Bonyolultságelmélet gyakorlatok IV.

1. **(Papadimitriou 3.4.1. alapján)**

   Állapítsuk meg, hogy eldönthetőek-e a következő problémák. (Rice tétel használata nélkül!) Melyek még csak nem is rekurzívan felsorolhatóak?

(a) Adott egy M Turing-gép, igaz-e, hogy M megáll az üres szón.

(b) Adott egy M Turing-gép, van-e olyan bemenet, amelyen M megáll.

(c) Adott egy M Turing-gép, létezik-e olyan bemenet, hogy, amelyen M valamely lépésben a σ szimbólumot írja ki.

(d) Adott egy M Turing-gép, döntsük el, hogy van-e olyan bemenet, amelyben M valamely lépésben az éppen olvasottól különbző szimbólumot ír ki.

(e) Adott egy M Turing-gép, igaz-e, hogy $L(M) = \emptyset$ (Itt $L(M)$ az M által felismert és nem az általa eldöntött nyelvet jelöli.)

(f) Adott egy M Turing-gép, igaz-e, hogy $L(M)$ véges.

(g) Adottak az M és M' Turing-gépek, dönsük el, hogy $L(M) = L(M')$ teljesül-e.

(h) Adott egy M Turing-gép. Igaz-e, hogy van olyan x bemenet, hogy M az x-en öt lépésen belül megáll.

(i) Adott egy M Turing-gép. Igaz-e, hogy nincs olyan x bemenet, hogy M az x-en öt lépésen belül megáll.

2. **(Iván Szabolcs 2004. évi gyak. alapján)**

   Bizonyítsuk be, hogy az alábbi problémák eldönthetetlenek. A bizonyításhoz korábban igazolt feladatok/állítások felhasználhatók.

(a) Adott egy M Turing-gép, igaz-e, hogy végtelen sok szón megáll?

(b) Adott egy M Turing-gép, igaz-e, hogy megáll az *abba* szón?

(c) Adott egy M Turing-gép. Létezik-e olyan w szó, amire M megáll w-n és w^2-en is?

(d) Adott egy M Turing-gép. Van-e olyan a-ra végződő szó, amin megáll?

(e) Adott egy M Turing-gép. Megáll-e minden a-ra végződő szón?

(f) Adott egy M Turing-gép. Létezik-e olyan nemüres w szó, melynek minden hatványán megáll, de semmi máson?

(g) Adott egy M Turing-gép. Igaz-e, hogy M pontosan a palindromákon áll meg?

(h) Adott egy M és egy N Turing-gép. Igaz-e, hogy M azt a nyelvet ismeri fel, amit N eldönt?

(i) Adott egy M és egy N Turing-gép. Igaz-e, hogy ugyanazokon a szavakon állnak meg?

(j) Adott egy M és egy N Turing-gép. Igaz-e, hogy amin M megáll, azon N is?

(k) Adott egy M_1 és egy M_2 Turing-gép. Van-e olyan szó, amin mindkettő megáll? (Hint: mit adna vissza az algoritmus, ha ugyanazt a gépet adjuk be neki kétszer?)

(l) Adott egy M_1, egy M_2 és egy M_3 Turing-gép. Van-e olyan szó, amin legalább kettő megáll közülük?

(m) Adott ötszázhúsz Turing-gép. Van-e olyan szó, amin legalább negyvenhét közülük megáll?

(n) Adott egy M Turing-gép, egy x bemenet. Igaz-e, hogy M-et x-en futtatva „nem” állapotban áll meg?

3. A 1. és 2. feladat mely pontjainak eldönthetetlenségét tudjuk közvetlenül bizonyítani a Rice-tétel segítségével?

4. Van-e az alábbi Post megfelelkezési problémáknak megoldása?

   a) $u_1 = 11, v_1 = 101, u_2 = 11, v_2 = 11011, u_3 = 110, v_3 = 1;$

   b) $u_1 = 0, v_1 = 10, u_2 = 01, v_2 = 1;$

   c) $u_1 = 1110, v_1 = 1, u_2 = 1, v_2 = 0111;$

   d) $u_1 = 1, v_1 = 101, u_2 = 10, v_2 = 00, u_3 = 011, v_3 = 11;$

   e) $u_1 = 10, v_1 = 1, u_2 = 10, v_2 = 01, u_3 = 01, v_3 = 10, u_4 = 0, v_4 = 10;$

   f) $u_1 = 0, v_1 = 01, u_2 = 1, v_2 = 11, u_3 = 110, v_3 = 1;$

   g) $u_1 = 01, v_1 = 0, u_2 = 110010, v_2 = 0, u_3 = 1, v_3 = 1111, u_4 = 11, v_4 = 01;;$

   h) $u_1 = 100, v_1 = 1, u_2 = 0, v_2 = 100, u_3 = 1, v_3 = 00;$

   i) $u_1 = 0, v_1 = 1, u_2 = 01, v_2 = 0, u_3 = 1, v_3 = 101$ (van, 44 betűs);

   j) $u_1 = 100, v_1 = 1, u_2 = 0, v_2 = 100, u_3 = 1, v_3 = 0$ (van, 75 betűs);