

Tehetséggondozó program felvételi mintafeladatok – Matematika

1. Hozza egyszerűbb alakra (a változók lehetséges értékeinél) az alábbi kifejezést:

$$\frac{4x^3y + 4xy^3}{x^4 - y^4}.$$

2. Zsófi életkora 16-tal több Tibi és Gabi életkora összegénél. Zsófi korának négyzete 1632-vel nagyobb, mint Tibi és Gabi évei összegének négyzete. Mi az összege hármójuk életkorának?

3. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget:

$$(x - 2)^2 \leq 7 - 2x.$$

4. Oldja meg az alábbi egyenletet:

$$\lg\left(x - \frac{6}{x}\right) + \lg 2 = 1 - \lg\left(x - \frac{6}{x}\right).$$

5. Egy szabályos négyoldalú gúla alapélének hossza 10, az alaplaphoz tartozó testmagassága 8. Ezen testmagasság felezőpontján átmenő, az alaplapal párhuzamos síkkal osszuk két részre. Mekkora a két rész felszíne és térfogata?
6. Egy számtani sorozat első három tagjának összege 21. Ha az elsőhöz 6-ot, a másodikhoz 13-mat, a harmadikhoz 30-at adunk, akkor egy mértani sorozat egymás utáni tagjait kapjuk. Melyek az eredeti számok?
7. Hányféleképpen bontható a 9 három pozitív egész szám összegére, ha a tagok sorrendje is számít? És ha nem számít?

Tehetséggondozó program felvételi mintafeladatok – Algoritmusok, programozás

1. Egy lemezegység egyetlen könyvtára N állományt, illetve M blokkot tartalmaz. Minden állomány valahány blokkban helyezkedik el, a blokkokat állományonként láncolva ábrázolják (külön láncban a szabad blokkokat), minden blokknak pontosan 1 láncba kell tartoznia. Az állományszerkezet tartalmazhat láncolási hibákat. Az alábbi algoritmus ezeket próbálja felderíteni:

```
Hibafelderites:
  Ciklus i=1,...,M
    T(i):=0; S(i):=0;
  Ciklus vege
  Ciklus i=1,...,N
    j:=az i. allomany elso blokkja
    Ciklus
      T(j):=T(j)+1; j:=az i. allomany kovetkezo blokkja
    amig j valodi blokksorszam
    Ciklus vege
  Ciklus vege
  j:=elso szabad blokk
  Ciklus
    S(j):=S(j)+1; j:=kovetkezo szabad blokk sorszama
  amig j valodi blokksorszam
  Ciklus vege
  Ciklus i=1,...,M
    Ha T(i)>0 es S(i)>0 akkor HIBA1
    Ha T(i)=0 es S(i)=0 akkor HIBA2
  Ciklus vege
Eljaras vege.
```

- a) Milyen hibás esetben hajtódik végre a HIBA1 eljárás?
- b) Milyen hibás esetben hajtódik végre a HIBA2 eljárás?
- c) Mit kellene beszúrni a legutolsó ciklusba, ha figyelni szeretnénk, hogy egy blokk legfeljebb 1 állományhoz tartozzon?
- d) Mit kellene beszúrni a legutolsó ciklusba, ha figyelni szeretnénk, hogy egy blokk csak egyszer szerepeljen a szabad blokkok között?

2. Egy osztály tanulói két különálló baráti csoportot alkotnak. Minden tanuló tudja, hogy ki tartozik az ő csoportjába. Az egyik csoportban biztosan többen vannak, mint a másikban, mert a tanulók száma páratlan. Az osztályfőnök szeretne kiválasztani egy tanulót, aki a többségi csoportba tartozik. Néhány tanulónak kérdéseket tett fel, hogy X egy csoportba tartozik-e Y-nal. Minden kérdést és a rá adott választ X Y V hármasok formájában jegyzett fel, ahol X és Y egy-egy tanuló sorszáma, a V pedig az I betű, ha a válasz szerint X és Y egy csoportban van, egyébként pedig N betű. A kérdésekre adott válaszok alapján akar kiválasztani egy tanulót a többségi csoportból. Az alábbi esetekre határozzuk meg, hogy elegendő információval rendelkezik-e az osztályfőnök ahhoz, hogy biztosan meg tudjon nevezni egy tanulót a többségi csoportból. Ha igen, akkor adjunk is meg egy tanulót, aki ebbe a csoportba tartozik.

