

# 6. Éldetektálás

**Kató Zoltán**

**Képfeldolgozás és Számítógépes Grafika tanszék  
SZTE**

**(<http://www.inf.u-szeged.hu/~kato/teaching/>)**

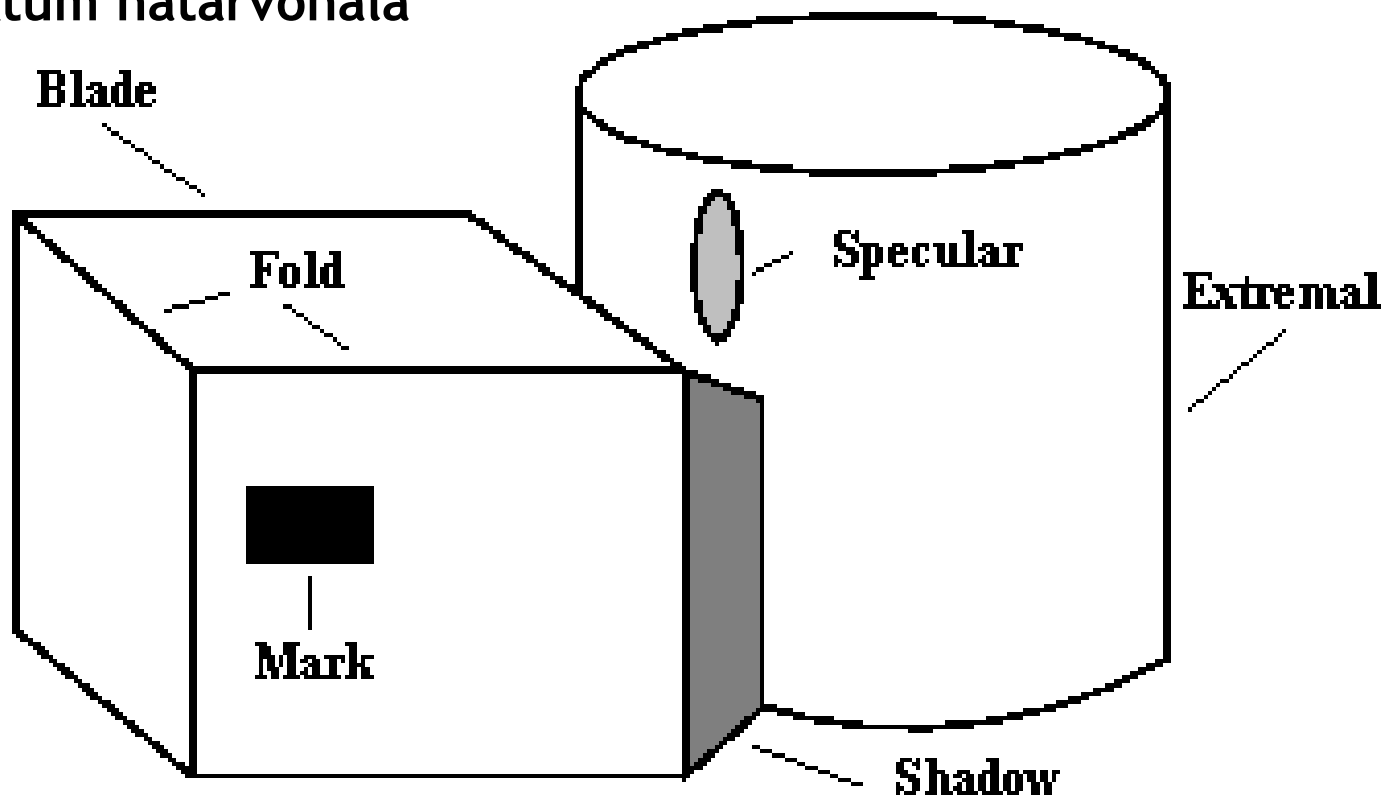
# Élek

- A képen ott található él, ahol a kép-függvény hirtelen változik.
  - A kép egy szeletén vizsgálva az intenzitás-profil jól azonosíthatóak az objektumok határainak megfelelő változások
  - ➔ Az intenzitás-gradiensből következtethetünk az élék helyére, irányára



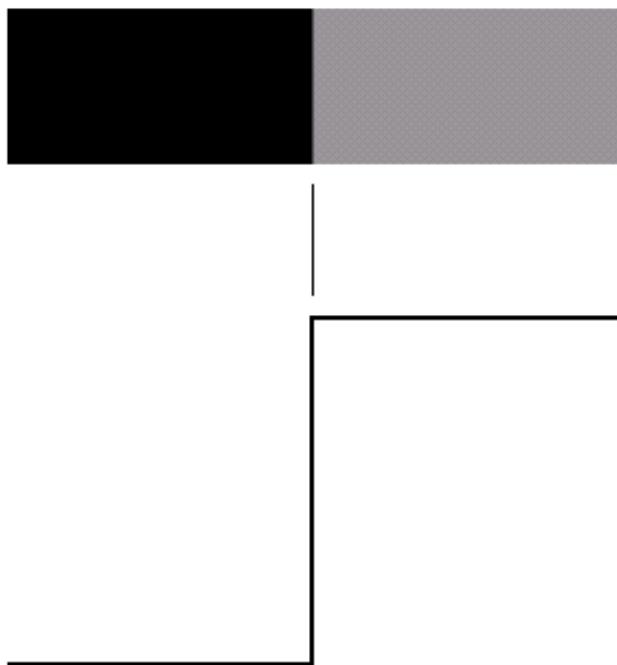
# Hol keletkeznek a képen élek?

