

Bonyolultságelmélet

Monday 10th October, 2016, 17:44

Tétel

A HAMILTON-ÚT probléma NP-teljes.

Tétel

A HAMILTON-ÚT probléma NP-teljes.

Ötlet

„Értékválasztó” gadget:

Tétel

A HAMILTON-ÚT probléma NP-teljes.

Ötlet

„Értékválasztó” gadget:



Tétel

A HAMILTON-ÚT probléma NP-teljes.

Ötlet

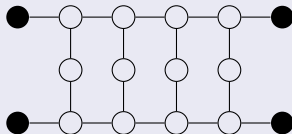
„Értékválasztó” gadget:



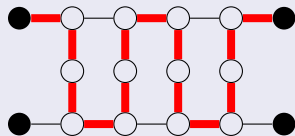
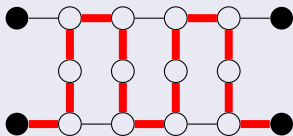
(Balról jobbra ha megy egy Hamilton-út, akkor **választanunk** kell a „fenti” és a „lenti” útvonal közül egyet.)

⇒ mint egy értékadás – ilyen gadgetből változónként lesz egy

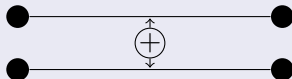
„XOR” gadget:



Minden Hamilton-út egy olyan gráfban, ami ezt a gadgetot **feszített részgráfként** tartalmazza, a következők egyike ezen a gráfon belül:



Hogy átláthatóbb legyen a rajzunk, ezt a gadgetet így rajzoljuk:



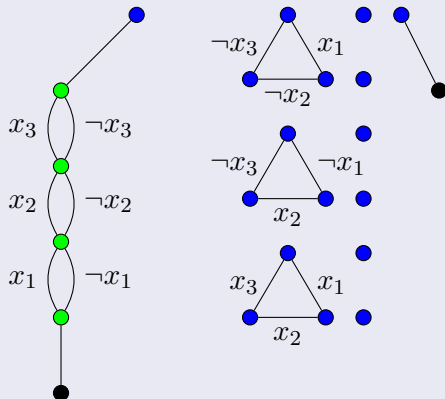
A XOR gadgettel egy gráfban olyan Hamilton-kört keresünk, melyben **ki tudjuk kötni bizonyos élpárokra**, hogy a két él közül a keresett Hamilton-kör **pontosan egyen** haladjon át.

A teljes konstrukció a $3SAT \leq HAMILTON-ÚT$ visszavezetéséhez:

- minden változóhoz létrehozunk egy **értékválasztó gadgetet**, az x_i -hez tartozó két párhuzamos élt x_i -vel ill. $\neg x_i$ -vel címkézzük;
- minden klózhoz létrehozunk egy **háromszöget**, az $\ell_1 \vee \ell_2 \vee \ell_3$ klózhoz létrehozott háromszög éleit rendre ℓ_1 -gyel, ℓ_2 -vel és ℓ_3 -mal címkézzük; felvesszünk még két további csúcsot;
- az ellentétes literálokkal címkézett élek között XOR gadgetet hozunk létre;
- az értékválasztó gadgeteket láncba kötjük;
- a háromszögek csúcsaiból, az utolsó értékválasztó csúcsból és még egy plusz csúcsból pedig egyetlen nagy klikket készítünk;
- végül az előző pontbeli plusz csúcsból még egy új csúcsba

Példa $3SAT \leq HAMILTON-ÚT$

Legyen $\varphi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)$.
 Akkor a kapott gráf:



Továbbá, a kék csúcsokat páronként összekötjük, a háromszögek élei és az azonos címkejű értékválasztó élek közé a \oplus gadgetet illesztjük.

Így, mivel $\text{HAMILTON-ÚT} \leq_{\mathcal{P}} \text{TSP}(E)$, így a $\text{TSP}(E)$ probléma **NP**-teljes.

Tétel

A 3-SZÍNEZÉS probléma **NP**-teljes.

Így, mivel $\text{HAMILTON-ÚT} \leq_{\mathcal{P}} \text{TSP}(E)$, így a $\text{TSP}(E)$ probléma **NP**-teljes.

Tétel

A 3-SZÍNEZÉS probléma **NP**-teljes.

