Feladat 10.3. Mutasd meg, hogy:

$$\sum_{i=1}^{m} D_i^{(t+1)} \mathbb{1}_{[y_i \neq h_t(x_i)]} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{m} D_i^{(t+1)} \mathbb{1}_{[y_i \neq h_t(x_i)]} &=^{*1} \sum_{i:y_i \neq h_t(x_i)} D_i^{(t+1)} \\
&=^{*2} \sum_{i:y_i \neq h_t(x_i)} \frac{D_i^{(t)} e^{-w_t y_i h_t(x_i)}}{\sum_{j=1}^{m} D_j^{(t)} e^{-w_t y_j h_t(x_j)}} \\
&= \frac{\sum_{i:y_i \neq h_t(x_i)} D_i^{(t)} e^{w_t}}{\sum_{j:y_j = h_t(x_j)} D_j^{(t)} e^{-w_t y_j h_t(x_j)} + \sum_{j:y_j \neq h_t(x_j)} D_j^{(t)} e^{-w_t y_j h_t(x_j)}} \\
&=^{*3} \frac{e^{w_t} \varepsilon_t}{e^{-w_t} \sum_{j:y_j = h_t(x_j)} D_j^{(t)} + e^{w_t} \sum_{j:y_j \neq h_t(x_j)} D_j^{(t)}} \\
&=^{*4} \frac{e^{w_t} \varepsilon_t}{\frac{(1-\varepsilon_t)}{e^{w_t}} + e^{w_t} \varepsilon_t} \\
&= \frac{e^{w_t} \varepsilon_t}{\frac{1 - \varepsilon_t + e^{2w_t} \varepsilon_t}{e^{w_t}}} \\
&= \frac{e^{2w_t} \varepsilon_t}{1 - \varepsilon_t + e^{2w_t} \varepsilon_t} \\
&=^{*5} \frac{1 - \varepsilon_t}{1 - \varepsilon_t + 1 - \varepsilon_t} = \frac{1 - \varepsilon_t}{2 - 2\varepsilon_t} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

*1 - egyszerű átalakítás
*2 - AdaBoost algoritmus egyik lépése alapján
*3 - $\sum_{i=1}^{m} D_i^{(t)} = \varepsilon_t$ miatt, és a nevezőben először megmarad a kitevő előjele, majd a második összeadandónál megváltozik
*4 - $\sum_{j:y_j = h_t(x_j)} D_j^{(t)} = 1 - \varepsilon_t$ és $\sum_{j:y_j \neq h_t(x_j)} D_j^{(t)} = \varepsilon_t$
*5 - Az $e^{2w_t}\varepsilon_t = 1 - \varepsilon_t$ képlet alapján (a w_t definíciójából adódik ez az egyenlőség).