Algoritmusok gyakorlat

10. gyakorlat,

november 9.

10. gyakorlat

G=(V,E)

G a gráf

V: csúcsok halmaza (általában azonosítóval ellátva, gyakorlatban egyéb tulajdonságokkal is)

E: élek halmaza. Egy él két csúcs közti kapcsolatot ír le. A kapcsolat lehet irányított vagy irányítatlan ill. lehet súlyozott (gyakorlatban egyéb tulajdonságok is)

10.gyakorlat

Számítógépes ábrázolás

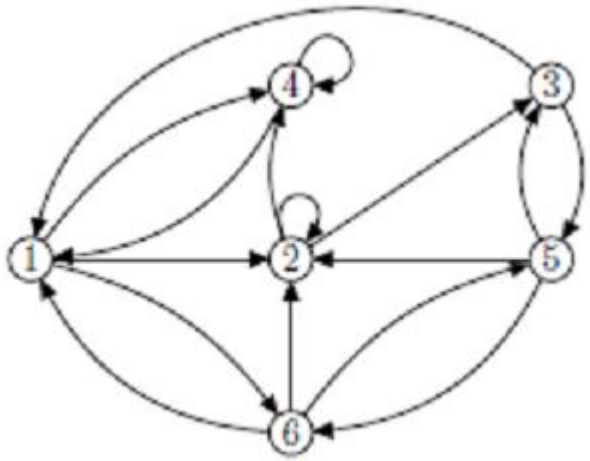
1. Szomszédsági listás ábrázolás
2. Szomszédsági mátrix ábrázolás

10.gyakorlat

Adott $G = (V, E)$ irányított vagy irányítatlan gráf és egy kitüntetett s ***kezdő*** csúcs esetén a ***szélességi keresés*** módszeresen megvizsgálja G éleit , és így ”rátalál” minden s-ből elérhető csúcsra. Kiszámítja az elérhető csúcsok távolságát (legkevesebb él) s-től. Létrehoz egy s gyökerű ”szélességi fát”, amely tartalmazza az összes elérhető csúcsot. Bármely s-ből elérhető v csúcsra, A szélességi fában s-ből v-be vezető út a ”legrövidebb” s-ből v-be vezető útnak felel meg G-ben – bármely s-ből elérhető v csúcsra. Legrövidebb útnak most a legkevesebb élből álló utat nevezzük. Az algoritmus egyaránt alkalmazható irányított vagy irányítatlan gráfok esetén. Időigény?

10.gyakorlat

A következő gráf szomszédsági listás ábrázolása? Szomszédsági mátrix? Az 5 csúcsból kiindulva hajtsunk végre szélességben keresést!



10.gyakorlat

1 → 2 →4→6

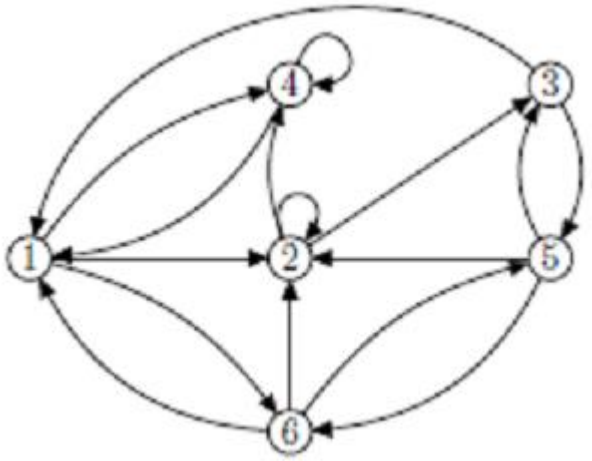
2 →2→3→4

3→1→5

4→1→4

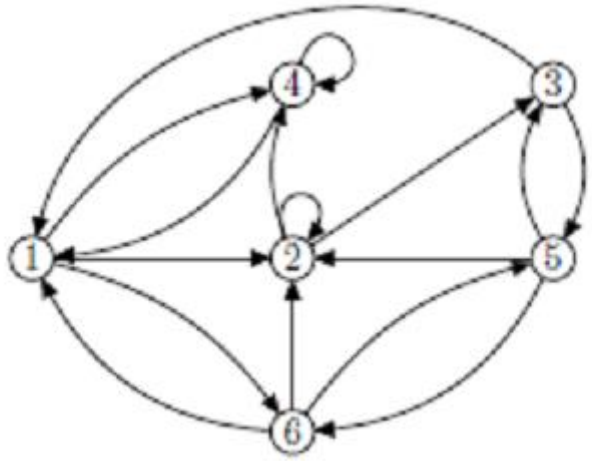
5→2→3→6

6→1→2→5



10.gyakorlat

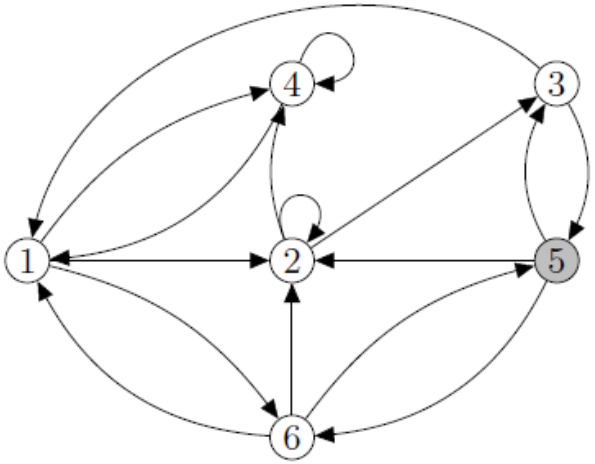
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0



10.gyakorlat

```
void BFS(int s)
{
    boolean visited[] = new boolean[V];
    LinkedList<Integer> queue = new LinkedList<Integer>();
     visited[s]=true;
     queue.add(s);
      while (queue.size() != 0)  {
           s = queue.poll();
           System.out.print(s+" ");
           Iterator<Integer> i = adj[s].listIterator();
           while (i.hasNext())  {
                 int n = i.next();
                 if (!visited[n])  {
                      visited[n] = true;
                      queue.add(n);
                  }
             }
       }
 }
```