- Ahol hirtelen intenzitásváltozás történik:
  - Felület normálisa változik
  - Megvilágítás változik
  - Fényvisszaverő tulajdonság változik
  - Objektum határvonala

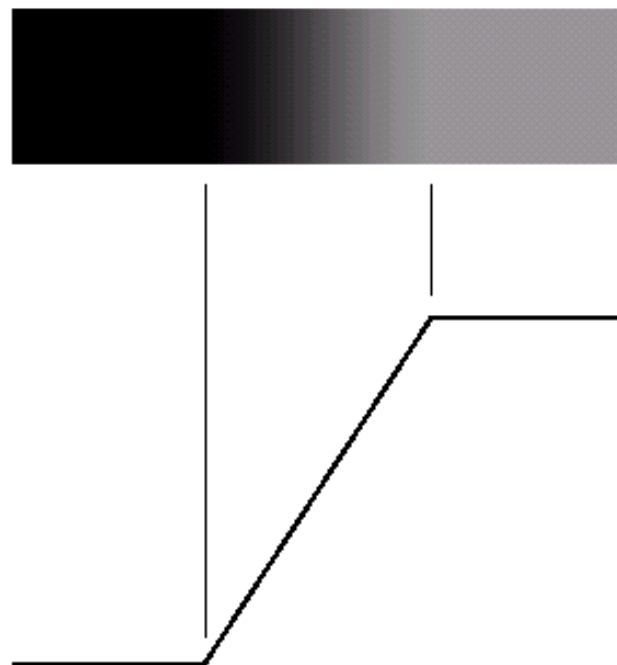


# Lépcsős él

ideális/lépcsős él

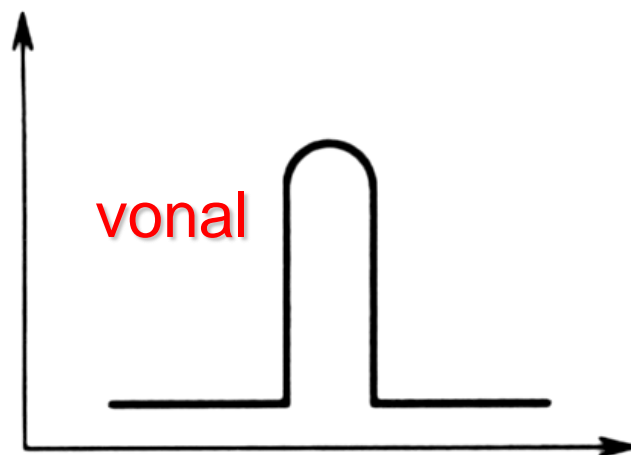
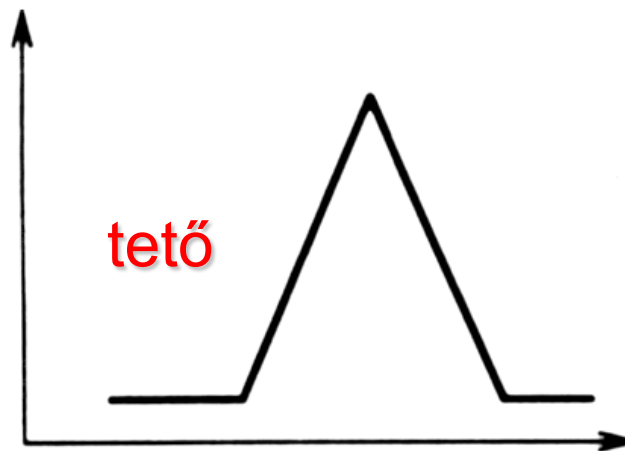
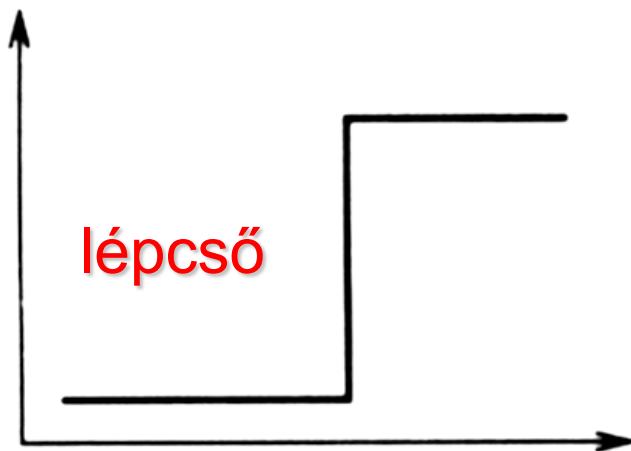


lejtős él



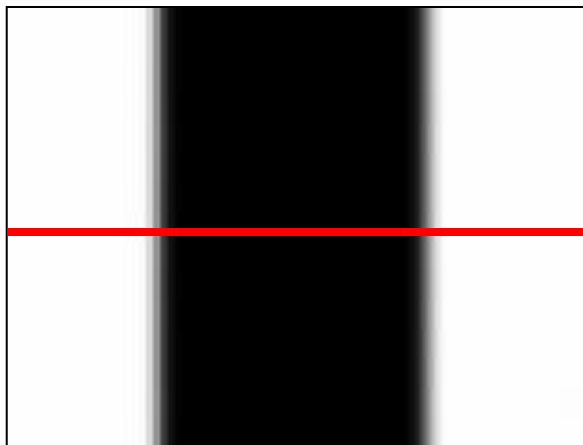
intenzitás-profilok vízszintes vonal mentén

