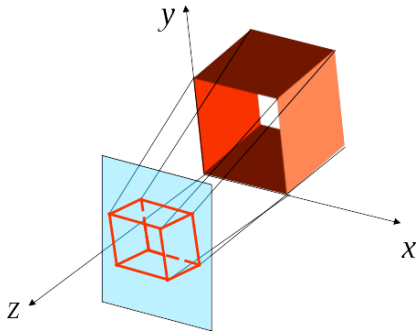


Vetítések

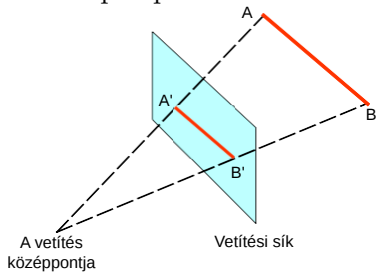


Transzformációk, amelyek n -dimenziós objektumokat kisebb dimenziós terekbe visznek át.

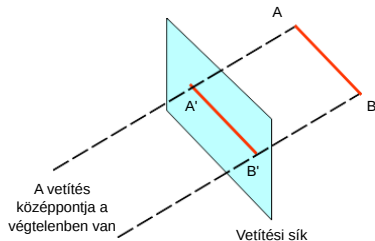
Pl. 3D $\rightarrow$ 2D

Vetítések fajtái - 1

perspektívikus



párhuzamos



Perspektívikus Vetítési középpont

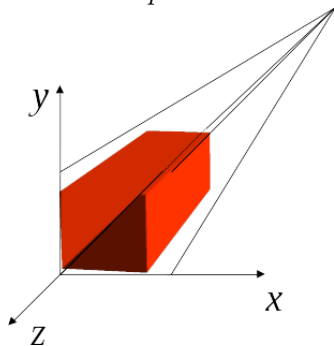
- ▶ közel áll a látásunkhoz
- ▶ általában: nem
mérhető a távolságok
(rövidülés) és szögek

Párhuzamos Vetítési irány

- ▶ kevésbé realiztikus
- ▶ mérhető távolságok
- ▶ a szögek változnak

A vetítési síkkal nem, de egymással párhuzamos egyenesek vetületei egy pontban metszik egymást = *távlatpont*

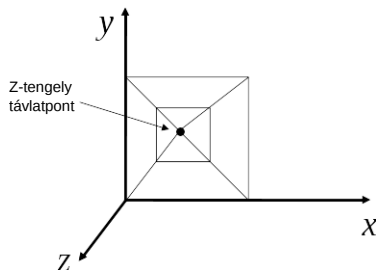
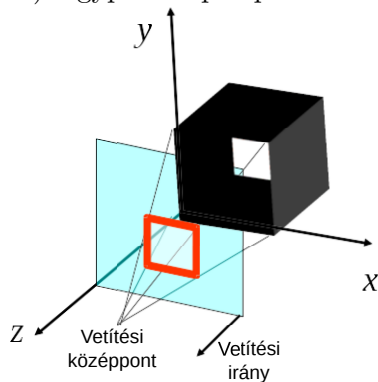
Elsődleges távlatpont: valamelyik fő(tengely) irányhoz tartozó távlatpont.



Perspektív vetítések osztályozása:

- ▶ az elsődleges távlatpontok száma szerint: 1, 2, 3

1.) Egy pontos perspektív vetítés

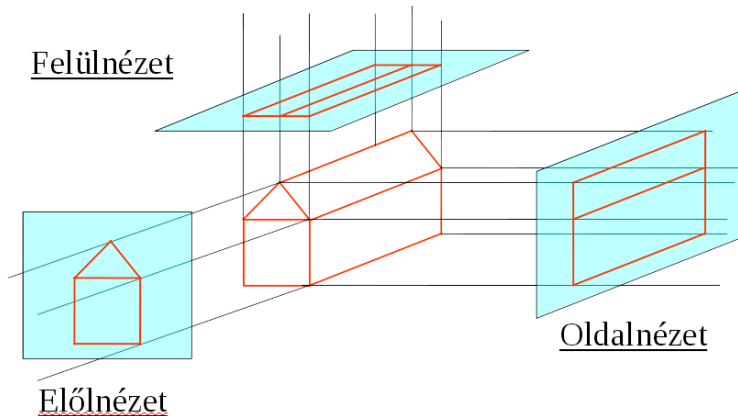


A párhuzamosság megmarad.