Megjegyzés

Így, mivel $\text{HAMILTON-ÚT} \leq_{\mathcal{P}} \text{TSP}(E)$, így a $\text{TSP}(E)$ probléma **NP**-teljes.

Tétel

A 3-SZÍNEZÉS probléma **NP**-teljes.

Megjegyzés

A 2-SZÍNEZÉS probléma **P**-ben van.

Így, mivel $\text{HAMILTON-ÚT} \leq_{\mathcal{P}} \text{TSP}(E)$, így a $\text{TSP}(E)$ probléma **NP**-teljes.

Tétel

A 3-SZÍNEZÉS probléma **NP**-teljes.

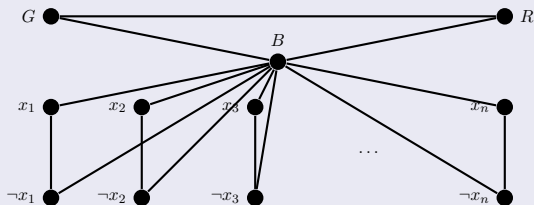
Megjegyzés

A 2-SZÍNEZÉS probléma **P**-ben van.

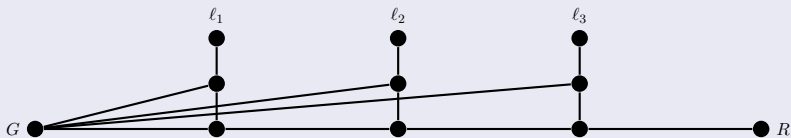
A 4-SZÍNEZÉS probléma **triviális** síkbarajzolható gráfokra.

NP-teljes problémák halmazokra és számokra

$3SAT \leq 3$ -SZÍNEZÉS: ötlet



így minden literál színe R („hamis”) vagy G („igaz”) színével kell megegyezzen, komplementere pedig egy másikkal \Rightarrow kiértékelés



Ellenőrizhető: ha mindhárom literál R színét kapja, a plusz hat csúcsot nem lehet helyesen 3-színezni, ha viszont van köztük G színű, akkor igen

HÁRMASÍTÁS

Adott: Három azonos méretű halmaz, F (fiúk), L (lányok), H (házak), és egy $R \subseteq F \times L \times H$ reláció.

Kérdés: Megadható-e az R -beli hármasok egy olyan részhalmaza, melyben minden fiú, lány és ház pontosan egyszer szerepel?

HÁRMASÍTÁS

Adott: Három azonos méretű halmaz, F (fiúk), L (lányok), H (házak), és egy $R \subseteq F \times L \times H$ reláció.

Kérdés: Megadható-e az R -beli hármások egy olyan részhalmaza, melyben minden fiú, lány és ház pontosan egyszer szerepel?

Világos, hogy HÁRMASÍTÁS \in NP.

NP-teljes problémák halmazokra és számokra

HÁRMASÍTÁS

Adott: Három azonos méretű halmaz, F (fiúk), L (lányok), H (házak), és egy $R \subseteq F \times L \times H$ reláció.

Kérdés: Megadható-e az R -beli hármások egy olyan részhalmaza, melyben minden fiú, lány és ház pontosan egyszer szerepel?

Világos, hogy HÁRMASÍTÁS \in NP.

Tétel

A HÁRMASÍTÁS probléma NP-teljes.

HÁRMASÍTÁS

Adott: Három azonos méretű halmaz, F (fiúk), L (lányok), H (házak), és egy $R \subseteq F \times L \times H$ reláció.

Kérdés: Megadható-e az R -beli hármások egy olyan részhalmaza, melyben minden fiú, lány és ház pontosan egyszer szerepel?

Világos, hogy HÁRMASÍTÁS \in NP.

Tétel

A HÁRMASÍTÁS probléma NP-teljes.

Megjegyzés

PÁROSÍTÁS \in P.

HALMAZLEFEDÉS

Adott: Egy U halmaz részhalmazainak $C = (S_1, \dots, S_n)$ rendszere és egy K szám.

Kérdés: Kiválasztható-e K darab az S_i -k közül úgy, hogy ezek egyesítése U ?

HALMAZLEFEDÉS

Adott: Egy U halmaz részhalmazainak $C = (S_1, \dots, S_n)$ rendszere és egy K szám.

Kérdés: Kiválasztható-e K darab az S_i -k közül úgy, hogy ezek egyesítése U ?

