

Pumpáló lemma és alkalmazásai felismerhető súlyozott fanyelvekre

Kószó Dávid

II. évf. Programtervező Informatikus MSc

Témavezető: Dr. Fülöp Zoltán egyetemi tanár

SZTE TTIK Számítástudomány Alapjai Tanszék

A reguláris nyelvekre vonatkozó pumpáló lemma az egyik legismertebb eredmény a formális nyelvek elméletében. Ezen lemma felhasználásával mutatható meg, hogy bizonyos nyelvek nem regulárisak és, hogy a reguláris nyelvek bizonyos tulajdonságai (pl. üresség, végeesség) algoritmikusan eldönthetők. Ugyancsak jól ismert a környezetfüggetlen nyelvekre vonatkozó pumpáló lemma (Bar-Hillel lemma), melyre analóg állítások érvényesek.

A véges automaták elméletének általánosítása szavak helyett fákra már több évtizede megtörtént, de még ma is intenzíven vizsgált kutatási terület. Többek között, a pumpáló lemmát is általánosították faautomatákra és ugyanúgy alkalmazzák eldönthetőségi kérdések vizsgálatára, mint az előbb említett pumpáló lemmákat.

A faautomaták vizsgálatának egy viszonylag új területe az ún. súlyozott faautomaták elmélete. Egy súlyozott fanyelv egy leképezés a fák halmazából valamely súlystruktúrába. A súlyozás lehetővé teszi kvantitatív tulajdonságok vizsgálatát, vagyis egy fa esetében nemcsak az iránt érdeklődünk, hogy eleme-e egy adott fanyelvnek, hanem hogy „milyen súllyal eleme egy fanyelvnek”. A súlystruktúra alkalmas megválasztásával vizsgálhatjuk például egy fa valószínűségét egy adott fanyelvben, amely fontos lehet természetes nyelvi elemzésekben. A félgűrű súlyozású faautomatákra vonatkozóan már sok eredmény ismert, azonban csak kevés cikk foglalkozik a pumpáló lemmával és alkalmazásaival.

Ebben a dolgozatban egy általános súlystruktúra, az ún. multioperátor monoid (röviden M-monoid) feletti súlyozott faautomatákat vizsgálunk. A modell robusztusságát igazolja, hogy mind Kleene tétele, mind a Büchi-Elgot tétel (jellemzés MSO logikával) érvényes az M-monoid feletti súlyozott faautomatákra. A dolgozat egyik fő eredménye egy korábban már bizonyított, félgűrű súlyozású determinisztikus faautomatákra vonatkozó pumpáló lemma általánosítása abszorptív M-monoid súlyozású determinisztikus faautomatákra. Ezen pumpáló lemma alkalmazásaként megmutatjuk, hogy a magasság, valamint a bináris fák „kiegyensúlyozatlanságát” definiáló súlyozott fanyelvek egyike sem ismerhető fel néhány természetes feltételt kielégítő M-monoid súlyozású determinisztikus faautomatával. A másik fő eredménye a félgűrű súlyozású determinisztikus faautomatákra vizsgált eldönthetőségi kérdések általánosítása M-monoid súlyozású determinisztikus faautomatákra. Megmutatjuk, hogy ha az M-monoid kommutatív, akkor a „konstans-e a tartóhalmazán”, „konstans-e”, „Boole-típusú-e”, „üres-e” és a „véges-e” problémák algoritmikusan eldönthetők.