I. gyak útmutatások, megoldások

Az debreceni feladatsor megoldásai a feladatokkal együtt letölthetők. A változtatások nem számottevőek.

Az `www.inf.u-szeged.hu/~fulop/logika/feladat2.ps` feladatsorból:

1. a) $\mathcal{A}_1 = (\mathbb{N}_+, I, \varphi)$, ahol $I(P)(a,b,c) = \begin{cases} 1, & \text{ha } a+b \geq c \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$
   $I(f)(t) := t+1$
   $\varphi(z) = 1$, különben φ tetszőleges.
   Ekkor $\forall x \forall y P(x,y,f(z)) =$„ $\forall x \forall y \in \mathbb{N}_+$-re $x+y \geq 1+1''$ igaz, azaz $\mathcal{A}_1 \models F$.
   De ha $\mathcal{A}_2 = (\mathbb{N}_+, I, \varphi')$ ugyanaz a modell kivéve, hogy $\varphi'(z) = 13$, akkor '$\forall x \forall y \in N$-re $x+y \geq 13+1$' nem igaz, azaz $\mathcal{A}_2 \not\models F$, $\mathcal{A}_2$ nem modellje F-nek.

   b) A formula a p reláció antiszimmetrikus tulajdonságát fejezi ki.
   $\mathcal{A}_1 = (\mathbb{Z}, I, \varphi)$, ahol $I(p) : \mathbb{Z}^2 \to \{0,1\}$ $I(p)(x,y) = \begin{cases} 1 \text{ ha } x \leq y \\ 0 \text{ különben} \end{cases}$
   modellje a formulának, (φ tetszőleges).
   De $\mathcal{A}_2 = (2^{\mathbb{N}}, I, \varphi)$, ahol $I(p) : 2^{\mathbb{N}} \times 2^{\mathbb{N}} \to \{0,1\}$,

   $$I(p)(A,B) = \begin{cases} 1 & \text{ha } A \cap B \neq \emptyset \\ 0 & \text{különben ,} \end{cases} \quad (\varphi \text{ tetszőleges })$$

   Nem modellje a formulának.
   ($2^{\mathbb{N}}$ nem más, mint $\mathbb{N}$ összes részhalmaza.)

2. a) $\exists x \exists y \exists z(\neg(x=y) \wedge \neg(x=z) \wedge \neg(y=z))$

   b) $\exists x \exists y \exists z(P(x) \wedge \neg P(y) \wedge \neg P(z) \wedge Q(y) \wedge \neg Q(z))$

3. $\forall x \forall y \forall z((x=y) \vee (x=z) \vee (y=z))$ vagy $\forall x((x=c) \vee (x=d))$.

4. Olyan struktúrákat kell megadnunk, melyek a három formula közül kettőnek modelljei, de a harmadiknak nem.

5. a) IGEN. $\mathcal{A}_{[x\mapsto 1, y\mapsto 3, z\mapsto 2]}$ modellje a formula magjának.
   b) NEM. $x+1=y, z+1=y, x+1=z$ egyszerre nem teljesülhet.
   c) IGEN. $\mathcal{A}_{[x\mapsto\{1\}, y\mapsto\{1,2,3\}, z\mapsto\{1,2\}]}$ modellje a formula magjának.

7. $\exists x \forall y(f(x,y) = x \wedge f(y,x) = x)$

8. $\forall x \exists y(f(x,y) = a \wedge f(y,x) = a)$

9. Indirekt módom igazolható. Ha $u_1, u_2, \ldots, u_n = u_1$ kör lenne $I(p)$ gráfjában, akkor a tranzitivitás többszöri felhasználásával azt kapnánk, hogy $I(p)(u_1,u_1)$ is teljesül, ellentmondva F-nek.

12. Néhány lehetséges megoldás
   - A 9. feladat F formulájához még adjuk hozzá, hogy $\wedge \forall x \exists y p(x,y)$
   - A 9. feladat F formulájához még adjuk hozzá, hogy $\wedge \forall x p(x, f(x))$
   - Ld. Iván Szabolcs 1. gyak. VI. feladat. `http://www.inf.u-szeged.hu/~szabivan/download/feladatok1.pdf`
   - Fogalmazzuk meg, hogy p olyan lineáris rendezés, amelyben nincs maximális elem.