

# Membrán rendszerek - Alapfogalmak

- Egy  $O$  ábécé feletti **multihalmaznak** nevezünk egy olyan halmazt, melyben az elemek multiplicitással szerepelnek
- Egy ilyen multihalmazt általában egy  **$O$ -feletti szóval** reprezentálunk
- Egy  $\mu$  **membránstruktúra** alatt membránok által határolt régiók hierarchikusan egymásba ágyazott rendszerét értjük
  - $\mu$  **foka** a benne levő membránok száma
  - A  $\mu$ -beli membránok címkézve vannak (nem feltétlenül bijektív módon) egy  $H$  **címkehalmaz** elemeivel
    - Ha  $\mu$  foka  $m$ , akkor  $H$  általában az  $\{1, \dots, m\}$  halmaz
  - $\mu$ -t sokszor a címkékkel indexelt  $[,]$  zárójelpárokkal adjuk meg, pl.  $\left[ [ [ ]_3 ]_2 \right]_1$
  - $\mu$  membránstruktúra legkülső membránját **skin membránnak**
  - egy  $\mu$ -beli membránt **eleminek** nevezünk ha nem tartalmaz további membránokat
- **Membránkonfiguráció** alatt egy  $\mu$  membránstruktúrát és a  $\mu$  membránjaiban előforduló objektum-multihalmazok együttesét értjük
  - Például  $\left[ [ [aab]_3 ]_2 dd \right]_1$

# Transition membrán rendszerek - Definíció

- $(\mu, w_1, \dots, w_m)$  a  $\Pi$  kezdőkonfigurációja
- Megadható úgy is, hogy a multihalmazokat közvetlenül beírjuk a membránstruktúrába

- Egy  $m$ -fokú **transition** membrán rendszer egy

$\Pi = (O, H, \mu, w_1, \dots, w_m, (R_1, \rho_1), \dots, (R_m, \rho_m), i_0)$  rendszer

Objektumok  
ábécéje

Membrán címkék  
halmaza (általában  
 $\{1, \dots, m\}$ )

$m$  – fokú  
membránstruktúra  
(melynek elemei  
bijektív módon  
címkézve vannak a  
 $H$  elemeivel)

Rendre az  $1, \dots, m$   
címkéjű membránokban  
kezdetben található  $O$ -  
beli objektumok  
multihalmazai

Rendre az  $1, \dots, m$   
címkéjű membránokhoz  
rendelt szabályhalmazok  
(részletesen következő  
fólián)

A kimeneti régiót  
határoló membrán  
címkéje (ha a  
kimeneti régió a  
környezet, akkor  
 $i_0 = \infty$ )

# Transition membrán rendszerek - Definíció

- $R_i$  ( $i \in \{1, \dots, m\}$ ) az  $i$  címkéjű membránhoz rendelt **evolúciós szabályok** halmaza,  $\rho_i$  pedig egy **parciális rendezés** ezen a halmazon
- **Evolúciós szabály**: olyan  $u \rightarrow v$  szabály, ahol  $u \in O^+$  és  $v = v'$  vagy  $v = v'\delta$ , ahol
  - $v'$  egy szó a következő ábécé felett:  $\{a_{here}, a_{out}, a_{in_j} \mid a \in O, 1 \leq j \leq m\}$  (a *here*-t általában elhagyjuk),
  - $\delta$  pedig egy speciális  $O$ -n kívüli szimbólum
- $\Pi$  egy **kooperáló membrán rendszer**, ha van benne olyan szabály, ami bal oldalának hossza nagyobb mint egy

# Transition Membrán rendszerek – Szemantika

Egy  $\Pi$  transition P rendszer **egy lépésének (konfiguráció-átmenetének)** jellemzése