Osztályozásuk a vetítési irány és a vetítési sík egymáshoz viszonyított helyzete szerint:

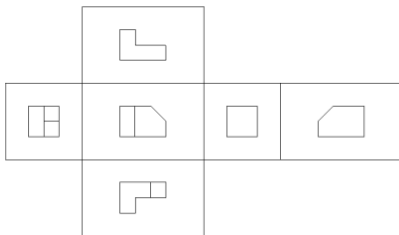
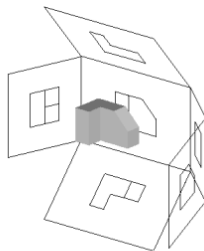
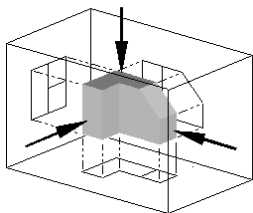
1. Merőleges (ortografikus)
2. Tetszőleges irányú

Merőleges (ortografikus) vetítés - 1

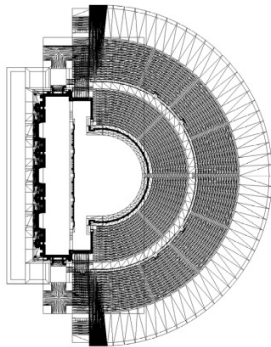
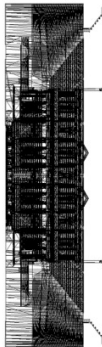


A párhuzamosság megmarad, a távolságok megmaradnak, vagy számíthatók.

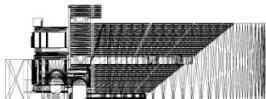
Példa merőleges vetítésre



Példa merőleges vetítésre



Amfiteátrum Jerash-ban

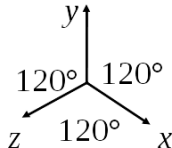


Merőleges (ortografikus) - 2

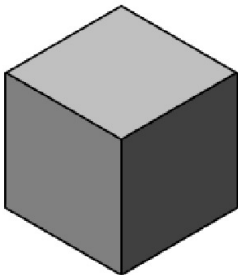
Axonometrikus nem merőleges egyik tengelyre sem, szög nem marad meg, távolságok számíthatók

Izometrikus a vetítési irány (d_x, d_y, d_z) minden tengellyel ugyanakkora szöget zár be, azaz

$$\begin{aligned} |d_x| &= |d_y| = |d_z|, \\ \pm d_x &= \pm d_y = \pm d_z \\ & \text{(8 ilyen irány létezik)} \end{aligned}$$



Példa izometrikus vetítésre

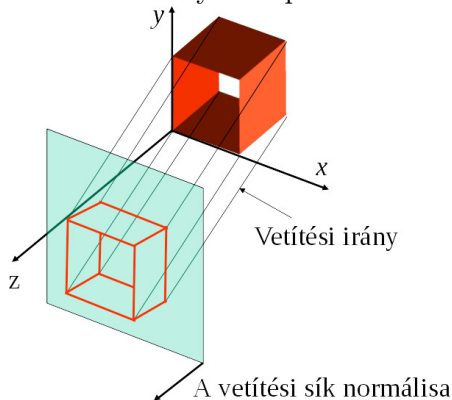


Tetszőleges irányú vetítés - 1

A vetítési sík normálisa és a vetítési irány nem párhuzamos.

