Hints for Solving Logic Problems *
(Tanácsok logikai feladványok megoldásához†)

Gordon S. Novak Jr.
University of Texas at Austin

Az alábbi iránymutatások segítséget nyújtanak a szöveges logikai feladványok („story problems") predikátumkalkulusban való formalizálásához és a problémák rezolúcióval való megoldásához. Az útmutatások követése remélhetőleg segít a gyakori hibák elkerülésében.

1. A termek (konstansok, változók és függvények) mindig objektumok, mégpedig abban az értelmezési tartományban, amely felett a formulákat felírjuk. A predikátumok pedig igaz/hamis tulajdonságai vagy relációi ezeknek az objektumoknak.

2. Jó ötlet, ha a predikátumok típusait is felírjuk, pl. $VEZETI(x, y)$, ahol x *személy*, y pedig egy *autó*. A predikátumok olyan használata, melyben nem megfelelő típusú objektum is szerepel, valószínűleg hibás, vagy nem része a megoldásnak.

3. A „minden", „mindenki" vagy „bármely" kezdetű állítások átírása általában a $\forall$ kvantort és a $\rightarrow$ műveletet használja. A „van olyan", „néhány" kifejezés pedig általában $\exists$ és $\wedge$ segítségével fordítható le.

4. Használjuk a valós életbeli tapasztalatainkat az állítások predikátumkalkulusba való átültetéséhez. Több lehetséges jó átírása lehet ugyanannak a mondatnak, de végül ugyanazt a klózhalmazt kell kapjuk eredményül. Például az „Egy macska se szeret egyetlen kutyát se" felírható, mint

   - $\forall x(MACSKA(x) \rightarrow \forall y(KUTYA(y) \rightarrow \neg SZERETI(x, y)))$;
   - $\forall x(MACSKA(x) \rightarrow \neg\exists y(KUTYA(y) \wedge SZERETI(x, y)))$;
   - $\neg\exists x(MACSKA(x) \wedge \exists y(KUTYA(y) \wedge SZERETI(x, y)))$;
   - $\neg\exists x\exists y(MACSKA(x) \wedge KUTYA(y) \wedge SZERETI(x, y))$.

   Ezek mindegyike ugyanazt a klózt adja: $\neg MACSKA(x) \vee \neg KUTYA(y) \vee \neg SZERETI(x, y)$.

5. A mondatok klóz formára átírása után olvassuk azokat vissza magyarul, hogy lássuk, ugyanazt a jelentést hordozzák-e: „Vagy x nem macska, vagy y nem kutya vagy x nem szereti y-t."

6. Ha csak egy $P(x)$ vagy $\neg P(x)$ alakú literál alkot **önmagában** egy klózt, akkor az rossz, akár egy magyar mondat fordításakor, akár rezolúciós lépés során keletkezett. (Vegyük észre, hogy itt x univerzálisan kvantifikált változó; ha $P(a)$ szerepel, ahol a konstans, az rendben.) E mögött az a meggondolás áll, hogy ha $P(x)$ igaz, akkor P igaz minden objektumra, ezért nem lehet hasznos a rezolúcióban.

*`http://www.cs.utexas.edu/users/novak/storyp.html`

†fordította Németh L. Zoltán

Képzeljük el, hogy minden egyes változó előfordulási közé vonalat húzunk, azaz pl. x minden előfordulását összekötjük egymással. Ekkor a klóznak (mint literálokból álló gráfnak) összefüggőnek kell lennie; ha bármely literál elérhetetlen a többiből, akkor az valószínűleg hibát jelez. Ezenfelül minden változónak legalább kétszer kell szerepelnie.

8. A Skolem-konstansoktól különböző konstansok általában számok, vagy a szövegben tulajdonnévvel jelölt objektumok, például: 3, $Jani$, $Szeged$. Ha egy köznevet írunk konstansként, az valószínűleg helytelen. Például: „Minden fiú szeret néhány kutyát" fordítható úgy, hogy $\forall x(FIU(x) \to \exists y(KUTYA(y) \wedge SZERETI(x,y))$, de így nem: $\forall x(FIU(x) \to SZERETI(x, kutya))$. Vegyük észre, hogy az utóbbi formulában semmi sem biztosítja, hogy a $kutya$ konstans valóban egy kutya.

9. Bármikor, ha Skolem-konstansot vagy Skolem-függvényt vezetünk be, annak újnak kell lennie. Megállapodás szerint a Skolem-konstansokat a, b, c,... a Skolem-függvényeket f, g, h,... módon szoktuk jelölni.

10. Különböző Skolem-konstansok vagy függvények nem egyesíthetők. Ha olyan szituáció adódna, amiben erre lenne szükség, ne tegyük! Ehelyett használjuk ezt az információt arra, hogy a hibát megkeressük: az egyik Skolem-konstans vagy függvény helyett univerzálisan kvantifikált változó kellene, hogy szerepeljen.

11. Bizonyos gyakori minták klóz formáit ránézésre is megállapíthatjuk. „Minden P az Q" úgy fog kinézni, klóz alakban, hogy $\neg P(x) \vee Q(x)$. Általánosabban: „Minden P, mely R és S és ..., az Q." fordítása: $\neg P(x) \vee \neg R(x) \vee \neg S(x) \vee \ldots \vee Q(x)$.

12. Azok az állítások, melyek következmény részében „és" szerepel több klózt fognak szolgáltatni. Például, „Minden macska puha és borzas" eredménye az alábbi két klóz:

    1. $\neg MACSKA(x) \vee PUHA(x)$;
    2. $\neg MACSKA(x) \vee BORZAS(x)$.

13. Használjunk bátran zárójeleket, hogy az algebrai átalakítások során a hibákat elkerüljük. Például a konklúzió tagadásának leírásakor,

    1. Írjuk le a konklúziót pozitív alakban.
    2. Tegyünk nagy szögletes zárójelbe.
    3. Írjunk a zárójel elé egy tagadás jelet.

14. A „Ha [...] akkor [...]" szerkezetet úgy fordítsuk, hogy $[[\ldots] \to [\ldots]]$. Használjuk a zárójeleket, hogy az átalakítások helyességét megkönnyítsük.

15. Ha a konklúzió alakja „Ha *Feltétel*, akkor *Eredmény*", akkor egyszerűsíthetjük azzal, hogy

    1. *Feltétel*-t, mint további pozitív állítást az axiómákhoz adjuk.
    2. Tagadjuk az *Eredmény*-t.

    Ellenőrzés: „Ha F akkor E", átírva: $[F \to E]$, mely negálva $\neg[F \to E] \equiv \neg[\neg F \vee E] \equiv F \wedge \neg E$. Itt E-nek és F-nek nem lehet közös változója, hogy így külön választhassuk őket.

16. Használjuk a valós életből való ismereteinket útmutatásként a rezolúció lépéseinek megtervezésében, hogy a keresés rövid ideig tartson. Használjuk a *támogató halmaz* (set of support) stratégiát, (használjuk a konklúzió tagadásának klózait, mely gyakran konstansokat tartalmaz) és az *egységklóz startégiát* (unit preference) (a rezolvenst lehetőleg a rövidebb klózzal képezzük).