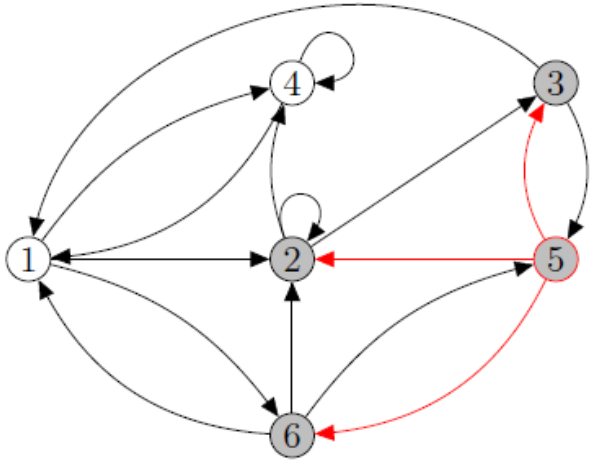
10.gyakorlat



csúcs	1	2	3	4	5	6
Apa	-1	-1	-1	-1	0	-1
d	∞	∞	∞	∞	0	∞

S	5					

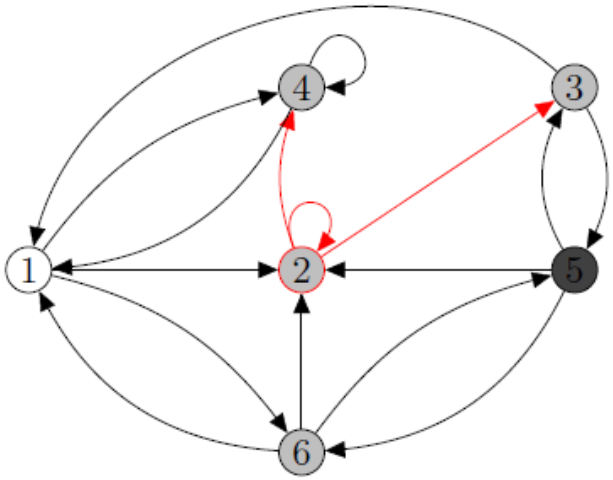
10.gyakorlat



csúcs	1	2	3	4	5	6
Apa	-1	5	5	-1	0	5
d	∞	1	1	∞	0	1

S	2	3	6			

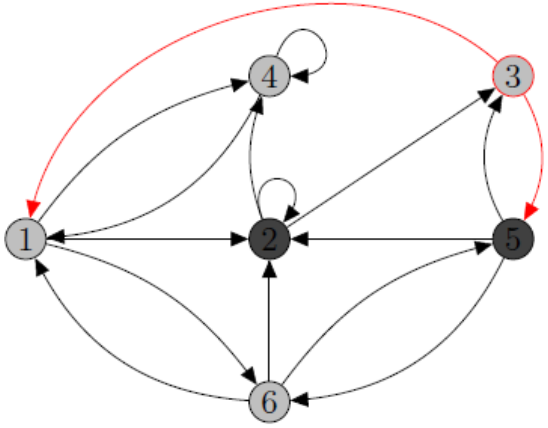
10.gyakorlat



csúcs	1	2	3	4	5	6
Apa	-1	5	5	2	0	5
d	∞	1	1	2	0	1

S	3	6	4			

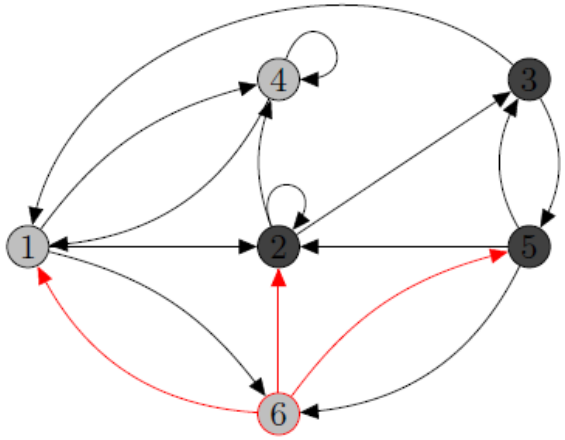
10.gyakorlat



csúcs	1	2	3	4	5	6
Apa	3	5	5	2	0	5
d	2	1	1	2	0	1

S	6	4	1			

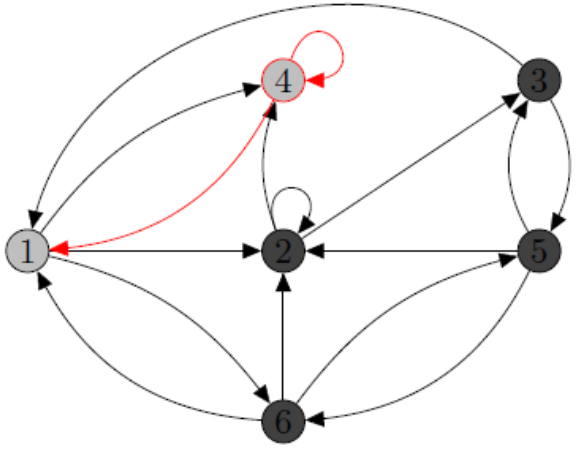
10.gyakorlat



csúcs	1	2	3	4	5	6
Apa	3	5	5	2	0	5
d	2	1	1	2	0	1

S	4	1				

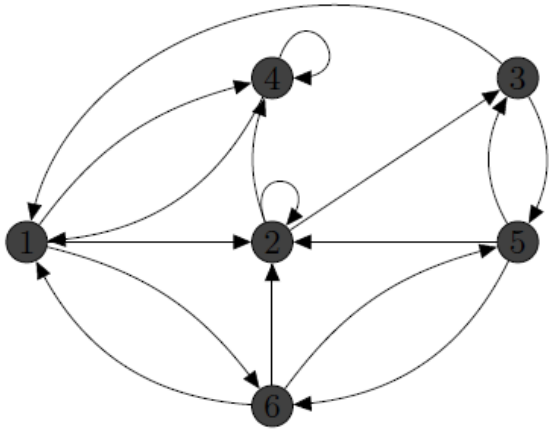
10.gyakorlat



csúcs	1	2	3	4	5	6
Apa	3	5	5	2	0	5
d	2	1	1	2	0	1

S	1					

10.gyakorlat



csúcs	1	2	3	4	5	6
Apa	3	5	5	2	0	5
d	2	1	1	2	0	1

S						

10.gyakorlat

A **mélységi keresés** stratégiája, amint azt a neve is mutatja, hogy a gráfban a lehető ”legmélyebben” keressünk. A mélységi keresés során az utoljára elért, új kivezető élekkel rendelkező *v* csúcsból kivezető, még nem vizsgált éleket derítjük fel. Ha a *v*-hez tartozó összes élt megvizsgáltuk, akkor a keresés ”visszalép”, és megvizsgálja annak a csúcsnak a kivezető éleit, amelyből *v*-t elértük. Ezt addig folytatja, amíg el nem éri az összes csúcsot, amely elérhető az eredeti kezdő csúcsból. Ha marad olyan csúcs, amelyet nem értünk el, akkor ezek közül valamelyiket kiválasztjuk mint új kezdő csúcsot, és az eljárást ebből kiindulva megismételjük. Ezt egészen addig folytatjuk, amíg az összes csúcsot el nem érjük.