- a) A tanulók száma 5: 1 2 I, 3 4 I
- b) A tanulók száma 5: 1 2 N, 3 4 N, 4 1 I
- c) A tanulók száma 5: 3 1 I, 1 4 N, 2 5 I
- d) A tanulók száma 7: 1 2 I, 3 4 I, 5 6 I
- e) A tanulók száma 7: 1 2 I, 3 2 I, 4 5 N
- f) A tanulók száma 9: 1 2 I, 3 4 I, 5 6 N, 1 4 I
- g) A tanulók száma 11: 1 2 N, 4 3 N, 1 4 I, 5 6 I, 7 8 I, 9 10 N, 9 1 I, 6 7 N
- h) A tanulók száma 13: 1 2 I, 4 5 I, 3 10 N, 11 12 I, 10 13 I, 6 7 I, 8 9 N, 6 8 I, 3 4 I, 1 5 I, 11 13 I

3. Az alábbi három algoritmus az egyetlen sort tartalmazó X szöveges állomány elemeit olvassa, s közülük bizonyosakat a Z szöveges állományba ír. Adjuk meg, hogy melyik eljárás milyen elemeket, illetve milyen elem-sorozatokat nem másol át a Z állományba.

Első:

```
Nyit(X,Z)
Ciklus amig nem Vege(X)
  Olvas(X,c)
  Ha c<>' ' akkor Ir(Z,c)
Ciklus vege
Zar(X,Z)
Eljaras vege
```

Második:

```
Nyit(X,Z); L:=igaz
Ciklus amig nem Vege(X)
  Olvas(X,c)
  Ha c<>' ' vagy L akkor Ir(Z,c)
  L:=c<>' '
Ciklus vege
Zar(X,Z)
Eljaras vege
```

Harmadik:

```
Nyit(X,Z); L:=hamis
Ciklus amig nem Vege(X)
  Olvas(X,c)
  Ha c<>' ' vagy L akkor Ir(Z,c)
  L:=c<>' '
Ciklus vege
Zar(X,Z)
Eljaras vege
```

4. Egy országban N város között kell kiépíteni hálózatot. K héten keresztül kapunk egy-egy újabb árajánlatot két város közötti közvetlen hálózati kapcsolat kiépítésére. Minden hétre (ha lehetséges) az addig beérkezett javaslatok alapján meg kell adni egy tervet, hogy mely várospárok között építsenek ki közvetlen hálózati kapcsolatot, hogy bármely városból bármely másik elérhető legyen közvetlenül vagy más városokon keresztül. Az építés összköltsége minimális kell, hogy legyen. A terv az összekötendő város-párokból és a hálózat kiépítésének teljes költségéből áll. Add meg a minimális számú várospárt és a kiépítés költségét hetenként az alábbi ajánlatok esetén.

a) $N=5$, $K=8$

1: (1-2,100), 2: (4-5,100), 3: (2-3,100), 4: (4-3,100)
5: (1-3,80), 6: (3-5,80), 7: (2-4,80), 8: (5-2,80)

b) $N=5$, $K=10$

1: (1-5,100), 2: (1-4,110), 3: (2-3,120), 4: (1-3,130)
5: (3-5,120), 6: (2-4,110), 7: (3-4,90), 8: (2-5,90)
9: (1-2,100), 10: (4-5,80)

c) $N=5$, $K=10$

1: (5-4,100), 2: (2-3,110), 3: (1-5,120), 4: (3-4,130)
5: (1-2,100), 6: (2-4,100), 7: (3-5,100), 8: (2-1,80)
9: (4-3,80), 10: (1-3,80)