HALMAZPAKOLÁS

Adott: Egy U halmaz részhalmazainak $C = (S_1, \dots, S_n)$ rendszere és egy K szám.

Kérdés: Kiválasztható-e az S_i -k közül K darab, páronként diszjunkt halmaz?

HALMAZLEFEDÉS

Adott: Egy U halmaz részhalmazainak $C = (S_1, \dots, S_n)$ rendszere és egy K szám.

Kérdés: Kiválasztható-e K darab az S_i -k közül úgy, hogy ezek egyesítése U ?

HALMAZPAKOLÁS

Adott: Egy U halmaz részhalmazainak $C = (S_1, \dots, S_n)$ rendszere és egy K szám.

Kérdés: Kiválasztható-e az S_i -k közül K darab, páronként diszjunkt halmaz?

PONTOS LEFEDÉS HÁRMASOKKAL

Adott: Egy $3m$ elemű U halmaz és 3-elemű részhalmazainak (S_1, \dots, S_n) rendszere.

Kérdés: Kiválasztható-e m darab S_i úgy, hogy ezek egyesítése U ? (A kiválasztott S_i -k nyilván diszjunktak.)

Tétel

A HALMAZLEFEDÉS, HALMAZPAKOLÁS, PONTOS LEFEDÉS
HÁRMASOKKAL problémák **NP**-teljesek.

Tétel

A HALMAZLEFEDÉS, HALMAZPAKOLÁS, PONTOS LEFEDÉS HÁRMASOKKAL problémák **NP**-teljesek.

Bizonyítás

A HÁRMASÍTÁS a Pontos LEFEDÉS HÁRMASOKKAL **speciális esete**.

Tétel

A HALMAZLEFEDÉS, HALMAZPAKOLÁS, PONTOS LEFEDÉS HÁRMASOKKAL problémák NP-teljesek.

Bizonyítás

A HÁRMASÍTÁS a Pontos LEFEDÉS HÁRMASOKKAL **speciális esete**.

A PONTOS LEFEDÉS HÁRMASOKKAL a HALMAZLEFEDÉS, valamint a HALMAZPAKOLÁS speciális esete is.

EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS

EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS

Adott: Egy n -változós, egész együtthatós lineáris egyenlőtlenség-rendszer.

EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS

Adott: Egy n -változós, egész együtthatós lineáris egyenlőtlenség-rendszer.

Kérdés: Létezik-e **egész értékű** megoldás?

EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS

Adott: Egy n -változós, egész együtthatós lineáris egyenlőtlenség-rendszer.

Kérdés: Létezik-e **egész értékű** megoldás?

A HALMAZLEFEDÉS felfogható az
EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS speciális eseteként:

EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS

Adott: Egy n -változós, egész együtthatós lineáris egyenlőtlenség-rendszer.

Kérdés: Létezik-e **egész értékű** megoldás?

A HALMAZLEFEDÉS felfogható az
EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS speciális eseteként:

$$Ax \geq 1, \quad \sum_{i=1}^n x_i \leq B, \quad 0 \leq x_i \leq 1,$$

ahol A oszlopai a halmazrendszer elemeinek felelnek meg.

EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS

Adott: Egy n -változós, egész együtthatós lineáris egyenlőtlenség-rendszer.

Kérdés: Létezik-e **egész értékű** megoldás?

A HALMAZLEFEDÉS felfogható az
EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS speciális eseteként:

$$Ax \geq 1, \quad \sum_{i=1}^n x_i \leq B, \quad 0 \leq x_i \leq 1,$$

ahol A oszlopai a halmazrendszer elemeinek felelnek meg.

Azt is meg lehet mutatni, hogy az

EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS **NP**-ben van.

EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS

Adott: Egy n -változós, egész együtthatós lineáris egyenlőtlenség-rendszer.

Kérdés: Létezik-e **egész értékű** megoldás?

A HALMAZLEFEDÉS felfogható az EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS speciális eseteként:

$$Ax \geq 1, \quad \sum_{i=1}^n x_i \leq B, \quad 0 \leq x_i \leq 1,$$

ahol A oszlopai a halmazrendszer elemeinek felelnek meg.

Azt is meg lehet mutatni, hogy az

EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS **NP**-ben van.

Tétel

Az EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS probléma **NP**-teljes.