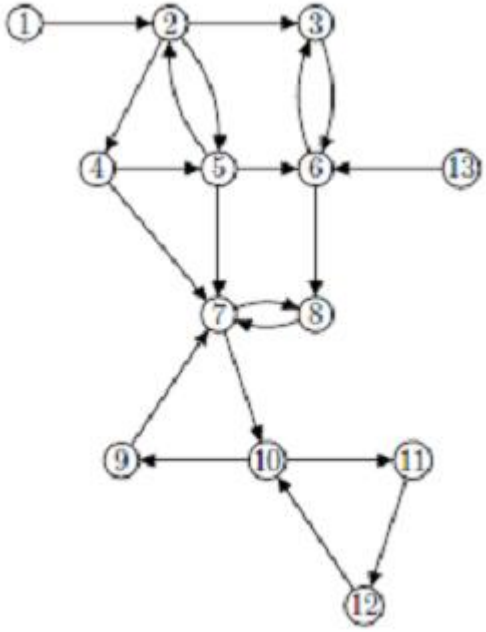
10. gyakorlat

A mélységi erdő létrehozásán kívül a mélységi keresés minden csúcshoz ***időpontokat*** rendel. Minden v csúcshoz két időpont tartozik: az első $d[v]$ időpontot akkor rögzítjük, amikor v-t elérjük (és szürkére színezzük); a második $f[v]$ időpontot akkor jegyezzük fel, amikor befejezzük v szomszédsági listájának vizsgálatát (és v-t befeketítjük). Ezeket az időpontokat több gráfalgoritmus felhasználja, és általában hasznosak lesznek a mélységi keresés tulajdonságainak vizsgálatakor. Az MK eljárásnál egy u csúcs ***elérési időpontját*** a $d[u]$, ***elhagyási időpontját*** pedig az $f[u]$ változóban tárolták. Ezek az időpontok 1 és $2|V|$ közötti egész számok, hiszen a $|V|$ csúcs mindegyikét pontosan egyszer érjük el, illetve hagyjuk el. Továbbá bármely u csúcsra $d[u] < f[u]$.

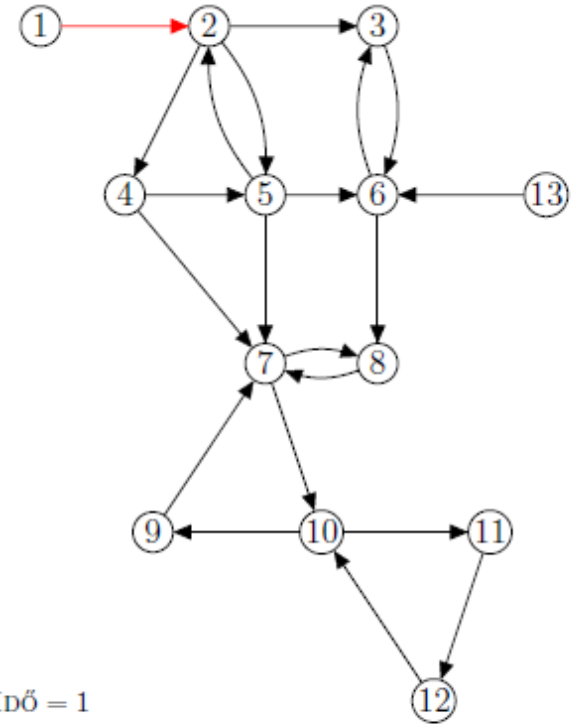
Időpontok az előző feladatnál?

Mélységi keresés

A következő gráfon hajtsuk végre a mélységi keresést!



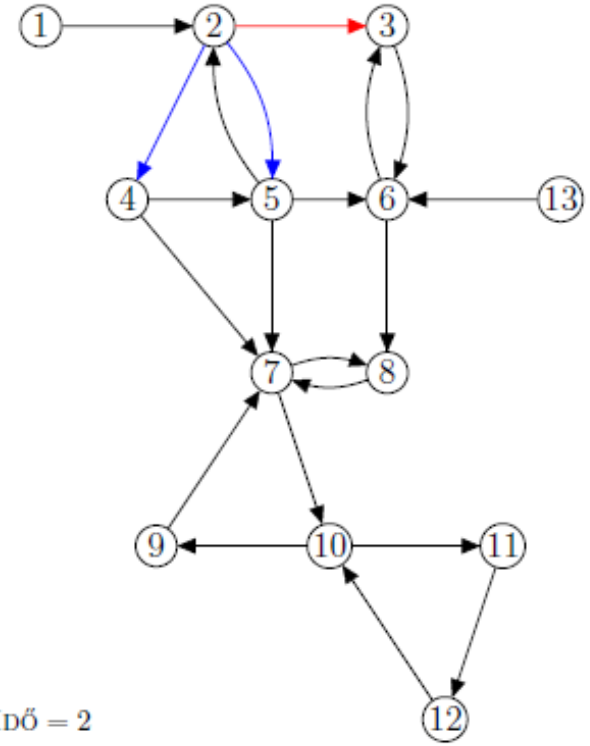
Mélységi keresés



IDŐ = 1

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Szín	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
f	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

