

Feszítőfák számának maximalizálása

Molnár Ádám

II. évf. programtervező informatikus MSc

Témavezető: Dr. Vinkó Tamás

SZTE TTIK Számítógépes Optimalizálás Tanszék

Adott egy összefüggő gráf illetve egy élhalmaz, ami olyan éleket tartalmaz, amik nem találhatóak meg a gráfban. A feladat nem más, mint az előbb említett élhalmazból kiválasztani k darab élt, majd ezeket hozzáadni a kiindulási gráfhoz úgy, hogy a gráfban található feszítőfák számát maximalizáljuk.

Kirchhoff, fák összeszámlálásáról szóló tétele szerint egy tetszőleges gráf feszítőfáinak száma megegyezik a gráfhoz tartozó Laplace mátrix egy minorjának determinánsával. Egy gráf Laplace mátrixát úgy határozzuk meg, hogy a gráf fok mátrixából kivonjuk a szomszédsági mátrixát. Ebből kifolyólag a probléma megfogalmazható úgy is, hogy egy szigorúan diagonálisan domináns mátrix determinánsát maximalizáljuk. A feszítőfák számának maximalizálása alkalmazható a hálózattudományban, ahol a feszítőfák száma egy adott hálózat megbízhatóságának mértéke.

A probléma NP-nehéz és a szakirodalomban különböző közelítő algoritmusok léteznek a megoldására. Dolgozatomban implementáltam a probléma egy jól ismert megoldását [1], aminek kulcsa az új élekre vett ellenállás-távolság (effective resistance) számítása. Ebből kiindulva létrehoztam egy olyan algoritmust, ami az élhalmazból különböző gráftulajdonságokat felhasználva megpróbálja meghatározni az optimális részhalmazt. A fenti algoritmusokat és a problémát mohó módon megoldó algoritmust ezután összehasonlítottam a megtalált feszítőfák számának és futási idejének szempontjából súlyozott, valamint súlyozatlan Barabási-Albert modellel készített gráfokat vizsgálva.

Irodalomjegyzék

[1] Huan Li, Stacy Patterson Yuhao Yi, Zhongzhi Zhang: “Maximizing the Number of Spanning Trees in a Connected Graph”, arXiv:1804.02758[cs.DS]