

### Bonyolultságelmélet II. ZH

1. a) Definiálja a PSPACE osztályt, milyen tartalmazási viszonyban áll PSPACE és NPSPACE, adja meg egy PSPACE teljes probléma nevét.
- b) Mondja ki az NP osztály relációkkal való jellemzéséről szóló tételt. (A tételben szereplő fogalmak magyarázata nem kell.)

2. Döntse el, hogy eldönthető-e a következő probléma, illetve, hogy rekurzívan felsorolható-e a problémához tartozó nyelv.

Adott egy  $M$  egyszalagos Turing-gép és annak egy  $\hat{q}$  állapota, kérdés, hogy van-e olyan  $x$  bemenet, hogy  $M$  az  $x$ -en futtatva valamikor  $\hat{q}$  állapotba kerül.

3. a) Adja meg SAT logaritmikus tárban történő visszavezetését a következő problémára:

Adott: egy  $\varphi$  konjunktív normálformájú formula, melyben minden tag vagy Horn-tag vagy pontosan két literált tartalmaz. (Horn-tagnak nevezzük egy konjunktív normálforma azon tagjait, melyekben legfeljebb egy pozitív literál fordul elő, a többi literál negatív, azaz valamely változó tagadása. Pl.  $x_1$ ,  $(\neg x_1 \vee \neg x_3 \vee x_2 \vee \neg x_4)$ ,  $(\neg x_1 \vee \neg x_2)$  Horn-tagok, de  $(\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  nem.)

Kérés: Kielégíthető-e  $\varphi$ ?

b) Adja meg az  $F = (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge x_2 \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_2 \wedge \neg x_4)$  formula képét a visszavezetés során.

c) Milyen bonyolultságelméleti következtetést tud levonni a fentiekből a probléma bonyolultságára?

4. Bizonyítsa be, hogy az alábbi probléma NP-nehéz. Adott két irányítatlan gáf  $G_1$  és  $G_2$ . Kérdés, igaz-e, hogy a  $G_1$ -ben található leghosszabb út hossza nagyobb vagy egyenlő, mint a  $G_2$ -ben található leghosszabb út hossza.
5. Döntse el, hogy az alábbi probléma P-ben van-e, vagy pedig NP-teljes. Adott egy  $G$  irányítatlan gráf. Kérés, kiszínezhető-e  $G$  csúcsai 4 színnel úgy, hogy az egyik szint szint pontosan háromszor használjuk. (Természetesen szomszédos csúcsok nem lehetnek azonos színűek. Az előadáson ismertetett tételek felhasználhatóak a bizonyítás során.)