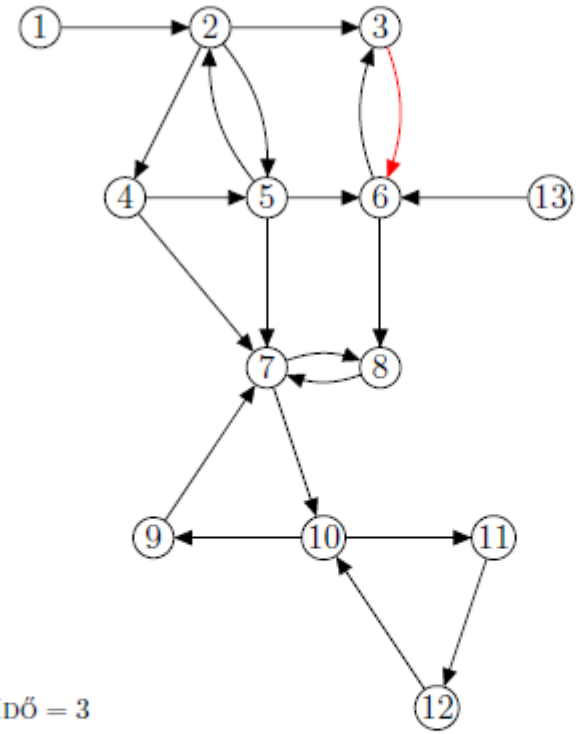
Mélységi keresés



IDŐ = 2

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	1	2	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Szín	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
f	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

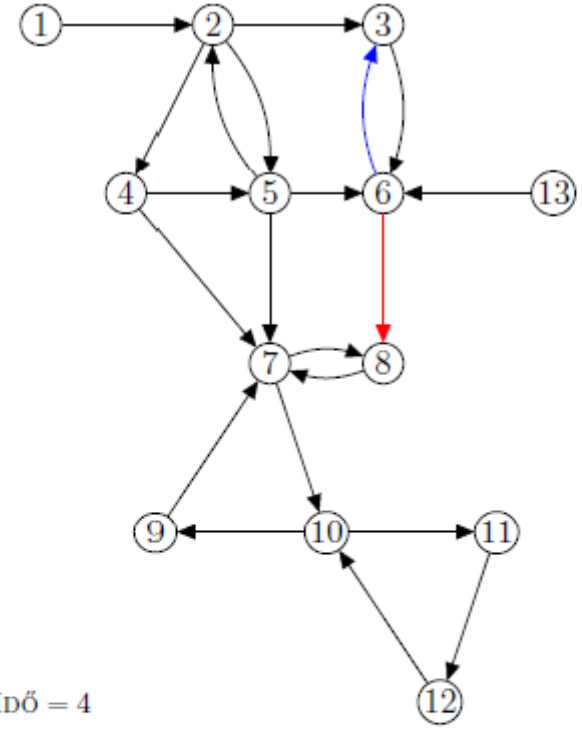
Mélységi keresés



Idő = 3

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	1	2	3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Szín	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
f	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

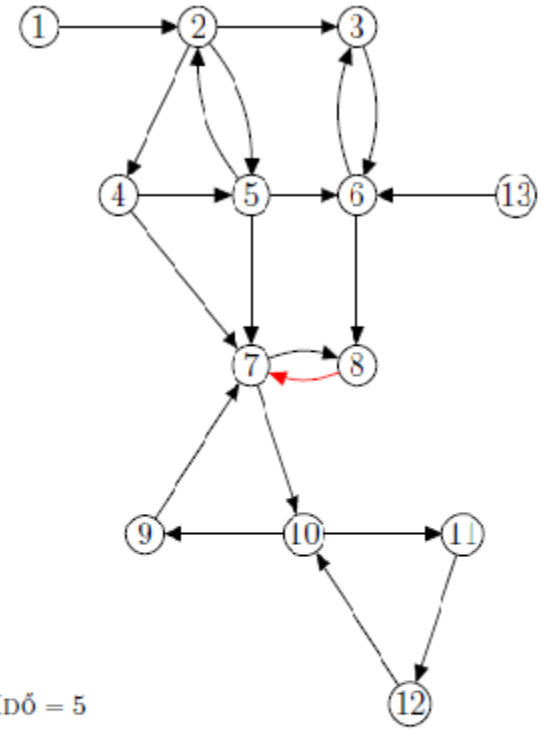
Mélységi keresés



Idő = 4

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0
d	1	2	3	∞	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Szín	●	●	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
f	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

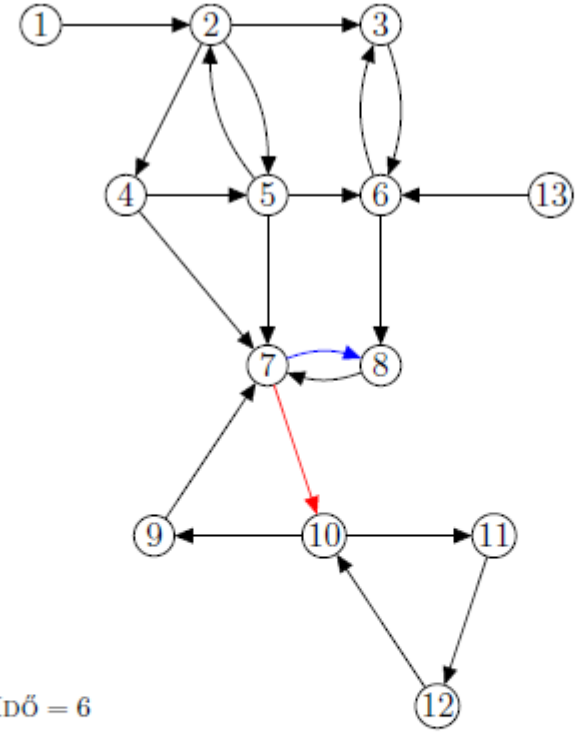
Mélységi keresés



Idő = 5

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	3	0	6	0	0	0	0	0
d	1	2	3	∞	∞	4	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞
Szín	●	●	●	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○
f	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