# Tipikus élprofilok

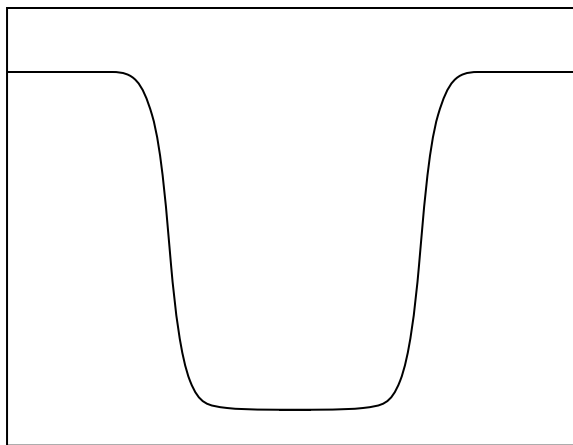


# Él és derivált közötti kapcsolat

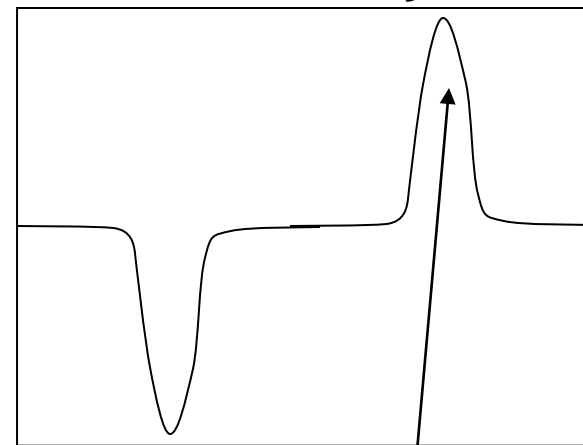
Kép



Intenzitás-függvény  
a rasztervonal mentén



Intenzitás-függvény  
első deriváltja

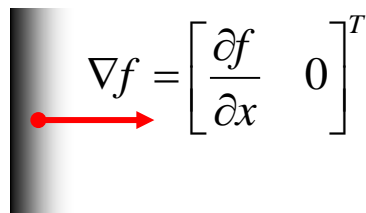


A derivált szélsőérték-helyei  
felelnek meg az éleknek

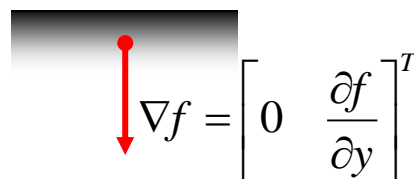
# Képi gradiens

- A képfüggvény kétváltozós  $\rightarrow$  derivált helyett parciális deriváltakból álló gradiens vektor

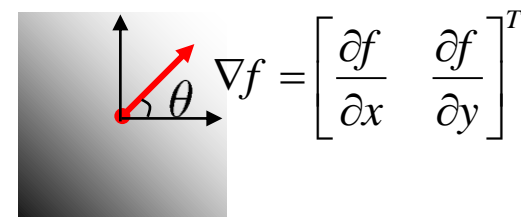
$$\nabla f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}^T$$



$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}^T$$



$$\nabla f = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}^T$$



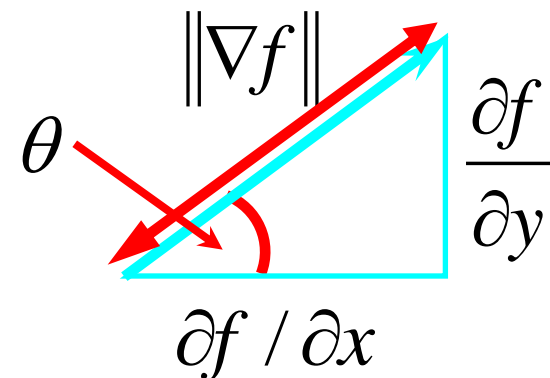
$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}^T$$

- hossza a változás nagyságával egyenlő:

$$\|\nabla f\| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \approx |G_x| + |G_y|$$

- a legnagyobb változás irányába mutat:

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{G_y}{G_x} \right)$$



# Gradiens numerikus közelítése

- Digitális képek esetén a parciális deriváltakat véges differenciával közelíthetjük:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \frac{f(x + \varepsilon, y)}{\varepsilon} - \frac{f(x, y)}{\varepsilon} \right) \approx \frac{f(x_{n+1}, y) - f(x_n, y)}{\Delta x}$$

- Amit az alábbi maszk x majd y irányú alkalmazásával konvolúcióval számítunk ki:

-1	1
----	---

- A fenti módszernek több variánsa létezik. Pl. Roberts operátor, ami a 45 fokos éleket emeli ki:

+1	0
0	-1

0	+1
-1	0

- Az  $1/\Delta x$  szorzót a képi gradiens számításnál el szoktuk hagyni  
 ➔ a kapott gradiens magnitúdója csak arányos lesz a valódi gradienssel

G<sub>x</sub>G<sub>y</sub>



# Gradiens maszk tervezése

$$G_x = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Feltételek :

1. szimmetria :  $a_{1j} = a_{3j}$  ( $j = 1,2,3$ ),
2. antiszimmetria :  $a_{i1} = -a_{i3}$  ,  $a_{i1} < 0$  és  $a_{i2} = 0$   
( $i = 1,2,3$ ),
3. nem reagál konstans régióra :  $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 a_{ij} = 0$ .

# Gradiens maszk tervezése

- A feltételeket kielégítő maszk-pár:

$$G_x = \begin{bmatrix} -p & 0 & p \\ -q & 0 & q \\ -p & 0 & p \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} p & q & p \\ 0 & 0 & 0 \\ -p & -q & -p \end{bmatrix}$$

Prewitt :  $p = 1, q = 1$

Sobel :  $p = 1, q = 2$

Frei - Chen :  $p = 1, q = \sqrt{2}$

# Sobel operátor

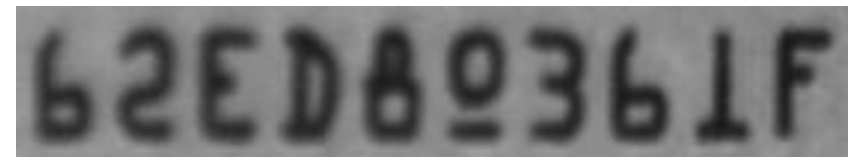
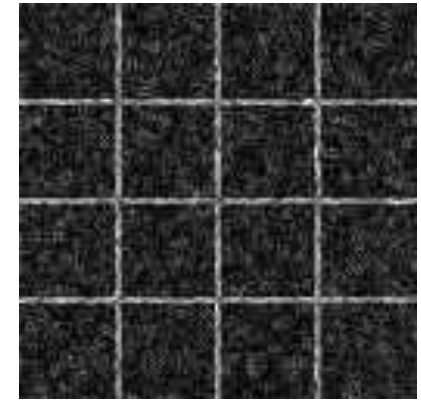
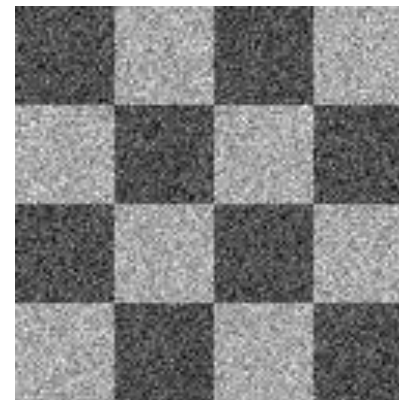
- 3X3 maszk
- Előnye:
  - Kevésbé zajérzékeny (a nagyobb maszkméret eltünteti a pontszerű zajt).
  - Átlós irányban is érzékeny.
- Hátránya: A nagyobb maszkméret miatt a meredek élek két-három pixel szélességben jelentkeznek.
  - Emiatt utófeldolgozás (élvékonyítás) szükséges.

