

Bonyolultságelmélet gyakorlatok III.

1. Készítsünk olyan többszalagos Turing-gépet, mely az $L = \{I^{2^k} \mid k \geq 0\}$ nyelvet dönti el.
2. Készítsünk olyan többszalagos Turing-gépet, mely az unáris szorzást valósítja meg, azaz $M(I^k XI^l) = I^{k \cdot l}$.
3. Vázzuk egy olyan többszalagos Turing-gép működését, mely az unáris hatványozást valósítja meg, azaz $M(I^k \uparrow I^l) = I^{k^l}$.
4. Készítsünk olyan M háromszalagos **nemdeterminisztikus** Turing-gépet, melynek ábécéje $\Sigma = \{0, 1, \triangleright, ;, \#, \}$ és a következőképpen működik

$$M(\underbrace{\triangleright x_1; y_1 \# x_2; y_2 \# \dots \# x_n; y_n}_{1. \text{ szalag}}, \underbrace{z}_{2. \text{ szalag}}) = \underbrace{\begin{cases} y_i, & \text{ha } \exists i : z = x_i \text{ és } \forall j < i \ x_j \neq z \\ \lambda, & \text{ha } \nexists i : z = x_i \end{cases}}_{3. \text{ szalag}}$$

5. Adjunk meg esetleg több szalagos **nemdeterminisztikus** Turing-gépeket az alábbi nyelvek eldöntésére.
 - a) $\{ww^{-1} \mid w \in \{a, b\}^*\}$
 - b) $\{wawb \mid w \in \{a, b\}^*\}$
 - c) $\{ww^{-1}w \mid w \in \{a, b\}^*\}$
 - d) $\{www \mid w \in \{a, b\}^*\}$
 - e) $\{w_1w_2w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\}$
 - f) $\{w_1w_2w_1^{-1}w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\}$
 - g) $\{w_1w_2w_1w_3w_1 \mid w_1, w_2, w_3 \in \{a, b\}^*\}$
 - h) $\{w_1w_2w_3w_1^{-1}w_2^{-1} \mid w_1, w_2, w_3 \in \{a, b\}^*\}$
 - i) $\{w_1w_1w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\} \cup \{w_1w_2w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\}$
 - j) $\{w_1w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^* \text{ és } w_1\text{-ben ugyanannyi } a \text{ betű van mint } w_2\text{-ben}\}$
 - k) $\{w_1w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^* \text{ és } w_1\text{-ben ugyanannyi } a \text{ betű van mint } w_2\text{-ben}\}$
determinisztikusan, (jóval könnyebb mint első ránézésre látszik!)

Turing gépek szimulációi és átalakításai

7. Mutassuk meg, hogy minden M Turing-géphez létezik olyan, vele ekvivalens (azaz ugyanazt a nyelvet eldöntő/felismerő és ugyanazt a függvényt megvalósító), M' lyukszalagos Turing-gép, mely működését mindig az input szó vége utáni $\sqcup$ (szóköz) karakteren fejezi be.
8. Tekintsünk egy olyan Turing-gép modellt, melynek mozgás utasításai a szokásos $\{\leftarrow, -, \rightarrow\}$ halmaz helyett a $\{\leftarrow\leftarrow, \leftarrow, -, \rightarrow, \rightarrow\rightarrow\}$ halmazból kerülnek ki, ahol $\leftarrow\leftarrow$ jelentése: lépj kettőt balra, $\rightarrow\rightarrow$ jelentése: lép kettőt jobbra. (Feltesszük, hogy a szalag bal szélén álló $\triangleright$ karaktert továbbra sem szabad átugorni.) Mutassuk meg, hogyan szimulálható ez a Turing-gép modell az eredetivel.
9. Általánosítsuk az előző feladatot k lépéses ($k \geq 0$) ugrások használatára. Jelölésük legyen: $\leftarrow_k$: ugorj k cellát balra, $\rightarrow_k$: ugorj k cellát jobbra.
10. Adjunk egy természetes definíciót mindkét irányban végtelen szalaggal rendelkező (determinisztikus) Turing-gépekre, azok konfigurációira és átmenet relációjára, általuk felismert nyelvekre és kiszámított függvényekre. Ekvivalens-e az így definiált modell a hagyományos Turing-gép modellel? Miért? Hogyan szimulálható ez a modell
 - a) két darab egyirányban végtelen szalag
 - b) egyetlen egyirányban végtelen szalag segítségével ?
11. Adjunk egy természetes definíciót kétdimenziós, azaz négy irányban mozgó, (pl. a kétdimenziós derékszögű koordinátrarendszer egyik negyedén dolgozó) determinisztikus Turing-gépekre, azok konfigurációira és átmenet relációjára, általuk felismert nyelvekre és kiszámított függvényekre. Ekvivalens-e az így definiált modell a hagyományos Turing-gép modellel? Miért? Állításunkat bizonyítsuk!