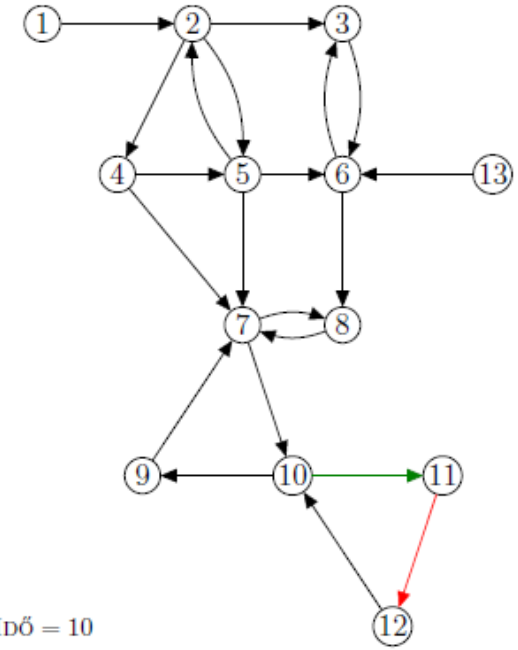
Mélységi keresés



IDŐ = 6

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	3	8	6	0	0	0	0	0
d	1	2	3	∞	∞	4	6	5	∞	∞	∞	∞	∞
Szín	●	●	●	○	○	●	●	●	○	○	○	○	○
f	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

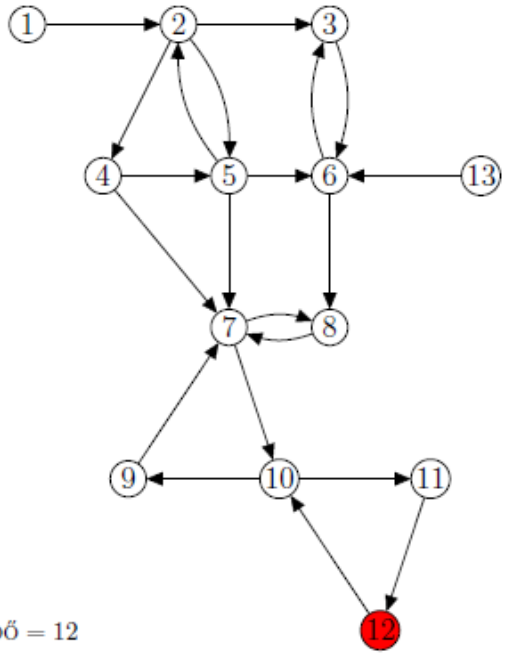
Mélységi keresés



Idő = 10

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	3	8	6	10	7	10	0	0
d	1	2	3	∞	∞	4	6	5	8	7	10	∞	∞
Szín	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○
f	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	9	∞	∞	∞	∞

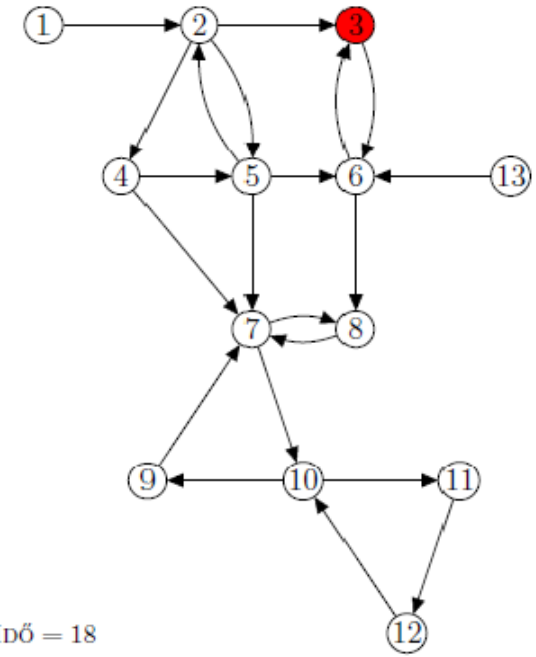
Mélységi keresés



IDŐ = 12

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	3	8	6	10	7	10	11	0
d	1	2	3	∞	∞	4	6	5	8	7	10	11	∞
Szín	●	●	●	○	○	●	●	●	■	●	●	■	○
f	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	9	∞	∞	12	∞

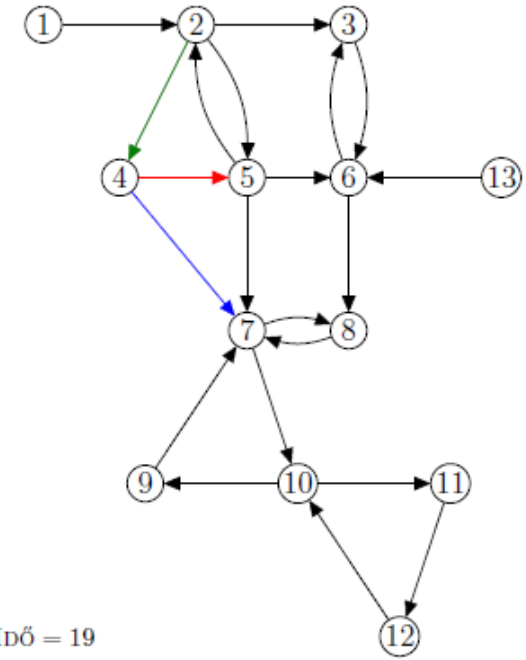
Mélységi keresés



IDŐ = 18

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	3	8	6	10	7	10	11	0
d	1	2	3	∞	∞	4	6	5	8	7	10	11	∞
Szín	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	○
f	∞	∞	18	∞	∞	17	15	16	9	14	13	12	∞