-1	0	+1
-2	0	+2
-1	0	+1

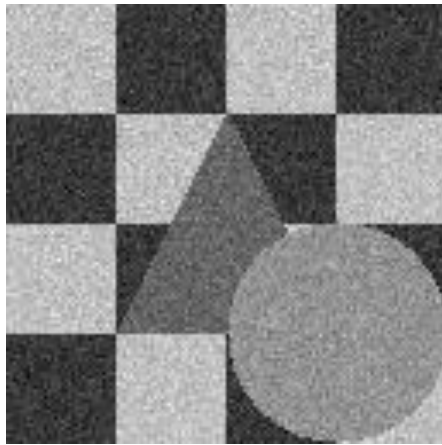
Gx

+1	+2	+1
0	0	0
-1	-2	-1

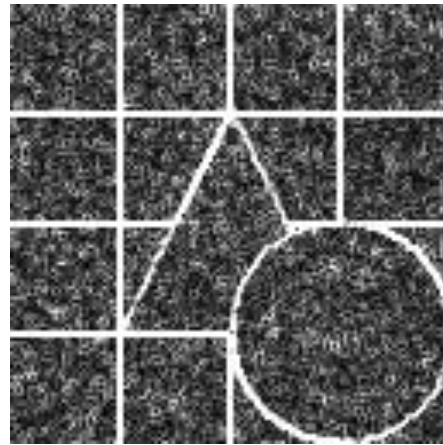
Gy



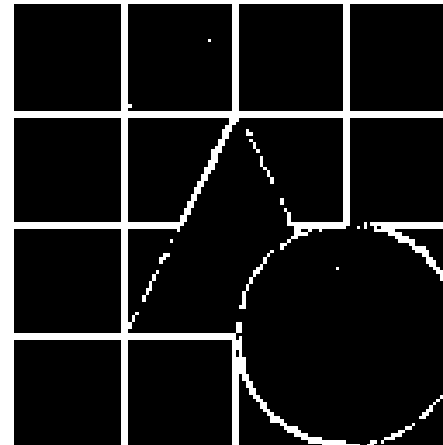
# Sobel + küszöbölés



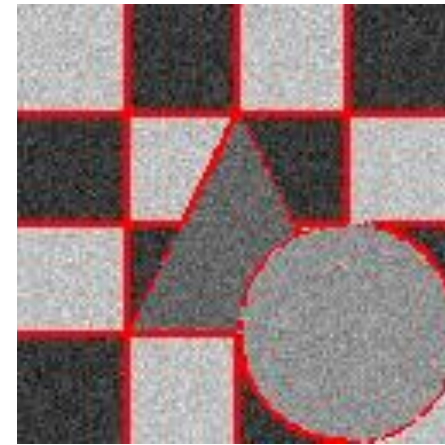
original



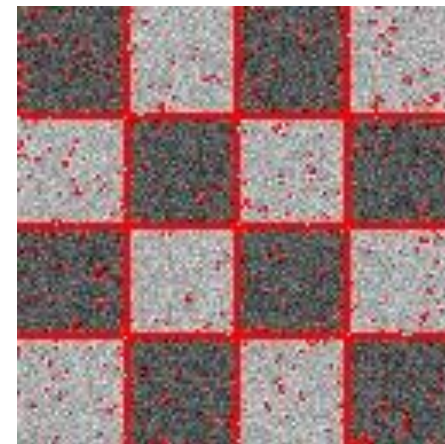
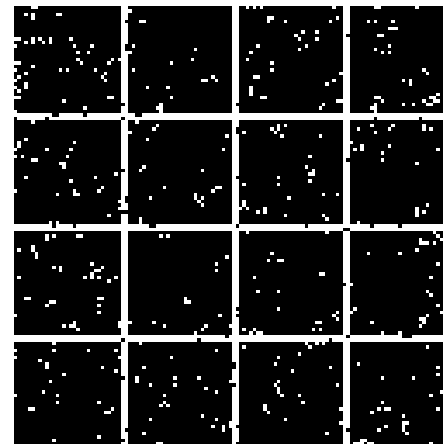
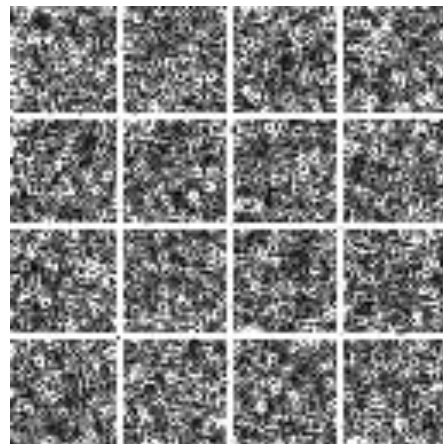
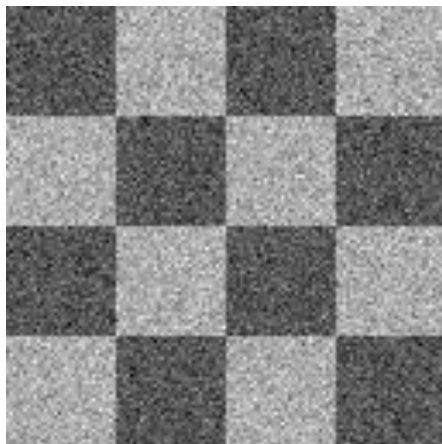
Sobel operátor  
Gradiens nagysága



