szabály	$A\bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$
Kommutatív szabály	$AB = BA$	$A + B = B + A$
Asszociatív szabály	$(AB)C = A(BC)$	$(A + B) + C = A + (B + C)$
Disztribúciós szabály	$A + BC = (A + B)(A + C)$	$A(B + C) = AB + AC$
Abszorpciósi szabály	$A(A + B) = A$	$A + AB = A$
De Morgan-szabály	$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}$

Máté: Architektúrák    2. előadás    34

Disztribúciós szabály:  
 $A + BC = A + (BC) = (A + B)(A + C)$

Jelölje az **ÉS** műveletet  $\wedge$ , a **VAGY** műveletet  $\vee$ , akkor

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Máté: Architektúrák    2. előadás    35

**3.10. ábra** SSI lapka négy NAND kapuval  
 $V_{cc}$ : feszültség,     $GND$ : föld.

Máté: Architektúrák    2. előadás    36

**Kíváncsi: sok kapu – kevés láb**

**Kombinációs áramkörök**

**Definíció:**  
A kimeneteket egyértelműen meghatározzák a pillanatnyi bemenetek.

Máté: Architektúrák 2. előadás 37

• **Multiplexer:**  $n$  vezérlő bemenet,  $2^n$  adatbemenet,  $1$  kimenet. Az egyik adatbemenet kapuzott (gated) a kimenetre (3.11-12. ábra, 3.11.swf).

3.11. ábra Nyolcbemenetes multiplexer áramkör

3.11. ábra Nyolcbemenetes multiplexer áramkör

A	B	C	F
0	0	0	D <sub>0</sub>
0	0	1	D <sub>1</sub>
0	1	0	D <sub>2</sub>
0	1	1	D <sub>3</sub>
1	0	0	D <sub>4</sub>
1	0	1	D <sub>5</sub>
1	1	0	D <sub>6</sub>
1	1	1	D <sub>7</sub>

Sematikus rajza

Máté: Architektúrák 2. előadás 38

**Feladatok**

Mi a bit?  
Mi a bájt (byte)?  
Konvertáljuk a következő számokat bináris számokká:  
1984, 4000, 8192  
Hány különböző pozitív egész szám fejezhető ki  $k$  számjegy segítségével  $r$  alapszám esetén?

Máté: Architektúrák 2. előadás 39

**Feladatok**

Hajtsuk végre a következő számításokat 8 bites kettes komplementű számokon:

00101101 + 01101111,  
11111111 + 11111111,  
00000000 – 11111111,  
11110111 – 11110111.

Máté: Architektúrák 2. előadás 40

**Feladatok**

Mit tud az IEEE 754 standardról?  
Konvertáljuk a következő számokat IEEE egyszeres pontosságúba! Az eredményt 8 jegyű hexadecimális számként adjuk meg: 9, 5/32, -5/32, 6,125.  
Konvertáljuk a következő egyszeres pontosságú IEEE lebegőpontos számokat decimális számokká: 42E48000H, 3F880000H, 00800000H, C7F00000H.  
Mikor fordul elő, hogy két lebegőpontos számon végrehajtott művelet eredményénél a szignifikáns jegyek száma drasztikusan csökken?

Máté: Architektúrák 2. előadás 41

**Feladatok**

Mi az igazság tábla? Írja fel a **NEM**, **ÉS**, **VAGY**, **NAND**, **NOR**, **XOR** művelet igazság tábláját!  
Mi a Bool algebra?  
Írja fel a 3 változós többségi függvény igazság tábláját és Bool-algebrai alakját!  
Mikor mondunk két Boole-függvényt equivalentnek?  
Hogy valósítható meg egy Boole-függvény?  
Mit jelent a **NAND** és **NOR** művelet teljessége?  
Írja föl a Boole-algebra legfontosabb azonosságait!  
Mit jelent az áramköri ekvivalencia?  
Írja fel a De Morgan szabályt!

Máté: Architektúrák 2. előadás 42

**Az előadáshoz kapcsolódó**

**Fontosabb tételek**

Numerikus adatok ábrázolása: fixpontos ábrázolás, konverzió számrendszerek között. Negatív számok ábrázolásai

Lebegőpontos számok. IEEE 754 szabvány

Digitális logikai szint. Kapuk. Boole algebra. Boole függvények megvalósítása, áramköri ekvivalenciája. A Boole algebra legfontosabb azonosságai, dualitás

Kombinációs áramkörök, multiplexer, demultiplexer, dekódoló, összehasonlító