OTKA T 022994 projekt zárójelentés

Vágvölgyi Sándor
Alkalmazott Informatikai Tanszék
Szegedi Tudományegyetem
Árpád tér 2, 6720 Szeged
e-mail: vagvolgy@inf.u-szeged.hu

A ground fatranszformátor játékot a [5] cikkben vezettem be és tanulmányoztam. Átvettem az absztrakt játék fogalmát Nielsen és Clausen [4] kutatóktól, és a ground fatranszformátor játékot absztrakt játékként definiáltam. Nielsen and Clausen [4] bebizonyították hogy minden absztrakt játékra valamelyik játékosnak (vagy Alfának vagy Bétának) nyerő stratégiája van. Igy minden ground fatranszformátor játékra vagy Alfának vagy Bétának nyerő stratégiája van. Megmutattam hogy egy adott Alfa vagy Beta stratégiáról nem lehet eldönteni hogy nyerő stratégia-e. Megmutattam hogy bármely absztrakt játékot lehet szimulálni valamely ground fatranszformátor játékkal.

A ground fatranszformátor játék egy rendezett hármas $\mathcal{G} = \langle A, B, u \rangle$, ahol (A, B) egy ground fatranszformátor valamely Σ rangolt ábécé felett és az $u \in \bar{T}_\Sigma(X_n)$, $n \geq 1$, fa a kiindulási fa. A [1] cikkben a ground fatranszformátor játéknak azt a változatát tanulmányoztuk amelyben ugyanaz az A faautomata szerepel a ground fatranszformátor első és második komponensében. A következő eldönthetőségi eredményt mutattuk meg. Tekintsük egy olyan $\mathcal{G}$ ground fatranszformátor játékot ahol az A faautomata nem tud minden fát állapotra kiértékelni vagy A determinisztikus. Ekkor el tudjuk dönteni hogy melyik játékosnak van nyerő stratégiája. Továbbá, akármelyik játékosnak is van nyerő stratégiája, effektíven meg tudjuk konstruálni a nyerő stratégiáját. Végül megadunk egy feltételt amely biztosítja hogy Bétának nyerő stratégiája van.

A [6] és a [7] cikkekben a ground term átíró rendszereket tanulmányoztam a ground fatranszformátor játék jobb megértése végett. Legyen A és B ground term átíró rendszer valamely Σ rangolt ábécé felett, ahol $\leftrightarrow_A^* \subseteq \leftrightarrow_B^*$. Azt mondjuk hogy C ground term átíró rendszer az A-nak B-re való kongruenciális komplementere ha $\leftrightarrow_{A \cup C}^* = \leftrightarrow_B^*$ és $\leftrightarrow_A^* \cap \leftrightarrow_C^*$ az egyenlőség reláció T_Σ felett. A [6] cikkben megmutattam hogy adott A, B, C ground term átíró rendszerekre ahol $\leftrightarrow_A^* \subseteq \leftrightarrow_B^*$, eldönthető hogy C ground term átíró rendszer az A-nak B-re való kongruenciális komplementere-e.

A [7] cikkben bevezettük az egyszerű és minimális ground term egyenletrendszer fogalmát, és ezeket a ground term egyenletrendszereket tanulmányoztuk. E ground term egyenletrendszer egyszerű, ha nincsen olyan E' ground term egyenletrendszer amely E-vel ekvivalens és kevesebb egyenletből áll mint E. Továbbá E ground term egyenletrendszer minimális ha minden E-beli e egyenletre az $E - \{\mathbf{e}\}$ által generált kongruencia valódi részhalmaza az E által generált kongruenciának. Adott R ground term átíró rendszerre jellemeztük az összes R-rel ekvivalens egyszerű E ground term egyenletrendszert és az összes R-rel ekvivalens minimális F ground term egyenletrendszert. Megmutattam hogy adott R redukált ground term átíró rendszerre eldönthető hogy véges vagy végtelen sok vele ekvivalens egyszerű ground term egyenletrendszer van-e. Megmutattam továbbá hogy adott R redukált ground term átíró rendszerre eldönthető hogy véges vagy végtelen sok vele ekvivalens minimális ground term egyenletrendszer van-e. Végül megmutattam hogy egy adott R redukált ground term átírórendszerre és E ground term egyenletrendszerre eldönthető hogy létezik-e R-rel ekvivalens egyszerű F ground term egyenletrendszer hogy az $E \subseteq F$ tartalmazás fennáll.