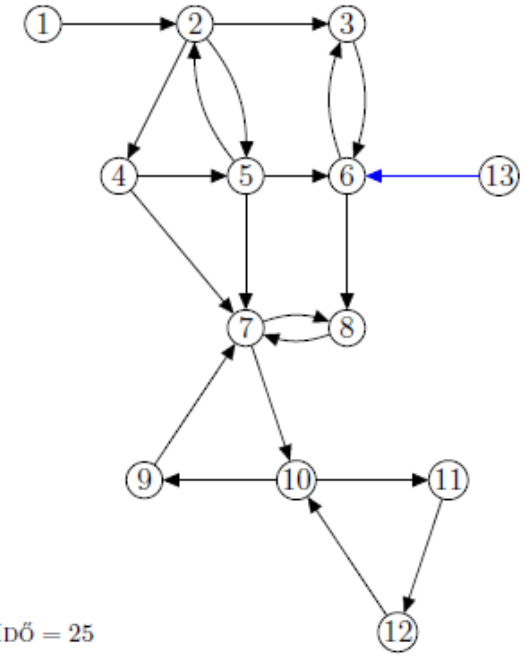
Mélységi keresés



Idő = 19

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	3	8	6	10	7	10	11	0
d	1	2	3	19	∞	4	6	5	8	7	10	11	∞
Szín	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	○
f	∞	∞	18	∞	∞	17	15	16	9	14	13	12	∞

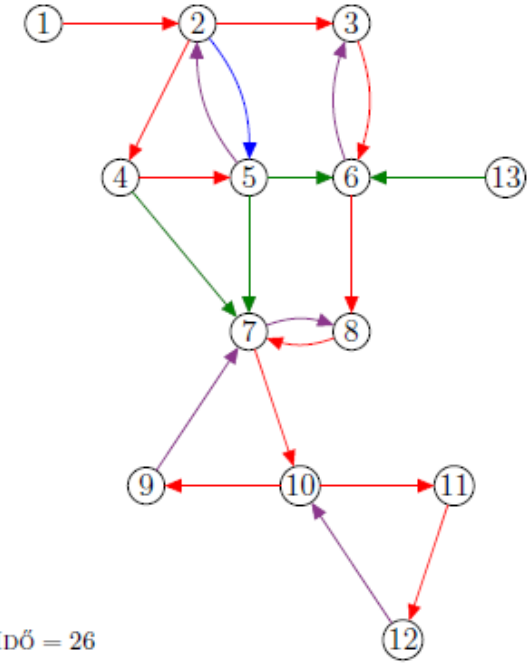
Mélységi keresés



IDŐ = 25

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	3	8	6	10	7	10	11	0
d	1	2	3	19	20	4	6	5	8	7	10	11	25
Szín	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
f	24	23	18	22	21	17	15	16	9	14	13	12	∞

Mélységi keresés



Faél

Visszaél

Előreél

Keresztél

Idő = 26

Csúcs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Apa	0	1	2	0	0	3	8	6	10	7	10	11	0
d	1	2	3	19	20	4	6	5	8	7	10	11	25
Szín	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
f	24	23	18	22	21	17	15	16	9	14	13	12	26

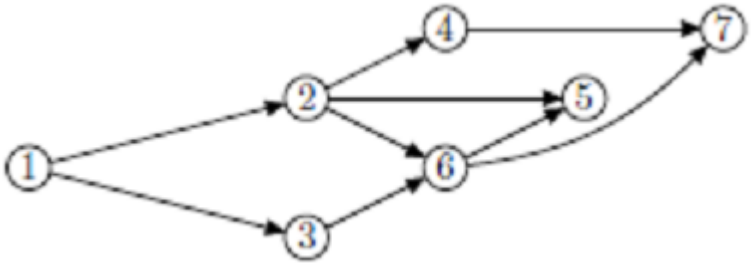
10. gyakorlat

Egy $G = (V, E)$ irányított gráf ***topologikus rendezése*** a csúcsainak sorba rendezése úgy, hogy ha G-ben szerepel az (u, v) él, akkor u előzze meg v-t a sorban. (Ha a gráf tartalmaz irányított kört, akkor nincs ilyen sorba rendezés.)

Eljárás: minden v csúcsra meghatározzuk az $f[v]$ elhagyási időt és az egyes csúcsok elhagyásakor szúrjuk be azokat egy láncolt lista elejére

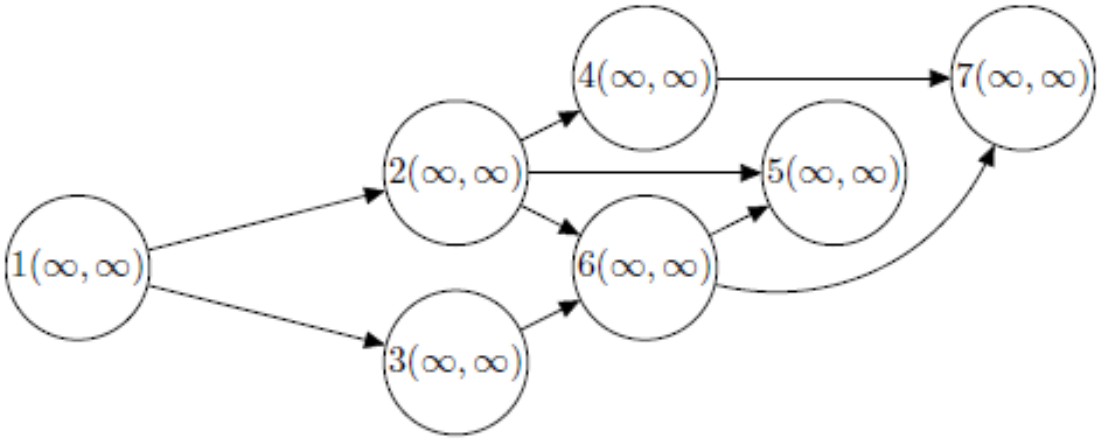
10.gyakorlat

Határozzuk meg a következő gráf topologikus rendezését!

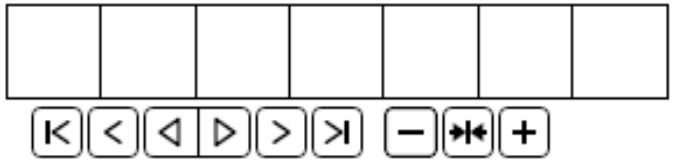


10.gyakorlat

Az egyszerűség kedvéért most a csúcsok mellé jegyezzük fel a d és f értékeket. Az elért csúcsok színe szürke, az elhagyottaké most piros lesz.

