

Legyen adott  $F_1, \dots, F_n$  megfigyelés, mely adott objektumot ír le. Az említett objektumokat a  $C_1, \dots, C_m$  osztályok valamelyikébe szeretnénk besorolni (pontosan egybe).

Abba a  $C^* \in \{C_1, \dots, C_m\}$  osztályba soroljuk az  $F_1, \dots, F_n$  jellemzőkkel leírt objektumot, melyre a  $P(C^*|F_1, \dots, F_n)$  valószínűség a legnagyobb, azaz

$$C^* = \operatorname{argmax}_{C \in \{C_1, \dots, C_m\}} P(C|F_1, \dots, F_n).$$

Az alábbi átalakításokat végezhetjük el a  $P(C|F_1, \dots, F_n)$  valószínűségen feltéve, hogy  $\forall 1 \leq i < j \leq n$  esetén  $F_i$  és  $F_j$  független:

$$\begin{aligned} P(C|F_1, \dots, F_n) &= \frac{P(F_1, \dots, F_n|C)P(C)}{P(F_1, \dots, F_n)} = \\ &= \frac{P(C, F_1, \dots, F_n)}{P(F_1, \dots, F_n)} = \\ &= \frac{P(C)P(F_1, \dots, F_n|C)}{P(F_1, \dots, F_n)} = \\ &= \frac{P(C)P(F_1|C)P(F_2, \dots, F_n|C, F_1)}{P(F_1, \dots, F_n)} = \\ &= \frac{P(C)P(F_1|C)P(F_2|C, F_1)P(F_3, \dots, F_n|C, F_1, F_2)}{P(F_1, \dots, F_n)} = \\ &\vdots \\ &= \frac{P(C)P(F_1|C)P(F_2|C, F_1) \dots P(F_n|C, F_1, \dots, F_{n-1})}{P(F_1, \dots, F_n)} = \\ &= \frac{P(C)P(F_1|C)P(F_2|C) \dots P(F_n|C)}{P(F_1, \dots, F_n)} = \\ &= \frac{1}{P(F_1, \dots, F_n)} P(C) \prod_{i=1}^n P(F_i|C). \end{aligned}$$

Tegyük fel, hogy  $P(F_1, \dots, F_n) = Z$ , ekkor a fenti feladat a következő formában írható (naív Bayes döntés):

$$C^* = \operatorname{argmax}_{C \in \{C_1, \dots, C_m\}} P(C) \prod_{i=1}^n P(F_i|C).$$

Konkrét osztályozási feladat esetén a fenti feladat valószínűségeit empirikusan közelítjük. A 0 valószínűségek nem szerencsések az ilyen becslések esetén, ezért gyakran a gyakorlatban a fenti feltételes valószínűségeket az *m-estimate* módszer használatával közelítjük:

$$P(F = f|C = c) = \frac{n_f + mp}{n + m},$$

ahol  $n_f$  azoknak a példáknek a száma, melyekre  $F = f$  és  $C = c$ ,  $n$  pedig, melyekre  $C = c$ ,  $m$  és  $0 < p < 1$  konstansok.