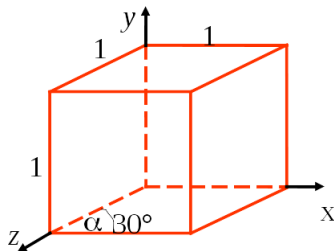
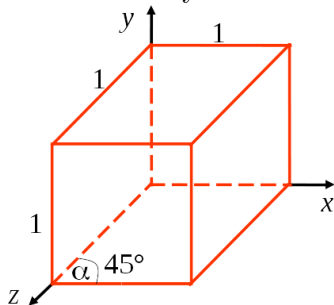
Leggyakoribb
fajtái:

- ▶ kavalier
- ▶ kabinet



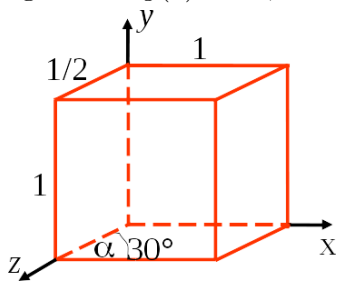
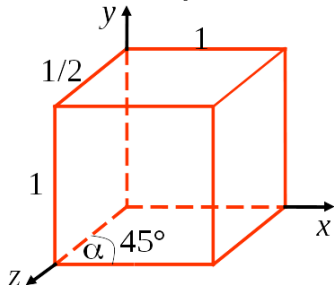
Tetszőleges irányú vetítés - Kavalier

a vetítési irány és a vetítési sík szöge = 45°



Tetszőleges irányú vetítés - Kabinet

a vetítési irány és a vetítési sík szöge = $\arctg(2) = 63,4^\circ$



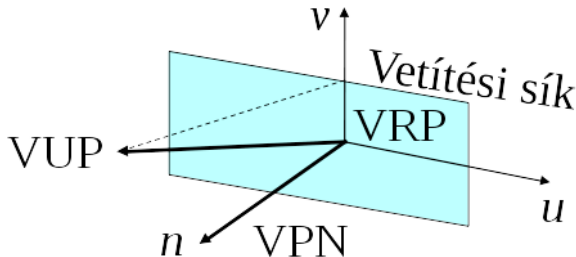
3D megjelenítés specifikálása - 1

Szükséges megadni:

- ▶ a látóteret
- ▶ a vetítést

Vetítési sík megadása:

- ▶ egy pontjával (referencia pont (VRP))
- ▶ és normálisával (VPN)
- ▶ v a fölfelé mutató vektor (VUP) vetülete rányába mutat

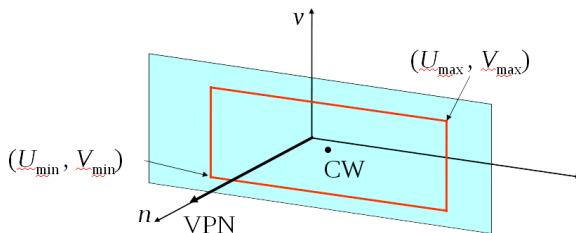


3D referencia koordináta rendszer (VRC) megadása:

- ▶ Origó = VRP
- ▶ Tengelyek:
 - ▶ $n = \text{VPN}$,
 - ▶ $v = \text{VUP}$ -nek a vetítési síkra eső vetülete
 - ▶ $u = \text{olyan}$, hogy u, v, n jobb-kezes derékszögű koordinátarendszert határozzon meg

3D megjelenítés specifikálása - 3

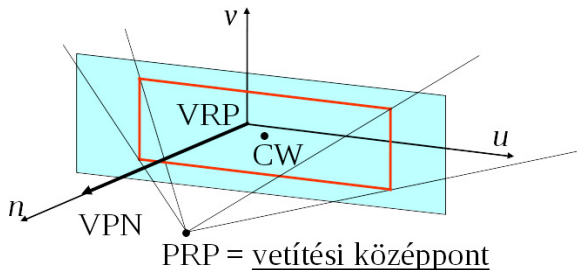
Ablak : Téglalap a vetítési síkon. Ami azon belül van, az megjelenik a többi nem. Az ablak közepe CW.