A RÉSZLETÖSSZEG probléma

A RÉSZLETÖSSZEG probléma

Adott: a_1, \dots, a_n pozitív egészek és egy $K > 0$ célszám.

A RÉSZLETÖSSZEG probléma

Adott: a_1, \dots, a_n pozitív egészek és egy $K > 0$ célszám.

Kérdés: Kiválasztható-e az a_i -k közül néhány elem úgy, hogy összegük K legyen?

A RÉSZLETÖSSZEG probléma

Adott: a_1, \dots, a_n pozitív egészek és egy $K > 0$ célszám.

Kérdés: Kiválasztható-e az a_i -k közül néhány elem úgy, hogy összegük K legyen?

Tétel

A RÉSZLETÖSSZEG probléma NP-teljes.

Az NP-beliség világos, az NP-nehézséget a 3SAT-ról való visszavezetéssel igazoljuk.

NP-teljes problémák halmazokra és számokra

$3SAT \leq R\acute{E}SZLET\acute{O}SSZEG$

3SAT \leq RÉSZLETÖSSZEG

- Legyen $\varphi = c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ egy 3CNF, $c_i = l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee l_{i,3}$.

3SAT \leq RÉSZLETÖSSZEG

- Legyen $\varphi = c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ egy 3CNF, $c_i = l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee l_{i,3}$.
- A φ -beli változók legyenek x_1, \dots, x_m .

$3\text{SAT} \leq \text{RÉSZLETÖSSZEG}$

- Legyen $\varphi = c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ egy 3CNF, $c_i = l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee l_{i,3}$.
- A φ -beli változók legyenek x_1, \dots, x_m .
- Ebből elkészítjük a RÉSZLETÖSSZEG probléma egy példányát, melyben $n + m$ -jegyű (!) számok szerepelnek.

$3\text{SAT} \leq \text{RÉSZLETÖSSZEG}$

- Legyen $\varphi = c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ egy 3CNF, $c_i = l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee l_{i,3}$.
- A φ -beli változók legyenek x_1, \dots, x_m .
- Ebből elkészítjük a RÉSZLETÖSSZEG probléma egy példányát, melyben $n + m$ -jegyű (!) számok szerepelnek.
- x_i -ből a t_i és f_i számok készülnek:

$3\text{SAT} \leq \text{RÉSZLETÖSSZEG}$

- Legyen $\varphi = c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ egy 3CNF, $c_i = l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee l_{i,3}$.
- A φ -beli változók legyenek x_1, \dots, x_m .
- Ebből elkészítjük a RÉSZLETÖSSZEG probléma egy példányát, melyben $n + m$ -jegyű (!) számok szerepelnek.
- x_i -ből a t_i és f_i számok készülnek:
 - t_i és f_i első m jegye csupa 0, kivéve az i . jegyet, ami 1-es;

$3\text{SAT} \leq \text{RÉSZLETÖSSZEG}$

- Legyen $\varphi = c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ egy 3CNF, $c_i = l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee l_{i,3}$.
- A φ -beli változók legyenek x_1, \dots, x_m .
- Ebből elkészítjük a RÉSZLETÖSSZEG probléma egy példányát, melyben $n + m$ -jegyű (!) számok szerepelnek.
- x_i -ből a t_i és f_i számok készülnek:
 - t_i és f_i első m jegye csupa 0, kivéve az i . jegyet, ami 1-es;
 - t_i utolsó n jegye közül az $m + k$. akkor 1-es, ha c_k -ban szerepel x_i , egyébként 0;

$3\text{SAT} \leq \text{RÉSZLETÖSSZEG}$

- Legyen $\varphi = c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ egy 3CNF, $c_i = \ell_{i,1} \vee \ell_{i,2} \vee \ell_{i,3}$.
- A φ -beli változók legyenek x_1, \dots, x_m .
- Ebből elkészítjük a RÉSZLETÖSSZEG probléma egy példányát, melyben $n + m$ -jegyű (!) számok szerepelnek.
- x_i -ből a t_i és f_i számok készülnek:
 - t_i és f_i első m jegye csupa 0, kivéve az i . jegyet, ami 1-es;
 - t_i utolsó n jegye közül az $m + k$. akkor 1-es, ha c_k -ban szerepel x_i , egyébként 0;
 - f_i utolsó n jegye közül az $m + k$. akkor 1-es, ha c_k -ban szerepel $\neg x_i$, egyébként 0.