1.  $\Pi$  nemdeterminisztikusan minden régiójának minden objektumát lefedi a megfelelő szabályainak bal oldalával úgy, hogy
  - ne legyen olyan régió, amiben maradnának még lefedhető objektumok (maximális párhuzamosság elve) és
  - ne legyen olyan régió, amiben alkalmazunk olyan szabályt, melynél van nagyobb prioritású alkalmazható szabály (azaz nem sérülhet a szabályokhoz rendelt prioritás)

# Transition Membrán rendszerek – Szemantika

## 2. $\Pi$ a következők figyelembevételével alkalmazza a szabályokat az objektumokra

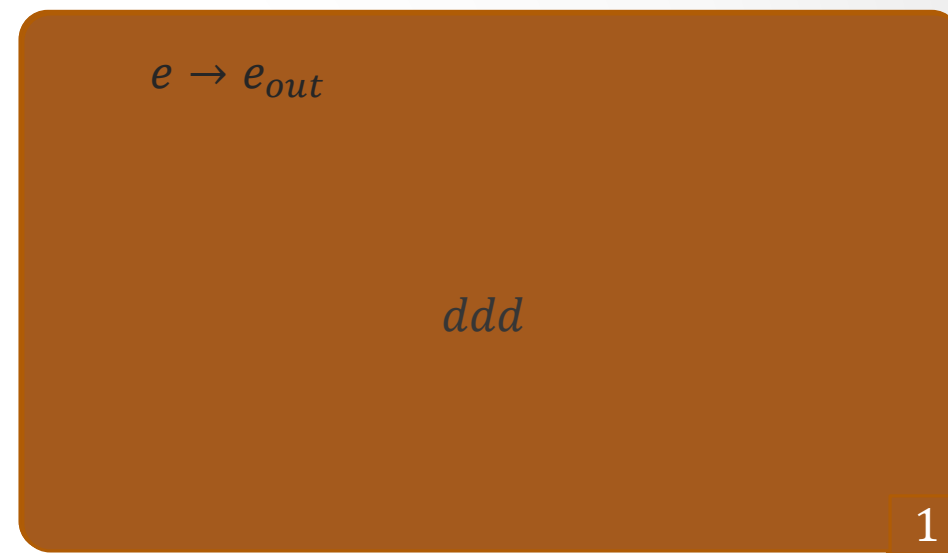
- Ha egy  $i$  membránra kiválasztásra került egy  $u \rightarrow v$  vagy  $u \rightarrow v\delta$  alakú szabály, akkor  $i$ -ből **eltűnnek az  $u$ -nak megfelelő** objektumok és **megjelennek a rendszerben a  $v$ -nek megfelelő** objektumok az alábbiak szerint:
  - $a_{here}$  azt jelenti, hogy az  $a$  megjelenik  $i$ -ben (*here*-t általában nem írjuk ki)
  - $a_{out}$  azt jelenti, hogy  $a$  megjelenik  $i$  ősében
  - $a_{in_j}$  azt jelenti, hogy  $a$  megjelenik  $i$   $j$  címkéjű gyermekében (ha van ilyen membrán)
- Ezek után ha valamelyik kiválasztott szabály  $u \rightarrow v\delta$  alakú volt, akkor az  $i$  membrán feloldódik és az összes tartalma  $i$  szülőjébe kerül

# Transition Membrán rendszerek – Szemantika

- $\Pi$  egy számítása **siker**es ha véges sok lépés után megállási konfigurációba jut
  - **Megállási konfiguráció**: olyan membránkonfiguráció, melyben semmilyen objektumhoz nem rendelhető szabály
- $\Pi$  **kiszámolhat** egy
  - **Számsorozat** (jele:  $N(\Pi)$ ): ekkor a sikeres számítások végén a kimeneti membránban (vagy a környezetben) megjelenő összes objektum számát tekintjük,
    - A nemdeterminisztikusság miatt lesz belőle számsorozat
  - **Számvektorok sorozatát** (jele:  $Ps(\Pi)$ ): ekkor a sikeres számítások végén a kimeneti membránban (vagy a környezetben) megjelenő objektum multihalmazokban az egyes objektumok számát tekintjük
  - **Nyelvet** (jele:  $L(\Pi)$ ): ekkor a sikeres számítások során a környezetbe küldött objektumok konkatenációit tekintjük; ha egyszerre több objektum megy ki, akkor ezek összes permutációját vesszük számba

