

## Logikák véges fákon

Fanyelvek (adott  $\Sigma$  rangolt ábécé fölötti termek halmazainak) leírására alkalmazhatunk faautomatákat (faautomata:  $\Sigma$ -algebra, elemeinek egy kitüntetett végállapothalmazával). Ez a reguláris nyelvek klasszikus osztályának legkézenfekvőbb általánosítása a szavakról a fákra.

Ezzel párhuzamosan a szavak fölött definiált logikák (mint az első- illetve másodrendű logika, vagy a temporális logikák) fákra való általánosításával értelmet nyer az adott logikában való definiálhatóság kérdése a fanyelvek esetében is. Bizonyos eredmények, melyek a klasszikus nyelvek esetében fennállnak, érvényesek fákra megfogalmazva is (mint például, hogy az *MSO* logikában definiálható fanyelvek osztálya pontosan a reguláris, vagyis faautomatával felismerhető fanyelvek osztálya).

Azonban szép számmal vannak olyan eredmények is a klasszikus nyelvekre, melyek – köszönhetően a fák nemlineáris struktúrájának – vagy nem vihetők át a fanyelvekre, vagy a mai napig nem ismert, hogy átvihetőek-e. Nézzük például a szavakra ismert azon eredményt, miszerint az *LTL*-ben (vagy, ezzel ekvivalensen: elsőrendű logikában) definiálható nyelvek osztálya egybeesik azoknak a nyelveknek az osztályával, amelyeket felismerő minimális automata szintaktikus monoidja aperiodikus. Ez az eredmény a fanyelvek esetére nem vihető át; a felmerülő kérdések, hogy vajon mit mondhatunk az ezen logikákban definiálható nyelveket felismerő minimális faautomatákról, vagy hogy mely logika felel meg az aperiodikus szintaktikus monoiddal rendelkező nyelveknek. Ezek (és a hasonlóan megfogalmazhatóak) nehéz problémáknak bizonyulnak.

A szeminárium keretében az alábbiakról lesz szó:

- A reguláris fanyelvek és az *MSO* logika.
- Az *FO* logika stringekre és fákra. *FO[Succ]*, *FO[<]* és *CTL\**.
- *FO[TC]*, *FO[DTC]* és a fabejáró automaták.
- *CTL\** szintaktikus fragmentjei: *CTL* és megszorításai.
- *TL[EX]*, *TL[EF]* és *TL[EX + EF]*: a definiálhatóság eldöntése.
- Az *MPL* és a *Counting* – *CTL\** logikák.
- *CTL+*: a „tömör *CTL*”.
- *FPL*: elsőrend és fixpontok.

## Hivatkozások

- [1] P. Barceló, L. Libkin: *Temporal Logics over Unranked Trees*  
Logic in Computer Science 2005, p. 31-40.
- [2] M. Benedikt, L. Segoufin: *Regular tree languages definable in FO*  
Lecture Notes in Computer Science, vol. 3404, p. 327-339, 2005.
- [3] M. Bojanczyk: *Decidable properties of tree languages*  
PhD Thesis, 2004.
- [4] M. Bojanczyk, I. Walukiewicz: *Characterizing EX and EF tree logics*  
Lecture Notes in Computer Science, vol. 3170, p. 131-145, 2004.
- [5] Z. Ésik, P. Weil: *On logically defined recognizable tree languages*  
Lecture Notes in Computer Science, vol. 2914, p. 195-207, 2003.
- [6] Z. Ésik, P. Weil: *Algebraic recognizability of regular tree languages*  
Theoretical Computer Science 340, p. 291-321, 2005.
- [7] J. Johannsen, M. Lange: *CTL<sup>+</sup> is complete for double exponential time*  
Lecture Notes in Computer Science, vol. 2719, p. 767-775, 2003.
- [8] L. Libkin: *Logics for unranked trees: an overview*  
Lecture Notes in Computer Science, vol. 3580, p. 35-50, 2005.
- [9] F. Moller, A. Rabinovich: *On the expressive power of CTL\**  
Logic in Computer Science 1999, p. 360-369.
- [10] F. Moller, A. Rabinovich: *Counting on CTL\*: on the expressive power of monadic path logic*  
Information and Computation, vol. 184, p. 147-159, 2003.
- [11] A. Rabinovich: *Expressive Power of Temporal Logics*  
Lecture Notes in Computer Science, vol. 2421, p. 57-75, 2002.