

Három alapvető művelet: *konjunkció* $c(x, y)$, *diszjunkció* $d(x, y)$, *negáció* $n(x)$.

Konjunkció tulajdonságai:

1. folytonos
2. monoton csökken (nem szigorúan)
3. kompatibilitás a klasszikus logikával
 $c(0, 0) = 0$
 $c(1, 1) = 1$
 $c(1, 0) = c(0, 1) = 0$
4. asszoiatív: $c(c(x, y), z) = c(x, c(y, z))$
5. idempotens: $c(x, x) = x$

Diszjunkció tulajdonságai:

1. folytonos
2. monoton nő (nem szigorúan)
3. kompatibilitás a klasszikus logikával
 $d(0, 0) = 0$
 $d(1, 1) = 1$
 $d(1, 0) = d(0, 1) = 1$
4. asszoiatív

Negáció tulajdonságai:

1. folytonos
2. szigorúan monoton csökken
3. kompatibilitás a klasszikus logikával
 $n(0) = 1$
 $n(1) = 0$
4. involutív: $n(n(x)) = x$

A konjunkciós és diszjunkciós operátorok előállnak a generátor függvényükből ($f(x)$) a következő alakban:

$$c(x, y) = f^{-1}(f(x) + f(y))$$

$$d(x, y) = f^{-1}(f(x) + f(y))$$

A negációs operátorok pedig a következő alakban:

$$n(x) = f^{-1}(1 - f(x))$$

Minden negációs operátornak létezik fixpontja, azaz ahol $n(\nu_*) = \nu_*$.

Fuzzy agregáció ($a(x, y)$): $c(x, y) \leq a(x, y) \leq d(x, y)$

1. folytonos
2. szigorúan monoton
3. kompatibilitás a klasszikus logikával:
 $a(0, 0) = 0$
 $a(1, 1) = 1$
4. asszociatív
5. $a(n(x), n(y)) = n(a(x, y))$ (ön DeMorgen)

Az agregációra teljesül a $a(x, y) = f^{-1}(f(x) + f(y))$ összefüggés.

Feladat:

Határozzuk meg a következő generátor függvényekhez tartozó operátort:

1. $f(x) = -\ln(x)$ (konjunkció valsz.)
2. $f(x) = -\ln(1 - x)$ (diszjunkció valsz.)
3. $f(x) = x^n$ (negáció)
4. $f(x) = \left(\frac{1-x}{x}\right)^\alpha$ (Dombi-operátor)