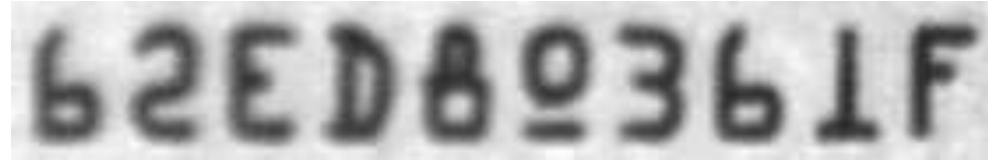
$T=250$  küszöbölés



Élek



# Sobel + küszöbölés



original

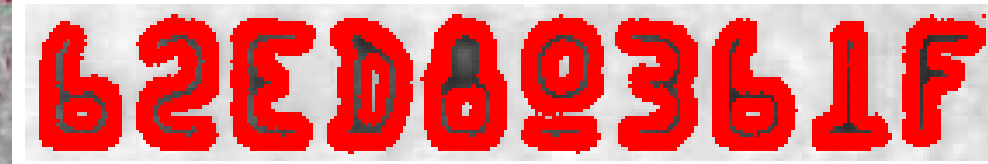


Sobel operátor: gradiens nagysága



$T=250$  küszöbölés

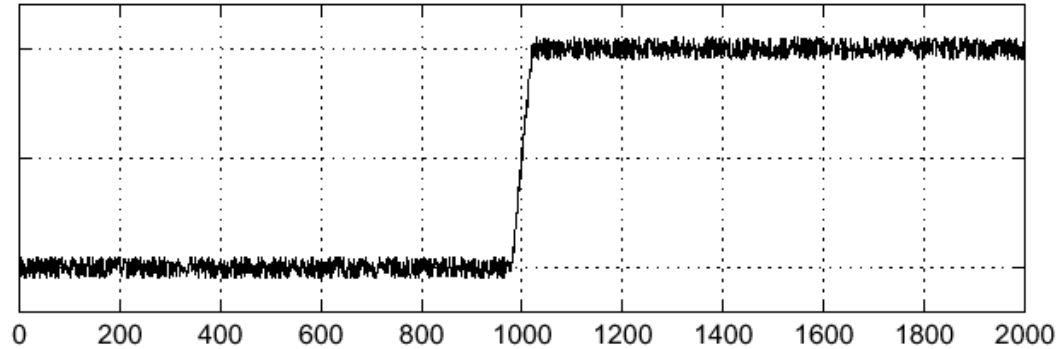
$T=128$  küszöbölés



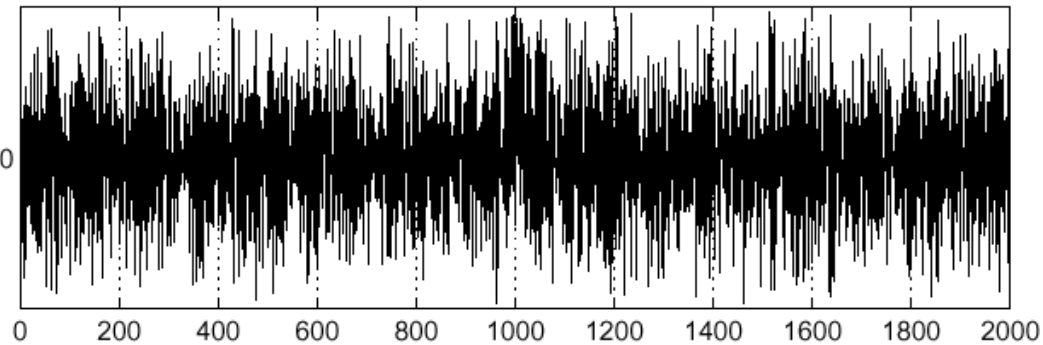
Élek

# Gradiens operátorok zajérzékenyek

$f(x)$

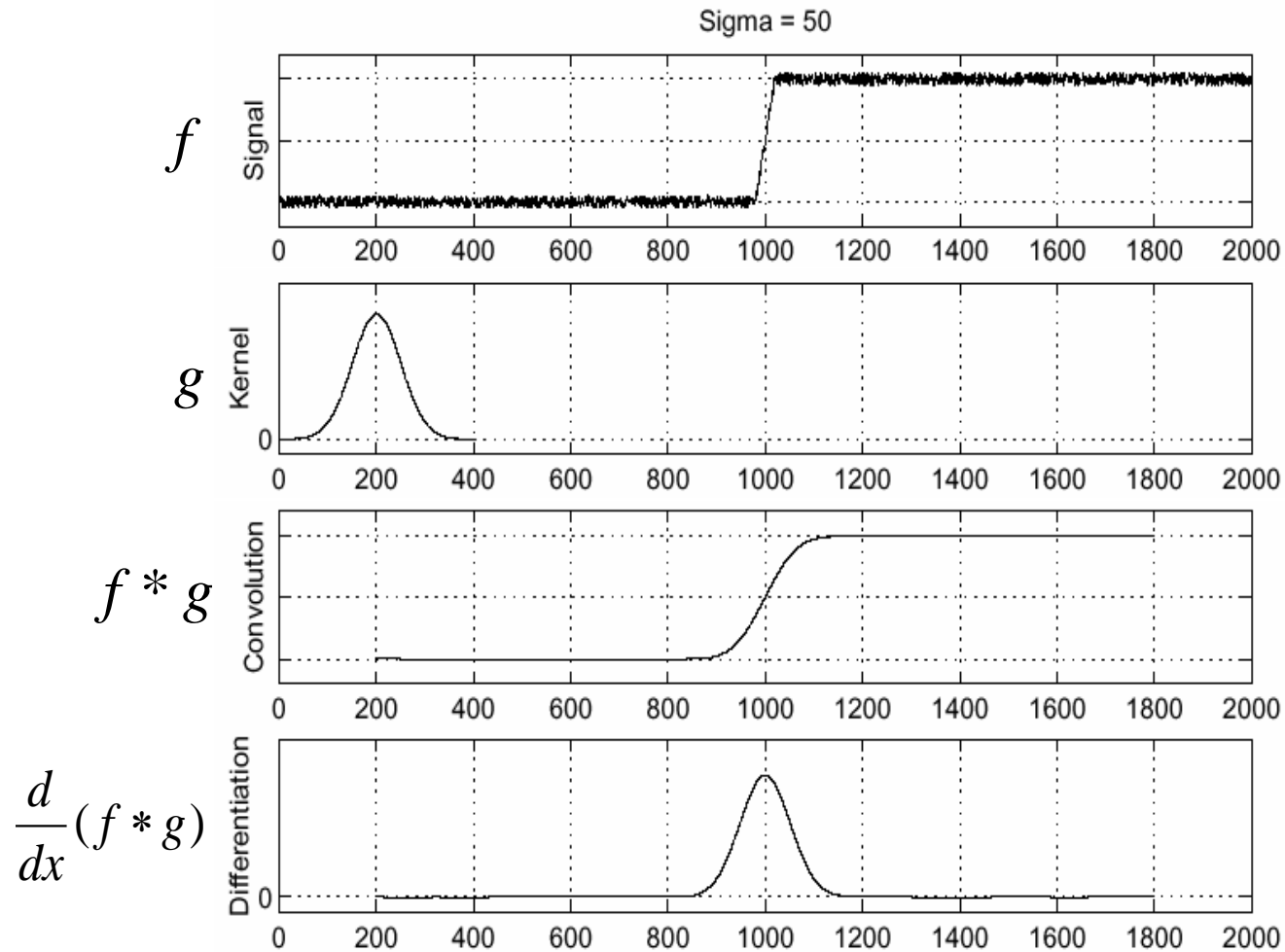


$\frac{d}{dx} f(x)$