$3\text{SAT} \leq \text{RÉSZLETÖSSZEG}$

- Legyen $\varphi = c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ egy 3CNF, $c_i = l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee l_{i,3}$.
- A φ -beli változók legyenek x_1, \dots, x_m .
- Ebből elkészítjük a RÉSZLETÖSSZEG probléma egy példányát, melyben $n + m$ -jegyű (!) számok szerepelnek.
- x_i -ből a t_i és f_i számok készülnek:
 - t_i és f_i első m jegye csupa 0, kivéve az i . jegyet, ami 1-es;
 - t_i utolsó n jegye közül az $m + k$. akkor 1-es, ha c_k -ban szerepel x_i , egyébként 0;
 - f_i utolsó n jegye közül az $m + k$. akkor 1-es, ha c_k -ban szerepel $\neg x_i$, egyébként 0.
- Továbbá, $a_i = b_i = 10^i$ minden $i = 1, \dots, n$ esetén.

NP-teljes problémák halmazokra és számokra

$3\text{SAT} \leq \text{RÉSZLETÖSSZEG}$

- Legyen $\varphi = c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ egy 3CNF, $c_i = l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee l_{i,3}$.
- A φ -beli változók legyenek x_1, \dots, x_m .
- Ebből elkészítjük a RÉSZLETÖSSZEG probléma egy példányát, melyben $n + m$ -jegyű (!) számok szerepelnek.
- x_i -ből a t_i és f_i számok készülnek:
 - t_i és f_i első m jegye csupa 0, kivéve az i . jegyet, ami 1-es;
 - t_i utolsó n jegye közül az $m + k$. akkor 1-es, ha c_k -ban szerepel x_i , egyébként 0;
 - f_i utolsó n jegye közül az $m + k$. akkor 1-es, ha c_k -ban szerepel $\neg x_i$, egyébként 0.
- Továbbá, $a_i = b_i = 10^i$ minden $i = 1, \dots, n$ esetén.
- Az eredmény: a $\{f_i, t_i : 1 \leq i \leq m\} \cup \{a_i, b_i : 1 \leq i \leq n\}$ halmaz és a $K = 11 \dots 133 \dots 3$ célszám (m darab 1-es, majd n darab 3-as).

Példa

Ha $\varphi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \vee (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_4) \vee (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$:

$$t_1 = 1000110$$

$$f_1 = 1000001$$

$$t_2 = 0100001$$

$$f_2 = 0100110$$

$$t_3 = 0010100$$

$$f_3 = 0010000$$

$$t_4 = 0001010$$

$$f_4 = 0001001$$

$$a_1 = b_1 = 0000100$$

$$a_2 = b_2 = 0000010$$

$$a_3 = b_3 = 0000001$$

$$K = 1111333$$

Példa

Ha $\varphi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \vee (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_4) \vee (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$:

$$t_1 = 1000110$$

$$f_1 = 1000001$$

$$t_2 = 0100001$$

$$f_2 = 0100110$$

$$t_3 = 0010100$$

$$f_3 = 0010000$$

$$t_4 = 0001010$$

$$f_4 = 0001001$$

$$a_1 = b_1 = 0000100$$

$$a_2 = b_2 = 0000010$$

$$a_3 = b_3 = 0000001$$

$$K = 1111333$$

- t_1 és f_1 közül pontosan az egyiket kell válasszuk (K első jegye miatt);

Példa

Ha $\varphi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \vee (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_4) \vee (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$:

$$t_1 = 1000110$$

$$f_1 = 1000001$$

$$t_2 = 0100001$$

$$f_2 = 0100110$$

$$t_3 = 0010100$$

$$f_3 = 0010000$$

$$t_4 = 0001010$$

$$f_4 = 0001001$$

$$a_1 = b_1 = 0000100$$

$$a_2 = b_2 = 0000010$$

$$a_3 = b_3 = 0000001$$

$$K = 1111333$$

- t_1 és f_1 közül pontosan az egyiket kell válasszuk (K első jegye miatt);
- általában t_i és f_i közül is pontosan az egyiket – t_i választása feleljen meg az $x_i = 1$, f_i választása az $x_i = 0$ értékadásnak;