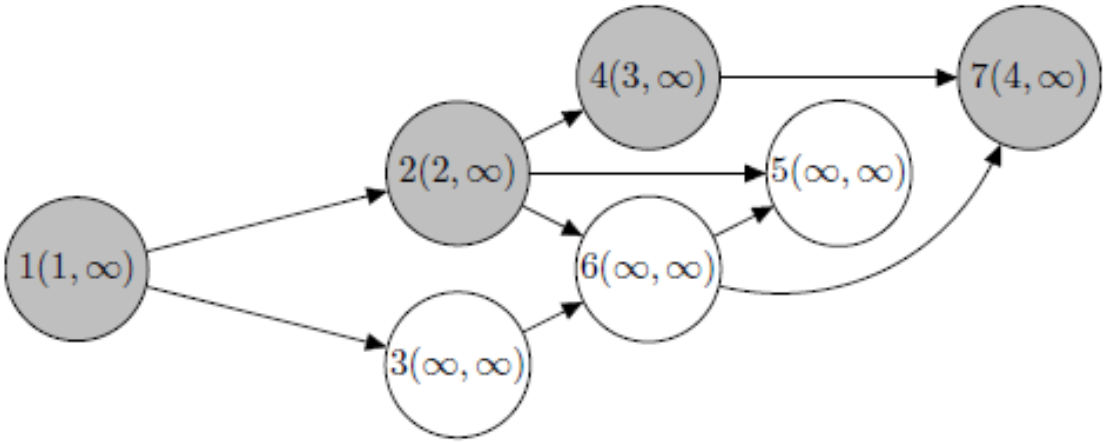


Lista:

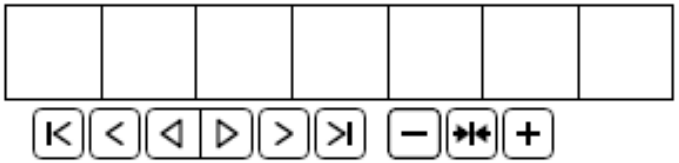


10.gyakorlat

Az egyszerűség kedvéért most a csúcsok mellé jegyezzük fel a d és f értékeket. Az elért csúcsok színe szürke, az elhagyottaké most piros lesz.

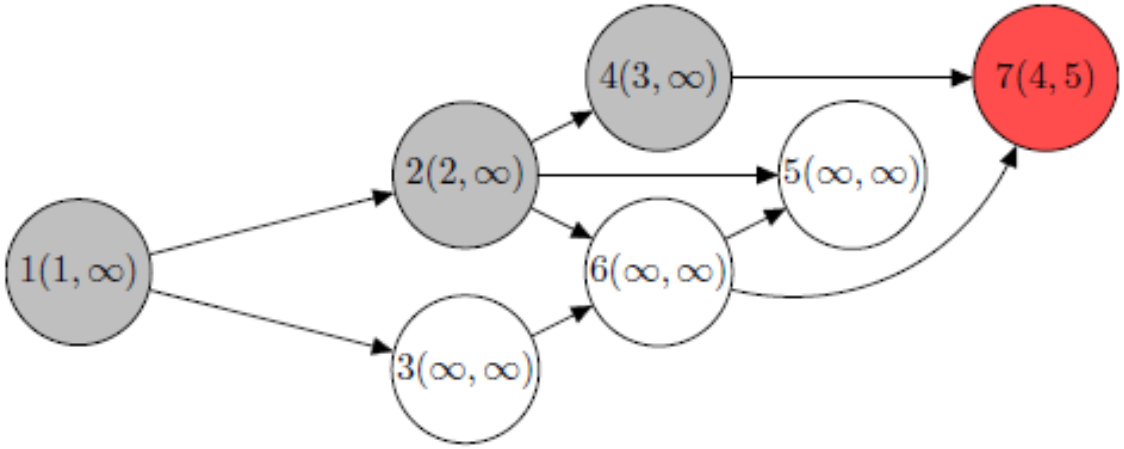


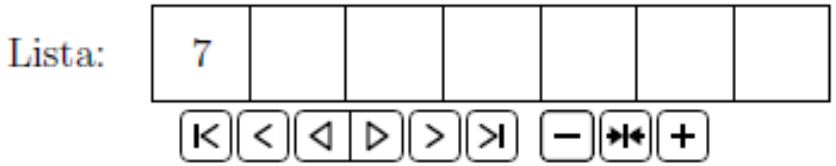
Lista:



10.gyakorlat

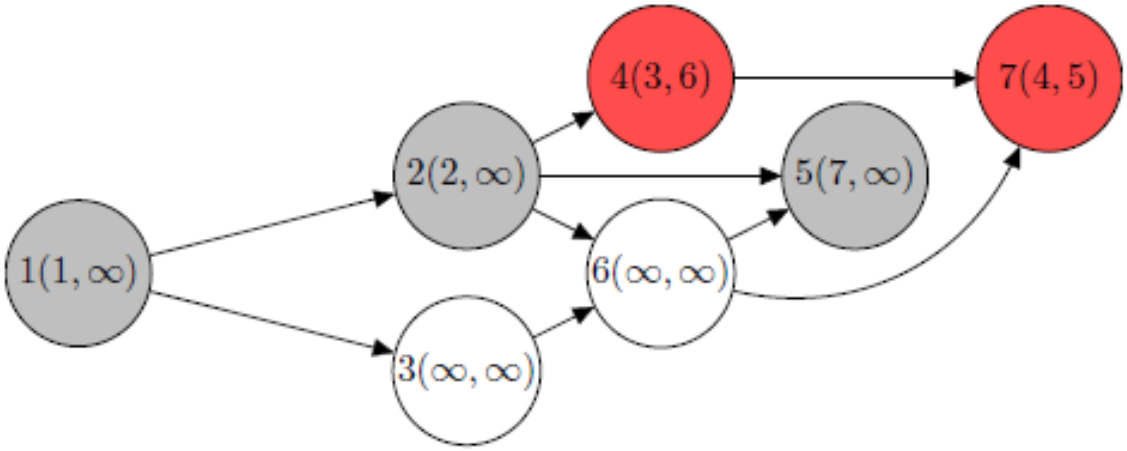
Az egyszerűség kedvéért most a csúcsok mellé jegyezzük fel a d és f értékeket. Az elért csúcsok színe szürke, az elhagyottaké most piros lesz.