# Transition membrán rendszerek – Példa

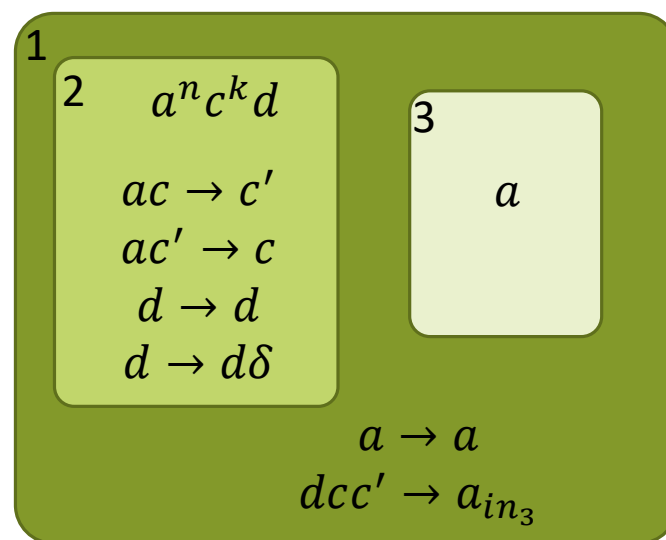
- Tekintsük újra a  $\Pi_1 = (\{a, b, c, d, e\}, \{1, 2, 3\}, \left[ \left[ [ac]_3 \right]_2 \right]_1, (R_1, \rho_1), \dots, (R_3, \rho_3), \infty)$  membrán rendszert
  - a szabályokat és a prioritásokat az egyszerűség kedvéért beírtuk a régiókba:



- A számítás eredménye a környezetben jelenik meg és
- $N(\Pi_1) = \{m^2 \mid m \geq 1\}$

# Probléma eldöntése transition membrán rendszerrel – Példa

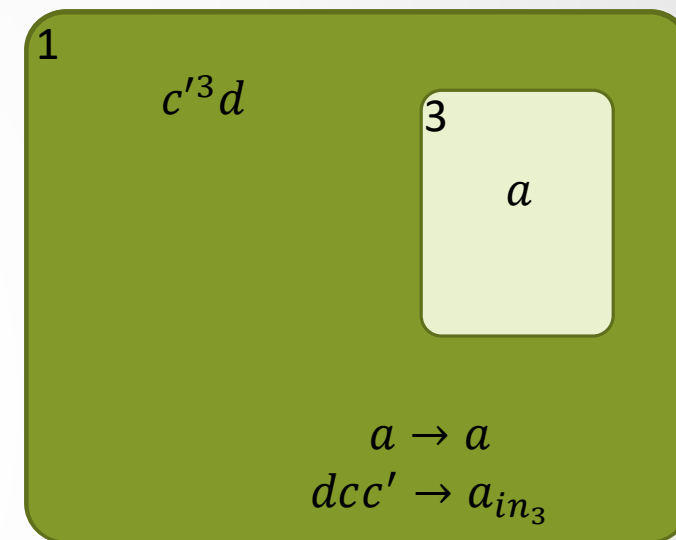
- Legyen  $\Pi_2$  a következő rendszer a 3-as membránnal mint kimeneti membránnal (címkék a bal felső sarokban)



- Megmutatjuk, hogy a rendszer azt **dönti el**, hogy  $n$  többszöröse-e  $k$ -nak