A 'Reduced Ground Term Rewrite Systems and Games' című cikkben [8] a redukált ground term átíró rendszereket tanulmányoztam és megmutattam bizonyos elemi tulajdonságaikat. Megmutattam hogy bármely két ekvivalens R, S redukált ground term átíró rendszerben ugyanannyi term fordul elő résztermként. Legyen R egy redukált ground term átíró rendszer Σ rangolt ábécé felett. PI jelöli az összes

$$f(Z_1, \ldots, Z_m) \subset Z\ ,$$

valódi tartalmazást ahol $Z_1, \ldots, Z_m, Z$ $\leftrightarrow_R^*$ osztályok. Megmutattam hogy a PI halmaz véges és effektíven megkonstruálható. Továbbá megmutattam hogy

$$card(R) = card(PI) - card(rhs(R))\ ,$$

ahol $card(R)$ jelöli R számosságát, és $rhs(R)$ jelöli az R-beli szabályok jobb oldalainak a halmazát. Bevezettünk és tanulmányoztunk két új játékot a ground term átíró rendszerekre, a ground term átíró rendszer játékot és a redukált ground term átíró rendszer játékot. Ez a két új fogalom számos érdekes problémát eredményez. Ezeknek a problémáknak a megoldásánál a ground term átíró rendszer fogalmát, a faautomata fogalmát és az absztrakt játék fogalmát együtt használtuk, tanulmányoztuk.

A ground term átíró rendszer játékot az alábbi módon definiáltuk. Legyen R egy ground term átíró rendszer valamely Σ rangolt ábécé felett. Alfa és

Béta játékosok lépésről lépésre megkonstruálnak egy $S \subseteq R$ ground term átíró rendszert Σ felett. S kezdő értéke az üres halmaz.

Minden egyes lépésben Alfa egy $p \to q$ alakú szabályt ad S-hez, ahol $(p,q) \in \leftrightarrow_R^* - \leftrightarrow_S^*$. Ezután Béta szintén egy $r \to s$ alakú szabályt ad S-hez, ahol $(r,s) \in \leftrightarrow_R^* - \leftrightarrow_S^*$. Ha egy játékos nem ad hozzá szabályt S-hez amikor őrajta van a sor, akkor elveszíti a játékot. Ha a játék végtelen ideig tart, akkor Béta nyer.

A ground term átíró rendszer játékot mint absztrakt játékot is definiáltuk. Nielsen és Clausen megmutatták hogy minden absztrakt játékra van vagy Alfának vagy Bétának nyerő stratégiája. Igy minden ground term átíró rendszer játékra van vagy Alfának vagy Bétának nyerő stratégiája.

A redukált ground term átíró rendszer játékot a ground term átíró rendszer játékhoz hasonlóan definiáltuk. Az a különbség hogy az S ground term átíró rendszernek a játék során végig redukáltnak kell lennie. A redukált ground term átíró rendszer játékot mint absztrakt játékot is definiáltuk. Igy minden redukált ground term átíró rendszer játékra van vagy Alfának vagy Bétának nyerő stratégiája.

Megmutattam hogy mind a ground term átíró rendszer játékra mind a redukált ground term átíró rendszer játékra a következő állítás teljesül. Eldönthető hogy a soron következő játékos tudja-e folytatni a játékot.

