Logika és inf. alkalmazásai gyakorlat IV.

Az ítéletkalkulus kompaktsági tétele, Horn-formulák kielégíthetősége

4.1 Igazoljuk, hogy a kompaktsági tétel alábbi következményéből maga a kompaktsági tétel bizonyítható.

Következmény. Legyen Σ formulák egy (véges vagy végtelen) halmaza, F pedig egy formula. Ekkor

$$\Sigma \models F \Leftrightarrow \text{ létezik } \Sigma\text{-nak olyan } \textbf{véges } \Sigma_0 \text{ részhalmaza, melyre } \Sigma_0 \models F$$

4.2 Az alábbi itéletkalkulusbeli formulákat hozzuk konjunktív normálformára, majd írjuk őket ,,implikációs alakba" (a tagokra a $p_1 \vee p_2 \vee \ldots \vee p_m \vee \neg q_1 \vee \neg q_2 \vee \ldots \vee \neg q_n \equiv q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n \to p_1 \vee p_2 \vee \ldots \vee p_m$ azonosságot használva, üres konjunkció: $\uparrow$, üres diszjunkció: $\downarrow$). Írjuk fel a formulákat a rezolúciónál használt halmazos formátumban is. Melyek közülük Horn-formulák?

a) $p \to (\neg q \wedge r)$

b) $p \to ((q \to r) \wedge (\neg s \vee r))$

c) $(p \wedge q \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$

d) $(p \vee q \vee \neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge p \wedge \neg q \wedge (\neg p \vee \neg q)$

e) $\downarrow$

f) $\uparrow$

4.3 A Dr. Fülöp Zoltán: Gyakorló feladatok a "Logika a számítástudományban" tárgyhoz I. "Ítélekakulus" c. feladatsorból: III/1, 2 Letölthető: `http://www.inf.u-szeged.hu/~fulop/logika/feladat1.ps`