IV. gyak útmutatások, megoldások

Az `www.inf.u-szeged.hu/~fulop/logika/feladat1.ps` "Ítéletkalkulus" feladatsorból:

4.1 Tegyük fel, hogy a kompaktsági tétel nem igaz. Ez csak úgy lehetséges, ha létezik formuláknak olyan Σ halmaza, mely kielégíthetetlen, de minden véges részhalmaza kielégíthető. De ekkor

$$\Sigma \text{ kielégíthetetlen} \;\Rightarrow\; \Sigma \models \downarrow \;\Rightarrow\; \exists \underbrace{\Sigma_0}_{\text{véges}} \subseteq \Sigma, \Sigma_0 \models \downarrow \;\Rightarrow\; \exists \underbrace{\Sigma_0}_{\text{véges}} \subseteq \Sigma, \Sigma_0 \text{ kielégíthetetlen.}$$

De ez ellentmondás, mert feltettük, hogy Σ minden véges részhalmaza kielégíthető.

4.2

b) $p \to ((q \to r) \wedge (\neg s \vee r)) \equiv \neg p \vee ((\neg q \vee r) \wedge (\neg s \vee r)) \equiv (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg s \vee r) \equiv$ $\equiv (p \wedge q \to r) \wedge (p \wedge s \to r) \equiv \{\, \{\neg p, \neg q, r\}, \{\neg p, \neg s, r\}\, \}$, ebben az alakban Horn-formula.

c) $(p \wedge q \wedge r) \vee (q \wedge \neg r) \equiv (p \vee q) \wedge (q \vee q) \wedge (r \vee q) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (r \vee \neg r) \equiv$ $q \wedge (p \vee \neg r) \equiv (\uparrow \to q) \wedge (r \to p) \equiv \{\{q\}, \{p, \neg r\}\}$ Ebben az alakban már Horn-formula.

e) $\downarrow \equiv \uparrow \to \downarrow \equiv \square$ (csak az üres klózt tartalmazó KNF), Horn-formula.

f) $\uparrow \equiv p \vee \neg p \equiv p \to p$, Horn-formula. (Másik megoldás: $\emptyset$: üres, azaz egyetlen klózt sem tartalmazó KNF.)

4.3 FZ. III/1 a) nem b) igen c) nem d) igen

4.3 FZ. III/2 Gyakorlaton megoldottuk.