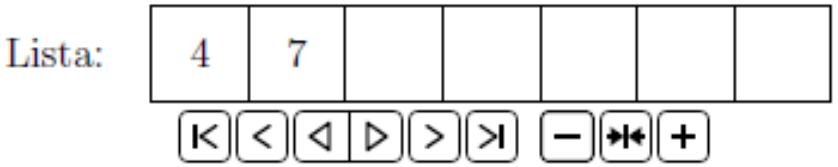




10.gyakorlat

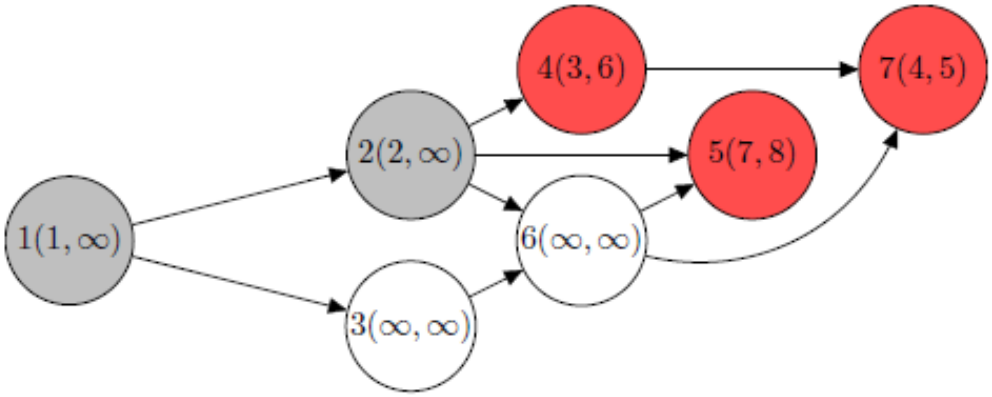
Az egyszerűség kedvéért most a csúcsok mellé jegyezzük fel a d és f értékeket. Az elért csúcsok színe szürke, az elhagyottaké most piros lesz.



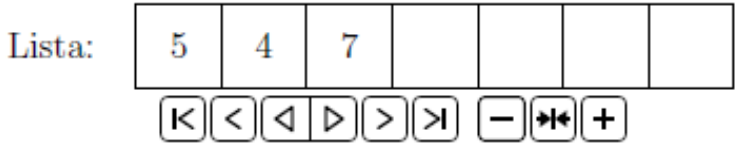


10.gyakorlat

Az egyszerűség kedvéért most a csúcsok mellé jegyezzük fel a d és f értékeket. Az elért csúcsok színe szürke, az elhagyottaké most piros lesz.

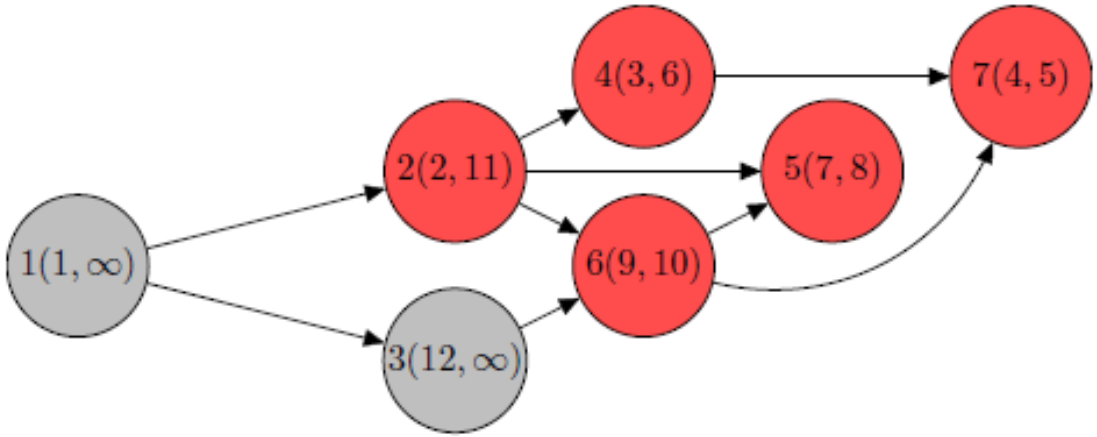


Lista:



10.gyakorlat

Az egyszerűség kedvéért most a csúcsok mellé jegyezzük fel a d és f értékeket. Az elért csúcsok színe szürke, az elhagyottaké most piros lesz.

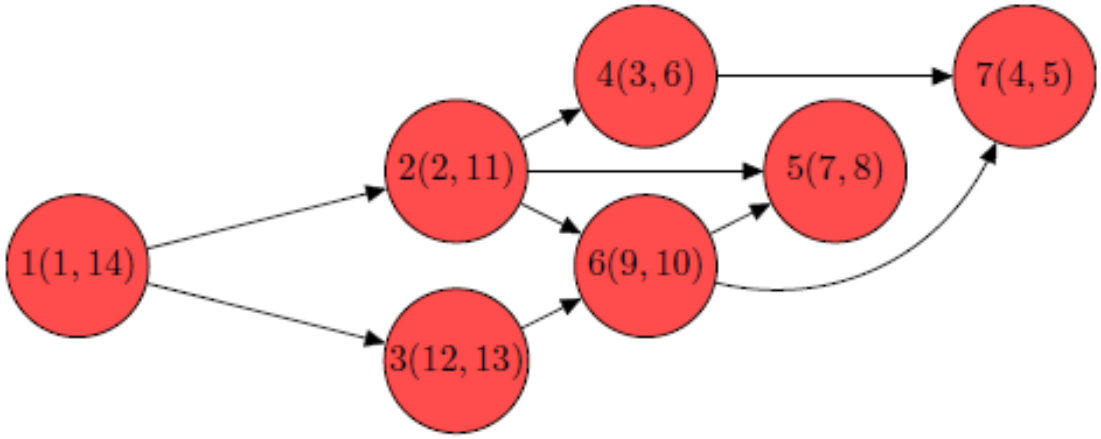


Lista:

2	6	5	4	7		

10.gyakorlat

Az egyszerűség kedvéért most a csúcsok mellé jegyezzük fel a d és f értékeket. Az elért csúcsok színe szürke, az elhagyottaké most piros lesz.



Lista:

1	3	2	6	5	4	7