

Sorozat k -adik legnagyobb elemének megkeresése

Algorithm 1 KERESD(A, k)

{az algoritmus visszatér az A tömb k -adik elemét}

```

1: if hossz( $A$ )  $\leq 5$  then
2:   rendezzük sorba  $A$ -t
3:   Return( $A[i]$ )
4: end if
5:  $(A^\uparrow, A^\downarrow) := \text{KMK}(A)$ 
6: if hossz( $A^\uparrow$ )  $> k$  then
7:   Return(Keresd( $A^\uparrow, k$ ))
8: else
9:   Return(Keresd( $A^\downarrow, k$ ))
10: end if
11: Return  $A_i$ 

```

Egy tömb *majdnem-mediánja* alatt a tömb egy tetszőleges olyan elemét értjük, aminél a tömb elemeinek legfeljebb $3/10$ -e nagyobb, és legfeljebb $3/10$ -e kisebb.

Algorithm 2 KMK(A)

{az algoritmus visszatér A egy olyan $(A^\uparrow, A^\downarrow)$ felosztását, hogy

- $A^\uparrow$ tetszőleges eleme legalább akkora, mint $A^\downarrow$ bármely eleme továbbá
- $A^\uparrow$ hossza legalább $3/10$ -e, de legfeljebb $7/10$ -e A hosszának}

```

1:  $\ell := \lceil \text{hossz}(A)/5 \rceil$ 
2: for  $i = 1, \dots, \ell$  do
3:    $b_i$  legyen  $A[5i], A[5i+1], A[5i+2], A[5i+3], A[5i+4]$  elemek mediánja
4:   {ha  $5i+4 > \text{hossz}(A)$ , akkor csak  $\text{hossz}(A)$ -ig tekintjük}
5: end for
6: Legyen  $B$  az az  $\ell$  hosszú tömb, melynek  $i$ -edik eleme  $b_i$ 
7:  $b := \text{Keresd}(B, \lfloor \ell/2 \rfloor)$ 
8: Gyűjtsük ki egy  $A^<$  tömbbe  $A$ -nak  $b$ -nél kisebb elemeit
9: Gyűjtsük ki egy  $A^>$  tömbbe  $A$ -nak  $b$ -nél kisebb elemeit
10:  $A^<$ -t és  $A^>$ -t megfelelően feltöltve  $b$  értékekkel megkapjuk  $A^\uparrow$ -t és  $A^\downarrow$ -t
11: Return( $A^\uparrow, A^\downarrow$ )

```

Könnyen látható, hogy a talált b érték a tömb egy majdnem-mediánja lesz. b ugyanis a b_i -k legalább felénél (tehát legalább $\ell/2$ -nél) nagyobb-egyenlő, ezek pedig a saját blokkjaikban legalább 3 elemnél nagyobb-egyenlőek. b tehát legalább $(3/2) \cdot \ell \geq (3/10) \cdot \ell$ elemnél nagyobb-egyenlő. Ugyanígy pedig az is látható, hogy b legalább $(3/2) \cdot \ell \geq (3/10) \cdot \ell$ elemnél nagyobb-egyenlő.

A Keresd műveletigényét $T(n)$ -nel, KMK-ét pedig $H(n)$ -nel jelölve (az összes lehetséges n hosszú tömb, és az összes lehetséges k értéket tekintve a legrosszabb

esetben), teljesül a következő rekurzió:

$$T(n) \leq H(n) + T(7n/10) + c \cdot n \quad (1)$$

$$H(n) \leq T(\lceil n/5 \rceil) + d \cdot n \quad (2)$$

ahol c és d elég nagy konstansok, hogy a Keresd 1-3. sorának műveletigényére $c \cdot n$ felső korlát legyen, illetve hogy $d \cdot n$ a KMK 1-6. sorának és 8-10. sorának műveletigényére együttesen felső korlátot szolgáltasson. (Vegyük észre, hogy az említett sorok futásideje valóban lineáris!) Végül pedig teljes indukcióval könnyen ellenőrizhető, hogy $T(n) \leq (10c + 10d) \cdot n$ és $H(n) \leq (2c + 3d) \cdot n$.