- A zaj lokális maximumokat eredményez
  - szomszédos pixelértékek nagy eltérést mutatnak
  - zajszűrés közelebb hozza az értékeket

# Gradiens operátorok zajérzékenyek



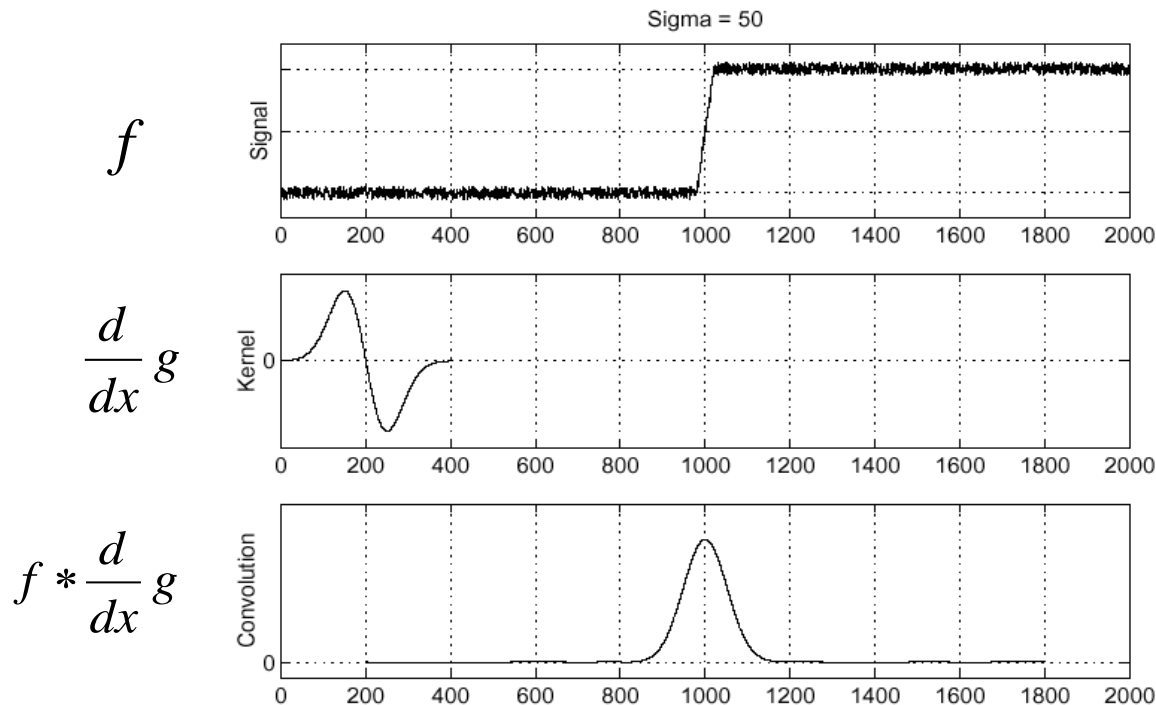
# Simítás és gradiens egy lépésben

- Mivel a deriválás és konvolúció felcserélhető, ezért

- Vagyis a simítás és deriválás egyetlen konvolúcióban elvégezhető

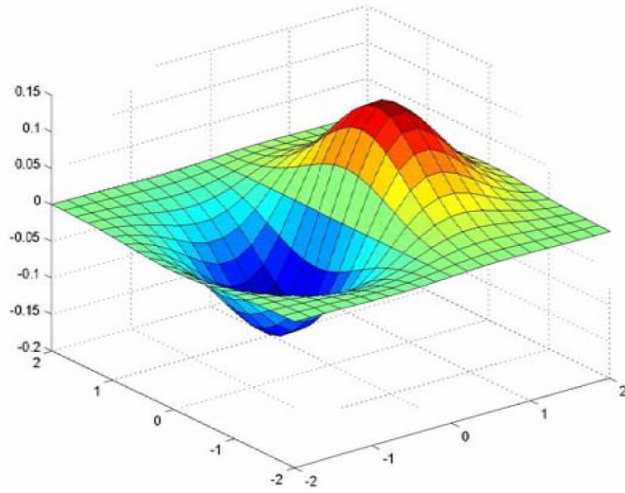
$$\frac{d}{dx}(f * g) = f * \frac{d}{dx}g$$

