Logika és inf. alkalmazásai gyakorlat I.

Az elsőrendű logika szintaxisa és szemantikája

1.1 **LZ[1] 2.1. alapján** Legyen a változók halmaza $\mathcal{V}ar = \{x_1, x_2, \ldots\}$, a függvényszimbólumok halmaza $\mathcal{F}gv = \{f, g, h, c\}$, ahol f ragngja 1, g rangja 2, h rangja 3, c rangaja 0 (azaz c konstans szimbólum). A predikátumszimbólumok halmaza legyen $\mathcal{P}red = \{P, Q, R\}$, ahol P rangja 1, Q-é 2, R-é 0. Termek-e az alábbi szavak?

a) $f(g(x_1, x_2))$ b) $f(g(x_3), h(x_1, x_2, x_3))$ c) $g(f(f(c)), h(x_2, x_2, x_2))$ d) c

e) R f) $\exists x_2 g(f(x_1), x_2)$ g) $f(x_1) + g(x_1, x_2)$ h) $g(x_1, Q(R, R), f(x_2))$

1.2 **LZ 2.4. alapján** Az előző feladat jelöléseit használva elsőrendű formulák-e az alábbiak?

a) $Q(f(f(x_1)), c)$
b) $P(c) \to \forall x_3(P(x_1) \wedge R)$
c) $Q(P(x_1), f(x_2))$
d) $f(g(x_1, x_2))$
e) $Qx_1P(x_1)$
f) $\exists! x_1 P(g(x_1, x_1))$
g) $R \wedge \forall x_1 x_2 Q(x_1, x_2)$
h) $\forall x_1(\exists x_2 P(x_1) \wedge Q(x_1, x_1, x_2))$
i) $\neg P(x_1) \to \forall c P(g(c, x_1))$
j) $\exists n(P(x_1) \vee P(x_2) \vee \ldots \vee P(x_n) \vee \neg P(x_{n-1}))$

1.3 **LZ 2.7.** Ezentúl a következő jelöléseket fogjuk használni: *predikátumszimbólumok*: $P, Q, R, \ldots$, *függvényszimbólumok*: $f, g, h, \ldots$, *változók*: $x, y, z, \ldots$, *konstansok* c, d, e, valamint ezek indexelt változatai. Mindig felteszzük, hogy a predikátum- és függvényszimbólumok olyan aritásúak, ahogy a formulában szerepelnek. Soroljuk fel az alábbi formulák összes részformuláját! Melyek közülük a közvetlen részformulák?

a) $\forall x(\forall y(P(x) \to Q(x, y))$
b) $(P(x) \to \neg\exists x \forall y Q(x, y)) \to \neg\forall z Q(x, y)$
c) $Q(f(x), g(y, x))$
d) $\neg((\exists x(P(x) \to Q(x, y)) \wedge (Q(y, x) \to R(x))) \to \forall x(\neg P(x)))$

1.4 **LZ 2.8.** Jelöljük be az egyes kvantorok hatáskörét!

a) $\forall x(\exists y Q(f(x), h(y, x, z)) \to P(x))$
b) $\forall x(P(x) \vee \neg\exists x Q(x, g(x, x))) \wedge \exists x P(f(f(x)))$
c) $\exists x(P(x) \vee \forall y \neg Q(g(x, y), y) \wedge \exists x P(x))$
d) $\exists x \forall y P(x) \vee \neg P(x)$

1.5 **LZ 2.9.** Jelöljük be az alábbi formulákban, hogy mely kvantor melyik változót köti, és határozzuk meg a formula paramétereinek (=benne szabadon (is) előforduló változók) halmazát.

a) $\exists x \forall y Q(x, y) \vee P(x)$
b) $\forall x(P(x, y) \to \forall y Q(y))$
c) $(\forall x P(x, y) \to \forall y R(x, y)) \wedge P(c)$
d) $\neg\exists z(Q(z, z) \wedge R(f(y, z)))$
e) $\forall x(\forall y P(x, y, z) \to Q(x, y))$
f) $\forall y \exists z(P(x, y, z) \to \exists x \forall x Q(z, x))$
g) $\exists x \forall y(P(x) \vee Q(x, f(y))) \to \forall y Q(x, y)$

ÉS MÉG A Dr. Fülöp Zoltán: Gyakorló feladatok a "Logika a számítástudományban" tárgyhoz II. "Predikátumkalkulus" c. feladatsorból: I/1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 12.

Letölthető: `http://www.inf.u-szeged.hu/~fulop/logika/feladat2.ps`

[1] Debreceni Feladatsor: Lengyel Zoltán: Logikai feladatgyűjtemény (megoldásokkal!) `http://www.inf.unideb.hu/~lengyelz/docs/logika-0519.pdf`