Példa

Ha $\varphi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \vee (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_4) \vee (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$:

$$t_1 = 1000110$$

$$f_1 = 1000001$$

$$t_2 = 0100001$$

$$f_2 = 0100110$$

$$t_3 = 0010100$$

$$f_3 = 0010000$$

$$t_4 = 0001010$$

$$f_4 = 0001001$$

$$a_1 = b_1 = 0000100$$

$$a_2 = b_2 = 0000010$$

$$a_3 = b_3 = 0000001$$

$$K = 1111333$$

- t_1 és f_1 közül pontosan az egyiket kell válasszuk (K első jegye miatt);
- általában t_i és f_i közül is pontosan az egyiket – t_i választása feleljen meg az $x_i = 1$, f_i választása az $x_i = 0$ értékadásnak;
- ezzel az $m + j$. jegyek mindegyike 0, 1, 2 vagy 3 lesz $j = 1, \dots, n$ -re, annak függvényében, hogy c_j -ben 0, 1, 2 vagy 3 literál vált igazgá;

Példa

Ha $\varphi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \vee (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_4) \vee (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$:

$$t_1 = 1000110$$

$$f_1 = 1000001$$

$$t_2 = 0100001$$

$$f_2 = 0100110$$

$$t_3 = 0010100$$

$$f_3 = 0010000$$

$$t_4 = 0001010$$

$$f_4 = 0001001$$

$$a_1 = b_1 = 0000100$$

$$a_2 = b_2 = 0000010$$

$$a_3 = b_3 = 0000001$$

$$K = 1111333$$

- t_1 és f_1 közül pontosan az egyiket kell válasszuk (K első jegye miatt);
- általában t_i és f_i közül is pontosan az egyiket – t_i választása feleljen meg az $x_i = 1$, f_i választása az $x_i = 0$ értékadásnak;
- ezzel az $m + j$. jegyek mindegyike 0, 1, 2 vagy 3 lesz $j = 1, \dots, n$ -re, annak függvényében, hogy c_j -ben 0, 1, 2 vagy 3 literál vált igazgá;
- ha az $m + j$. jegy 3, akkor jó, ha 2, akkor válasszuk ki még mondjuk a_j -t, ha 1, akkor a_j -t és b_j -t is, ha 0, akkor nem tudjuk ezen a jegyen elérni a célszámot

NP-teljes problémák halmazokra és számokra

Az EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS egy másik speciális esete:

NP-teljes problémák halmazokra és számokra

Az EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS egy másik speciális esete:

HÁTIZSÁK

NP-teljes problémák halmazokra és számokra

Az EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS egy másik speciális esete:

HÁTIZSÁK

Adott: n elem mindegyikének w_i súlya és c_i értéke, valamint W és C .

NP-teljes problémák halmazokra és számokra

Az EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS egy másik speciális esete:

HÁTIZSÁK

Adott: n elem mindegyikének w_i súlya és c_i értéke, valamint W és C .

Kérdés: Kiválasztható-e ismétlés nélkül néhány elem úgy, hogy összértékük $\geq C$ és összsúlyuk $\leq W$?

NP-teljes problémák halmazokra és számokra

Az EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS egy másik speciális esete:

HÁTIZSÁK

Adott: n elem mindegyikének w_i súlya és c_i értéke, valamint W és C .

Kérdés: Kiválasztható-e ismétlés nélkül néhány elem úgy, hogy összértékük $\geq C$ és összsúlyuk $\leq W$?

Tétel

A HÁTIZSÁK probléma NP-teljes.

Ötlet

A RÉSZLETÖSSZEG problémában az a_i értékekből rendre készítsünk egy tárgyat $w_i = c_i = a_i$ súllyal és értékkel, továbbá legyen $C = W = K$, a célszám.

Összefoglalás

- Megmutattuk, hogy a HAMILTON-ÚT **NP**-teljes. Így a $TSP(E)$ is az.
- Megmutattuk, hogy a 3 – SZÍNEZÉS **NP**-teljes.
- Definiáltuk a következő problémákat és beláttuk **NP**-teljességüket:
 - HÁRMASÍTÁS
 - PONTOS LEFEDÉS HÁRMASOKKAL
 - HALMAZLEFEDÉS
 - HALMAZPAKOLÁS
 - RÉSZLETÖSSZEG
 - HÁTIZSÁK
- Definiáltuk az EGÉSZ ÉRTÉKŰ PROGRAMOZÁS problémát és beláttuk, hogy **NP**-nehéz.