- A konvolúciós maszk a simító maszk deriváltja lesz

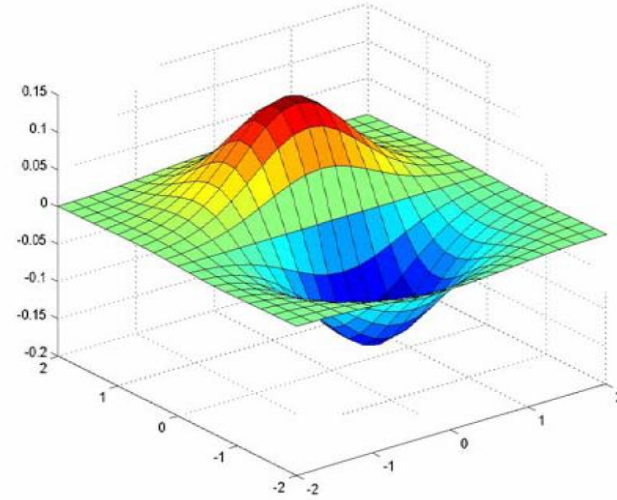
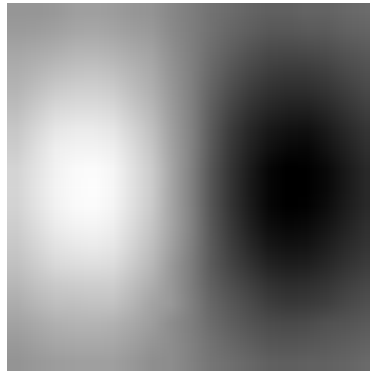




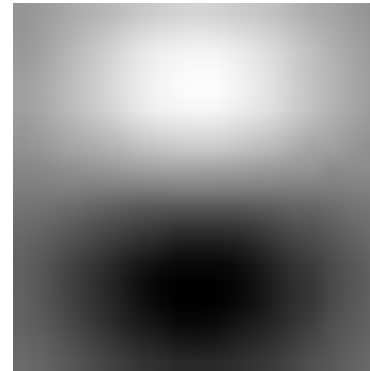
# Gauss szűrő deriváltja



x-irányban



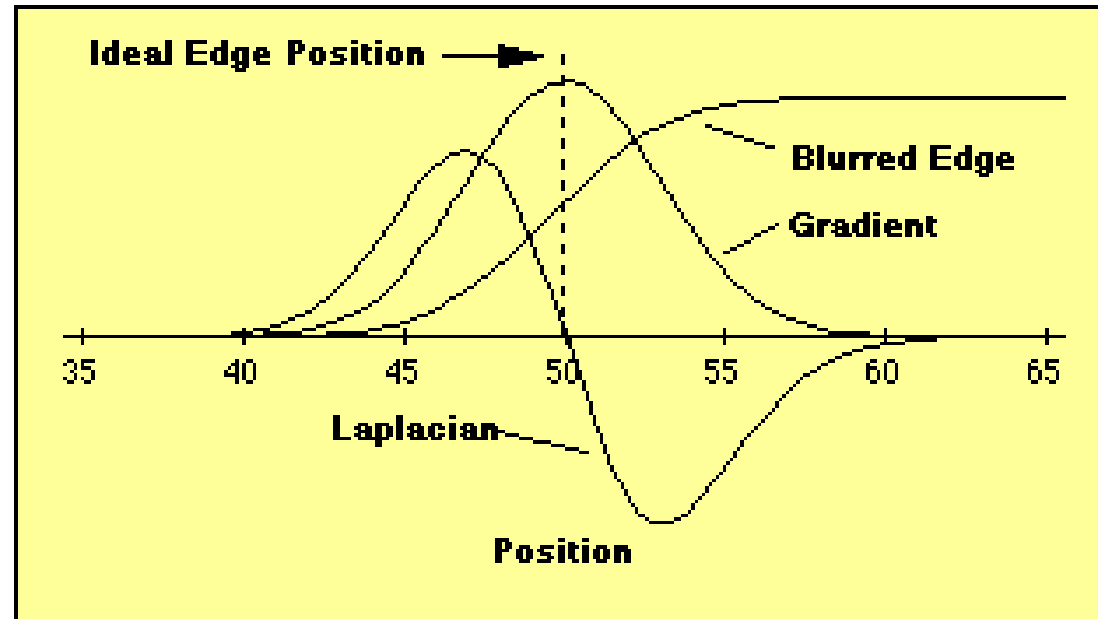
y-irányban



# Laplace operátor

- Ahol a gradiens nagy, ott a második derivált 0 (előjelet vált)
  - Elmosódott élek esetén pontosabb lokalizálást érhetünk el
  - Ebben az esetben csak az élek helyét tudjuk meghatározni, az irányát nem
  - Az operátor nem érzékeny az elforgatásra, minden irányban egyformán érzékeny.