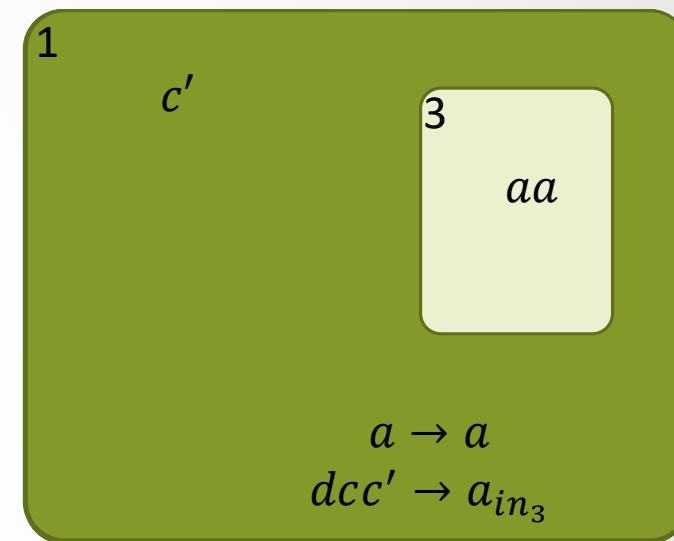
# Probléma eldöntése transition membrán rendszerrel – Példa

- Indítsuk el  $\Pi_2$ -t 9  $a$ -val és 3  $c$ -vel
- Amíg van  $a$  2-ben addig nem érdemes alkalmazni a feloldó szabályt, mert egyébként a rendszer nem áll le és nem lesz eredménye a számításnak
- 4 lépés után a rendszer megáll 1  $a$ -val a 3-as membránban



# Probléma eldöntése transition membrán rendszerrel – Példa

- Indítsuk el most  $\Pi_2$ -t 4  $a$ -val és 3  $c$ -vel
- 4 lépés után a rendszer megáll 2  $a$ -val a 3-as membránban
- Tehát a rendszer akkor és csak akkor áll meg 1  $a$ -val 3-ban ha  $n$  többszöröse  $k$ -nak

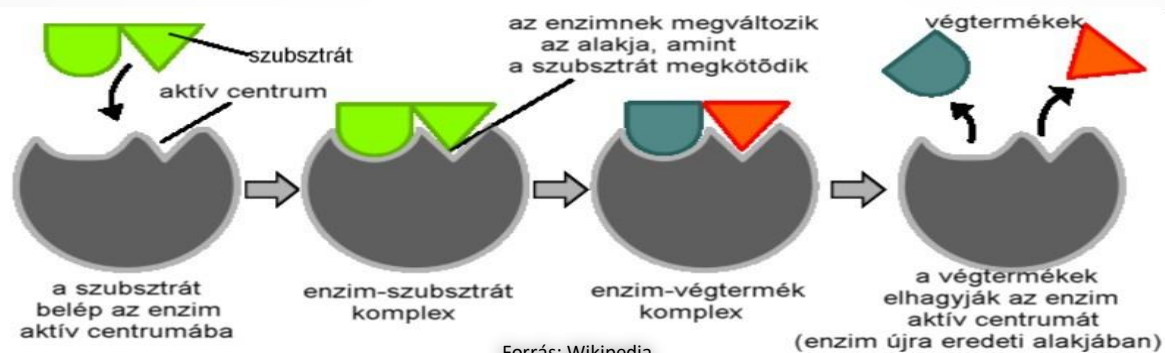


# Transition membrán rendszerek – Számítási erő

- Egy  $L$  nyelvet **konstans növekedésűnek** nevezünk, ha van olyan  $c$  konstans, hogy tetszőleges  $u, v \in L$ , hosszban egymást követő szavakra  $||u| - |v|| \leq c$
- **Tétel:** A transition membrán rendszerek
  - a szabályok **prioritása és membránfeloldás nélkül** képesek **nem reguláris** nyelvek generálására
    - Pl.  $L = \{u \in \{a, b\}^* \mid |u|_a = |u|_b\}$
    - viszont **csak konstans növekedésű** nyelveket generálnak
  - a szabályok prioritásával vagy membránfeloldással képesek **nem konstans növekedésű** nyelvek generálására (lásd első példa)
    - viszont **nem rendelkeznek a Turing-gépek** kiszámítási erejével

