

V. gyak útmutatások, megoldások

Az www.inf.u-szeged.hu/~fulop/logika/feladat1.ps "Ítéletkalkulus" feladatsorból:

V/3 Igen.

V/4b) $F = \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg q) \equiv ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg q) \wedge q \equiv$
 $(\neg(p \rightarrow q) \vee \neg q) \wedge q \equiv ((p \wedge \neg q) \vee \neg q) \wedge q \equiv (p \vee \neg q) \wedge \neg q \wedge q$ Először KNF-re kell hozni. F mint
klózik halmaza: $F = \{\{p, \neg q\}, \{\neg q\}, \{q\}\}$

Rezolúciós levezetés:

1. $\{p, \neg q\} \in F$
2. $\{\neg q\} \in F$
3. $\{q\} \in F$
4. $\{\square\}$ Res 2,3

Rezolúcióval levezethető az üres klóz (\square) $\Rightarrow F$ kielégíthetetlen. Ha az üres klóz nem lenne levezethető (ezt észrevesszük, mert egy idő után nem tudunk rezolúcióval újabb klózikat képezni!), akkor F kielégíthető lenne.

V/5b.) $F = \{\{\neg p, \neg q, r\}, \{p, r\}, \{q, r\}, \{\neg r\}\}$, ez KNF-t jelent: $F = (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee r) \wedge (q \vee r) \wedge \neg r$.

1. $\neg p, \neg q, r \in F$
2. $p, r \in F$
3. $q, r \in F$
4. $\neg r \in F$ Az 1-4. = $Res^0(F)$
5. $\neg q, r$ Res 1,2
6. $\neg p, r$ Res 1,3
7. $\neg p, \neg q$ Res 1,4
8. p Res 2,4
9. q Res 3,4 Az 1-9. = $Res^1(F)$
10. r Res 2,6
11. $\neg q$ Res 4,5
12. $\neg p$ Res 4,6 Az 1-12. = $Res^2(F)$
13. \square Res 4,10 Az 1-13. = $Res^3(F)$

Így $Res^2(F)$ -nek nem eleme \square .

Különben $Res^4(F) = Res^3(F)$, így $Res^*(F) = Res^3(F)$, és $\square \in Res^*(F)$, ezért F kielégíthetetlen.

V/7 A Horn klózik vagy definit klózik vagy negatív klózik. És

- negatív + negatív klóz nem rezolválható,
- negatív + definit klóz rezolvense negatív klóz,
- definit + definit klóz rezolvense definit klóz.

5.2 F tautológia $\Leftrightarrow \neg F$ kielégíthetetlen.

a) $\neg F = (\neg p \vee q) \wedge p \wedge \neg q$. Az első klóznak a másodikkal, majd az eredménynek a harmadik klózzal vett rezolvense az üres klózhhoz vezet. Ezért $\neg F$ kielégíthetetlen, így F tautológia.

b) nem tautológia.

c) tautológia.

d) tautológia.

5.2 F és G ekvivalens $\Leftrightarrow \neg(F \leftrightarrow G)$ kielégíthetetlen.

a) ekvivalensek.

b) $\neg(F \leftrightarrow G) \equiv (\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \wedge \neg r$ (HF!) Így legyen $\Sigma = \{\{\neg p, \neg q\}, \{p, q\}, \neg r\}$

1. $\neg p, \neg q$	$\in \Sigma$
2. p, q	$\in \Sigma$
3. $\neg r$	$\in \Sigma$
4. $\neg q, q$	Res _{1,2}
5. $\neg p, p$	Res _{1,2}

1-5. = Res¹(Σ) = Res²(Σ) = Res^{*}(Σ).

Mivel $\square \notin \text{Res}^*(\Sigma)$, ezért Σ kielégíthető, így F és G nem ekvivalensek.

5.3 $\{F_1, F_2, \dots, F_n\} \models G \Leftrightarrow \Sigma = \{F_1, F_2, \dots, F_n, \neg G\}$ kielégíthetetlen.

a) $F_1 = \underbrace{q}$, $F_2 = r \rightarrow (q \rightarrow p) \equiv \underbrace{\neg r \vee \neg q \vee p}$, $G = r \rightarrow p$ és $\neg G = \neg(r \rightarrow p) \equiv \underbrace{r} \wedge \underbrace{\neg p}$ Így most

$$\Sigma = \{\{q\}, \{\neg r, \neg q, p\}, \{r\}, \{\neg p\}\}.$$

Az üres klóz egy rezolúciós levezetése:

1. q	$\in \Sigma$
2. $\neg r, \neg q, p$	$\in \Sigma$
3. r	$\in \Sigma$
4. $\neg p$	$\in \Sigma$
5. $\neg r, p$	Res _{1,2}
6. p	Res _{3,5}
7. \square	Res _{4,6}

Ezért Σ kielégíthetetlen, ami azt mutatja, hogy a logikai következtetés fennáll.

b) A logikai következmény igaz.

c) A logikai következmény nem igaz.

d) A logikai következmény igaz.

5.5 Igaz, sőt még az 5.6. feladatban levő gyengébb F_2 -vel is igaz.

5.6 Lásd gyak.

5.7 Lásd a könyvben.