Az 'Intersection of Finitely Generated Congruences over the Term Algebra with Equal Trunks' cimű cikkben [9] megmutattam hogy a term algebrában bármely két végesen generált egyenlő törzsű kongruencia metszete végesen generált. Azaz legyen R és S két tetszőleges ground term átíró rendszer és legyen $trunk(\leftrightarrow_R^*) = trunk(\leftrightarrow_S^*)$. Ekkor meg tudunk konstruálni egy U ground term átíró rendszert hogy $\leftrightarrow_U^* = \leftrightarrow_R^* \cap \leftrightarrow_S^*$.

Azt mondjuk hogy egy R term átíró rendszer megfőrzi a Δ-regularitást ha Δ felett tetszőleges felismerhető fanyelv $\to_R^*$ melletti képe felismerhető fanyelv. Azt mondjuk hogy egy R term átíró rendszer megfőrzi a regularitást ha a Σ rangolt ábécéjéhez tetszőleges szimbólumokat hozzávéve kapott Δ ábécére megőrzi a Δ-regularitást. A [3] cikkben megmutattuk hogy egy bal-lineáris term átíró rendszer már akkor is megfőrzi a regularitást ha a Σ rangolt ábécéjéhez egy új egy aritású g és egy nulla aritású $\#$ szimbólumot hozzávéve kapott Δ ábécére megőrzi a Δ-regularitást.

A [2] cikkben a ground fatranszformátorok speciális részosztályait vizsgáltuk meg. Megadtuk az indukált fatranszformáció osztályok tartalmazási diagramját. Beláttuk hogy a term algebra felett a véges indexű kongruenciák megegyeznek a totális, szimmetrikus, determinisztikus, ground fatranszformátorok által indukált relációkkal.

A kutatás megvalósításához kapott egyéb támogatások:
Az [1] cikket még az FKFP 0095/1997 pályázat is támogatta.
A [2] cikket még az FKFP 0095/1997 pályázat is támogatta.
A [3] cikket még az FKFP 0095/97 pályázat is támogatta.
Az [5] cikket még az OTKA F 012852 és MKM 223/95 pályázatok is támogatták.
A [6] cikket még az OTKA F 012852 pályázat is támogatta.
A [7] cikket még az OTKA F 012852 és MKM 665/96 pályázatok is támogatta.
A [8] cikket még az OTKA T 030084 pályázat is támogatta.
A [9] cikket még a Bolyai János kutatási ösztöndíj és az OTKA T 030084 pályázat is támogatta.

References

[1] János Apró and S. Vágvölgyi, The Ground Tree Transducer Game with Identical Tree Automata, Fundamenta Informaticae, **45** (2001) 157-172.

[2] Z. Fülöp and S. Vágvölgyi, Restricted ground tree transducers, Theoretical Computer Science, **250** (2001) 219-233.

[3] P. Gyenizse and S. Vágvölgyi, A property of left-linear rewrite systems preserving recognizability, Theoretical Computer Science, **242** (2000) 477-498.

[4] M. Nielsen and C. Clausen, Bisimulation, Games, and Logic, in: J. Karhumäki, H. Maurer, and G. Rozenberg eds., Results and Trends in Theoretical Computer Science, Lecture Notes in Computer Science, **812** (1994) 289-306, see also DAIMI PB-467, Computer Science Department of Aarhus University, Denmark, 1994.

[5] S. Vágvölgyi, The Ground Tree Transducer Game, Fundamenta Informaticae, **34** (1998) 175-201.

[6] S. Vágvölgyi, Congruential Complements of Ground Term Rewite Systems, Theoretical Computer Science, **238** (2000) 247-274.

[7] S. Vágvölgyi, Simple and Minimal Ground Term Equation Systems, Fundamenta Informaticae, **36** (1998) 367-413.

[8] S. Vágvölgyi, Reduced Ground Term Rewrite Systems and Games, közlésre benyújtva.

[9] S. Vágvölgyi, Intersection of Finitely Generated Congruences over the Term Algebra with Equal Trunks, Bulletin of the European Association for Theoretical Computer Science, **71** (2000) 167-185.