3D megjelenítés specifikálása - 4

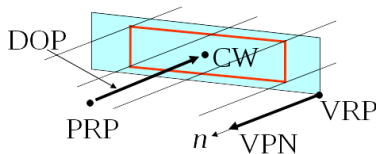
PRP: vetítési referencia pont: (párhuzamos és perspektív vetítésre is)

Perspektív vetítésnél

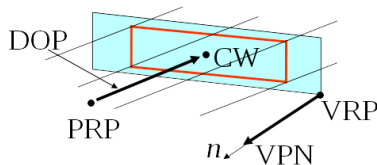


3D megjelenítés specifikálása - 5

DOP: vetítési irány



$DOP \parallel VPN$

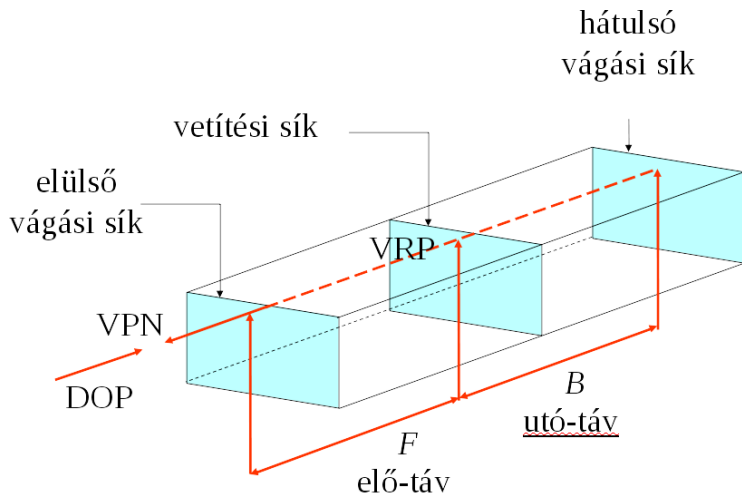


$DOP \nparallel VPN$

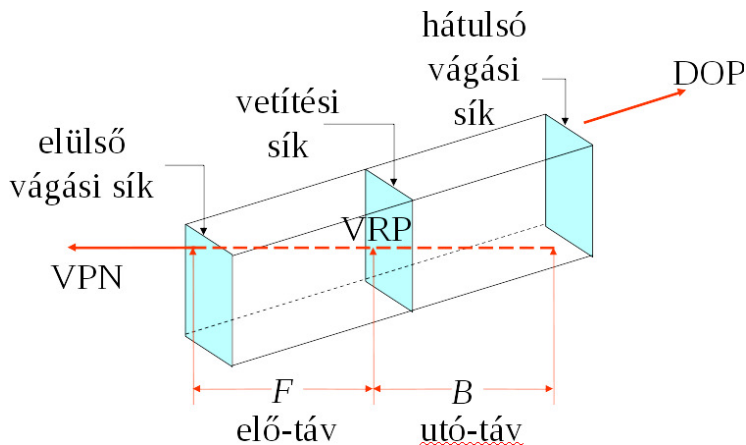
Fajtái:

- ▶ párhuzamos (ortografikus)
- ▶ párhuzamos (tetszőleges irányú)
- ▶ perspektív

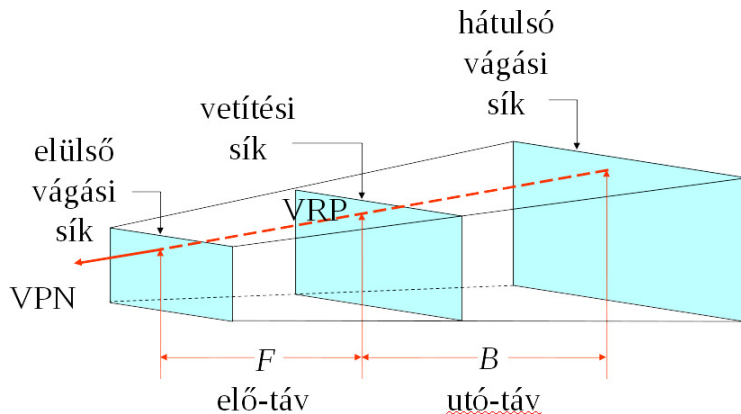
Látótér meghatározása elülső és hátulsó vágósíkokkal - 2