# Katalitikus transition membrán rendszerek

- Az enzimek, mint **katalizátorok** szerepe a biokémiai reakciókban:



- A **katalitikus** transition membrán rendszerekben
  - megkülönböztetjük az objektumok egy  $C \subseteq O$  részhalmazát, ez a **katalizátorok halmaza**
  - kikötjük, hogy a kooperáló szabályok csak  $ca \rightarrow cv$  alakúak lehetnek ( $c \in C, a \in O - C$ ) és se  $v$ , se a további evolúciós szabályok nem tartalmazznak katalizátort
- Tétel:** a katalitikus transition membrán rendszerek **Turing-ekvivalensek**

# Aktív membránok

- Az eddig vizsgált rendszerekben a futás során a membránok száma **nem növekszik**
- A membránokra az objektumoknak nincs hatása (kivéve persze a feloldást)
- Az **aktív membrános P rendszerekben** a membránok
  - **osztódhatnak** és
  - rendelkezhetnek az alábbi **polaritások** egyikével: +, −, 0
    - biológiai motiváció: sokszor a membrán két oldala között elektromos potenciálkülönbség van, ami befolyásolja, hogy milyen kémiai alkotóelemek képesek vándorolni a membránon keresztül

# Aktív membrános P rendszerek – Definíció

- **Aktív membrános P rendszer:**  $\Pi = (O, H, \mu, w_1, \dots, w_m, R)$ , ahol
  - $m \geq 1$  a rendszer (kezdeti) **rangja**
  - $O$  az **objektumok** ábécéje
  - $H$  a **membrán címkék** ábécéje
  - $w_1, \dots, w_m$   $O$ -feletti multihalmazok, az egyes membránok **kezdeti tartalmai**
  - $\mu$  egy **membrán struktúra** az alábbi tulajdonságokkal:
    - $m$  darab **semleges** (0 polaritású) membránt tartalmaz
    - A membránok  **$H$ -beli címkékkel** vannak címkézve

Ugyanaz, mint a  
transition membrán  
rendszerek esetén

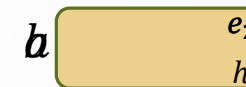
# Aktív membrános P rendszerek – Definíció

- $R$  a következő alakú **szabályok** véges halmaza ( $a, b, c \in O, v \in O^*, e, e_1, e_2, e_3 \in \{0, +, -\}$ )

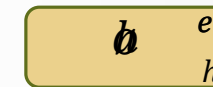
- Evolúciós** szabály (*evo*):  $[a \rightarrow v]_h^e$



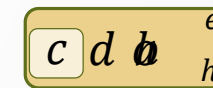
- Befelé kommunikáló** szabály (*in*):  $a[ ]_h^{e_1} \rightarrow [b]_h^{e_2}$



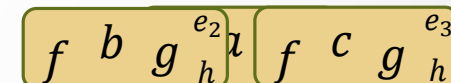
- Kifelé kommunikáló** szabály (*out*):  $[a]_h^{e_1} \rightarrow [ ]_h^{e_2} b$