Látótér meghatározása elülső és hátulsó vágósíkokkal - 3



Látótér meghatározása elülső és hátulsó vágósíkokkal - 4

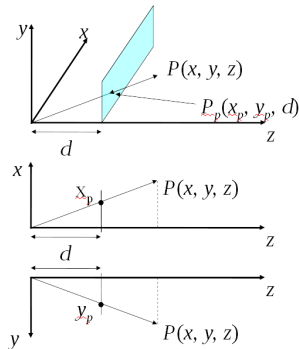


Vetítések matematika leírása

Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy:

- a) A vetítési sík merőleges a z -tengelyre $z = d$ -nél, $PRP = 0$

Perspektívikus vetítések - 2



Hasonló háromszögekből:

$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z}, \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z}, z \neq 0$$

$$x_p = \frac{x}{z/d}, y_p = \frac{y}{z/d},$$

vetületi síkok

$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z}, \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z}, z \neq 0$$

Hasonló háromszögekből:

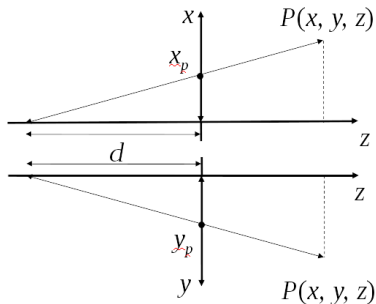
$$x_p = \frac{x}{z/d}, y_p = \frac{y}{z/d},$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ z/d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x}{z/d} \\ \frac{y}{z/d} \\ d \\ 1 \end{pmatrix} = P_p, \text{ mivel ez homogén koordináta,}$$

$$\text{tehát } M_{per} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{pmatrix}, \text{ mert } M_{per} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x}{z/d} \\ \frac{y}{z/d} \\ d \\ 1 \end{pmatrix}$$

Másik lehetőség

b) A vetítési skí merőleges a z -tengelyre $z = 0$ -ban



$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z+d}, \quad \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z+d}$$

$$x_p = \frac{x}{z/d + 1}, \quad y_p = \frac{y}{z/d + 1},$$

$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z+d}, \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z+d}$$

tehát $P'_{per} = \begin{pmatrix} \frac{x}{z/d+1} \\ \frac{y}{z/d+1} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \\ z/d+1 \end{pmatrix}$

$$x_p = \frac{x}{z/d+1}, y_p = \frac{y}{z/d+1},$$

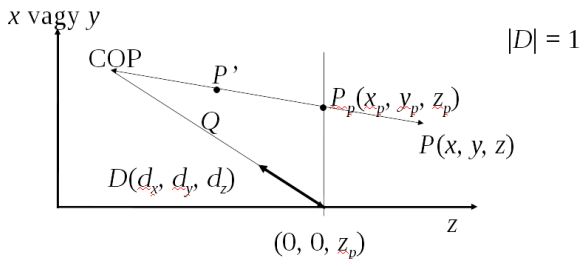
ezért $M'_{per} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 1 \end{pmatrix}$

$$P = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{M_{ort}} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = P_p$$

$$\text{ahol } M_{ort} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ (határértéke } M'_{per}\text{-nek a } d \rightarrow \infty \text{).}$$

Vetítések általános alakja - 1

Vetítési sík merőleges a z -tengelyre $z = z_p$ -ben, COP Q távolságra van a $(0, 0, z_p)$ -től

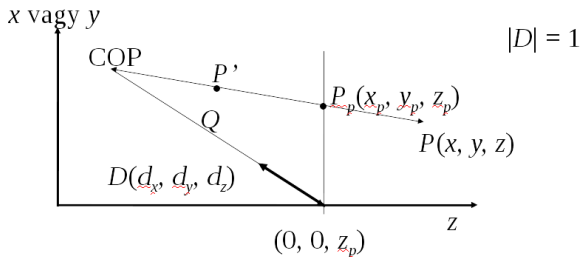


Vetítések általános alakja - 2

Parametrikus alak:

$$P' = COP + t \cdot (P - COP), \quad t \in [0, 1]$$

$$\text{másképpen } COP = (0, 0, z_p) + Q \cdot (d_x, d_y, d_z)$$



Vetítések általános alakja - 3

$$P' = COP + t \cdot (P - COP), \quad t \in [0, 1]$$

$$COP = (0, 0, z_p) + Q \cdot (d_x, d_y, d_z)$$

így

$$x' = Q \cdot d_x + (x - Q \cdot d_x) \cdot t$$

$$y' = Q \cdot d_y + (y - Q \cdot d_y) \cdot t$$

$$z' = (z_p + Q \cdot d_z) + (x - (z_p + Q \cdot d_z)) \cdot t$$

Innen $z' = z$ esetén

$$t = \frac{z_p - (z_p + Qd_z)}{z - (z_p + Qd_z)} = \frac{Qd_z}{z_p + Qd_z - z}$$

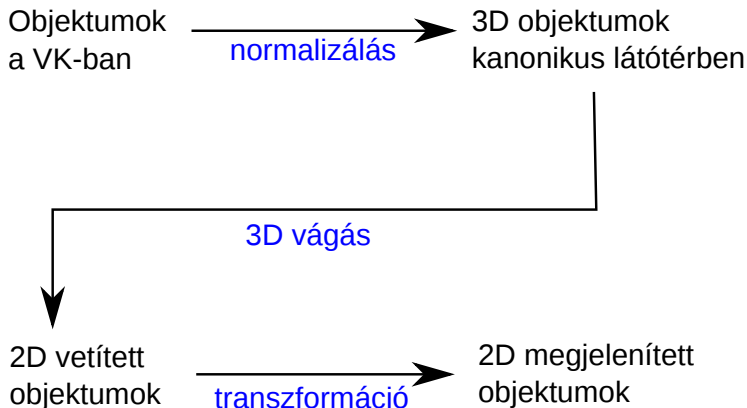
Behelyettesítve és átalakítva

$$x' = x_p = \frac{x - z \frac{d_x}{d_z} + z_p \frac{d_x}{d_z}}{\frac{z_p - z}{Q \cdot d_z} + 1},$$

$$y' = y_p = \frac{y - z \frac{d_y}{d_z} + z_p \frac{d_y}{d_z}}{\frac{z_p - z}{Q \cdot d_z} + 1},$$

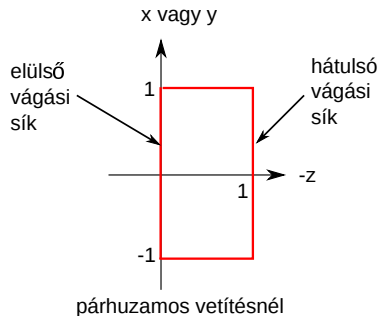
$$z' = z_p = \frac{-z \frac{z_p}{Q d_z} + \frac{z_p^2 + z_p Q d_z}{Q d_z}}{\frac{z_p - z}{Q d_z} + 1}$$

3D megjelenítés implementálása - 1



A 3D végés drága művelet, ezért érdemes előtte a 3D objektumokat ún. *kanonikus látótérbe* transzformálni (normalizálás), ahol a vágás egyszerűbb és gyorsabb.

3D megjelenítés implementálása - 3



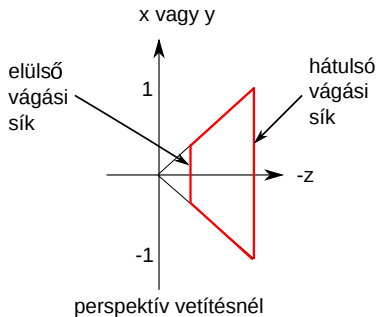
Kanonikus látótér síkjai:

$$x = -1, \quad x = 1$$

$$y = -1, \quad y = 1$$

$$z = 0, \quad z = -1$$

3D megjelenítés implementálása - 4



Kanonikus látótér síkjai:

$$x = z, \quad x = -z$$

$$y = z, \quad y = -z$$

$$z = -z_{min}, \quad z = -1$$