- Feloldó** szabály (*dis*):  $[a]_h^e \rightarrow b$

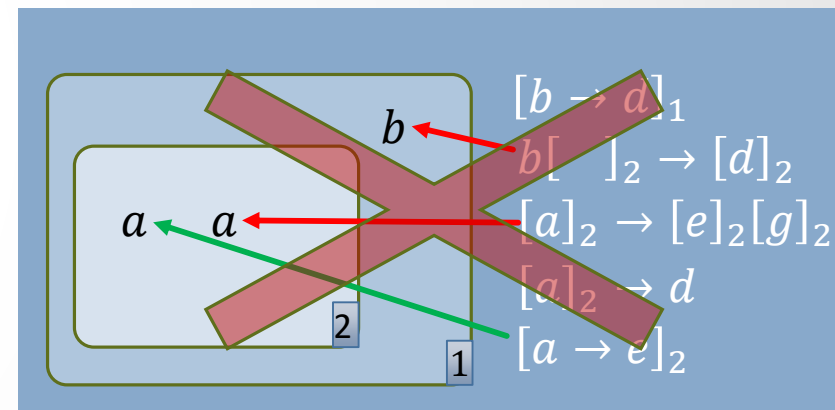
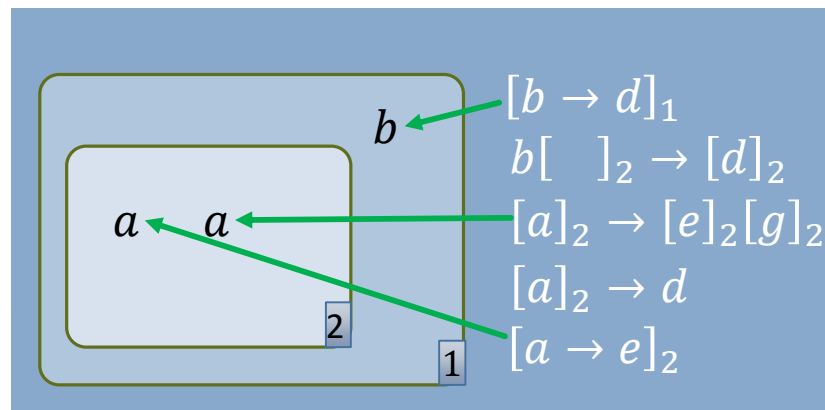
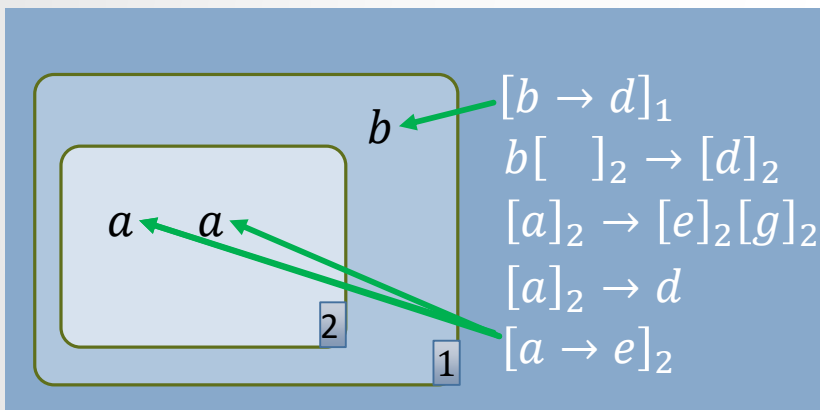


- (Elemi) membrán osztó** szabály (*div*):  $[a]_h^{e_1} \rightarrow [b]_h^{e_2} [c]_h^{e_3}$



# Aktív membrános P rendszerek - Szemantika

- Egy lépés most is a **maximális párhuzamosság** elvén alapul: a régiók objektumaihoz hozzárendelünk megfelelő szabályokat úgy hogy a következők teljesülnek
  - nincs két különböző objektum úgy, hogy a hozzájuk rendelt szabályok alkalmazása **ugyanazon membránt** érintené (az evo szabályok alkalmazása nem érinti magát a membránt)
  - Ez a hozzárendelés **nem bővíthető** úgy, hogy az előző szabály ne sérüljön



- Fontos:** ellentétben a transition membrán rendszerekkel, itt **nem mehet át egyszerre több** objektum a membránon (ez sértené a fenti első szabályt)