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$



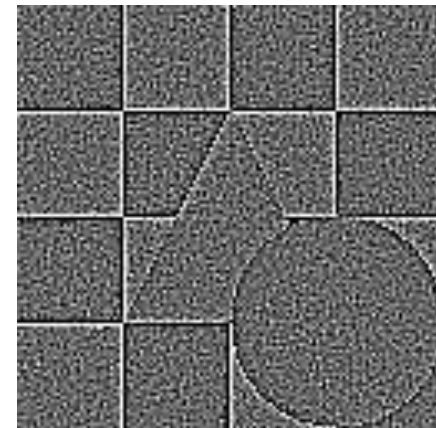
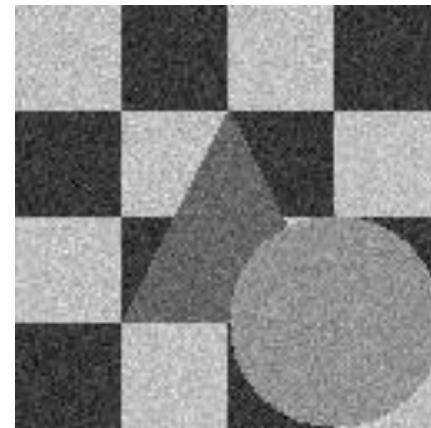
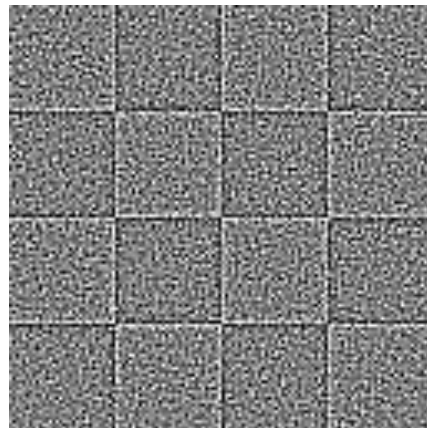
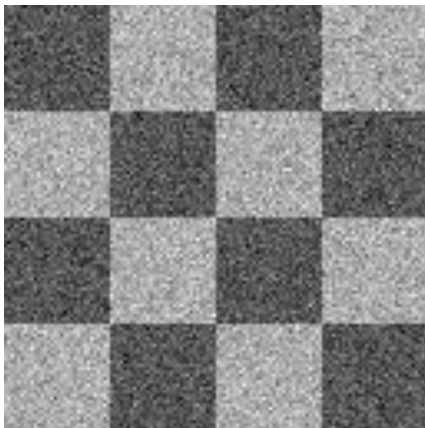
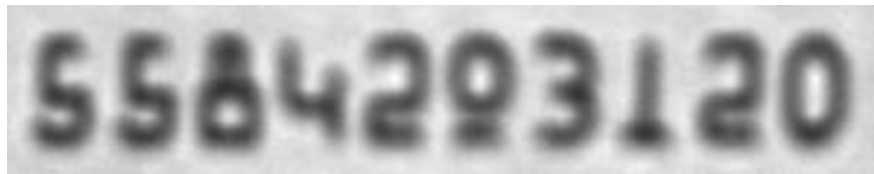
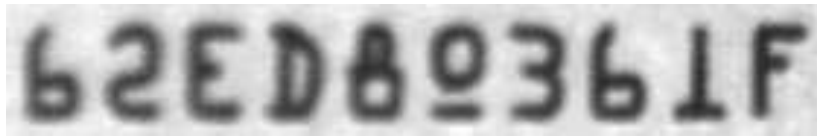
# Laplace operátor

- Digitális képek esetében a második derivált egy 3X3 maszkkal közelíthető

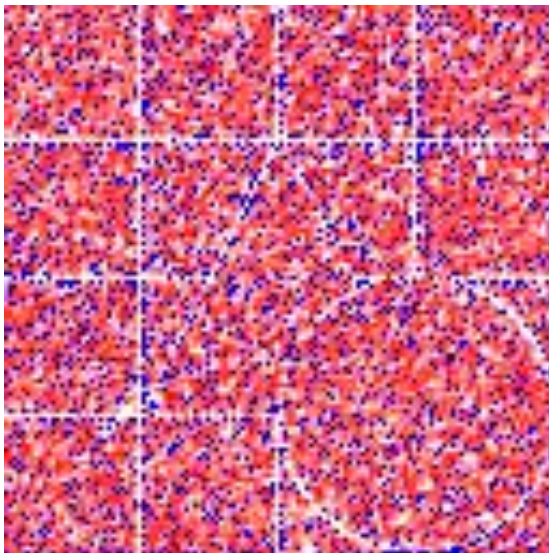
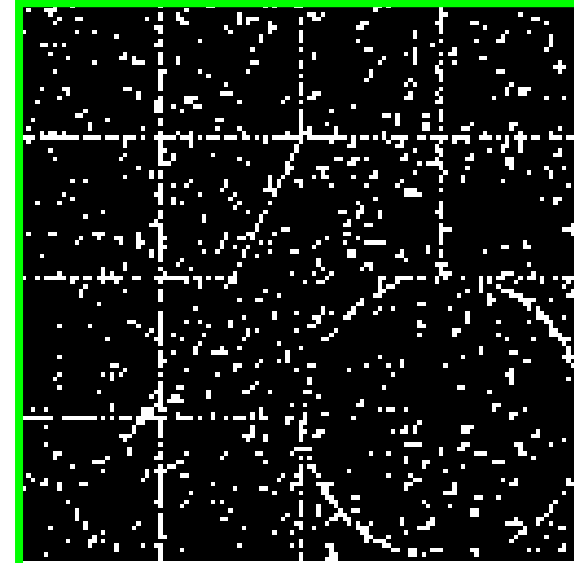
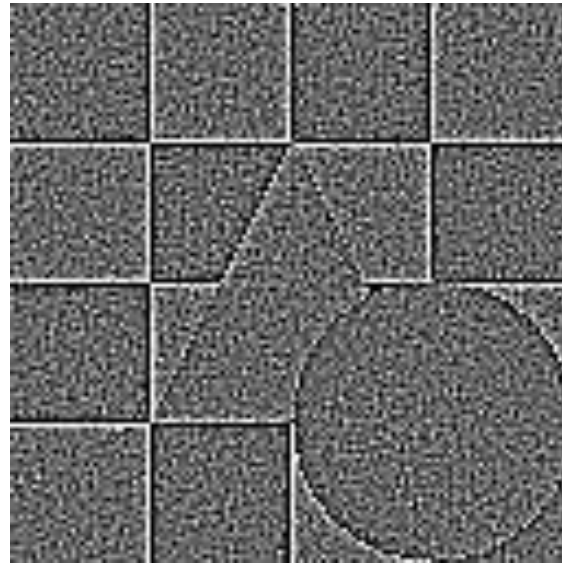
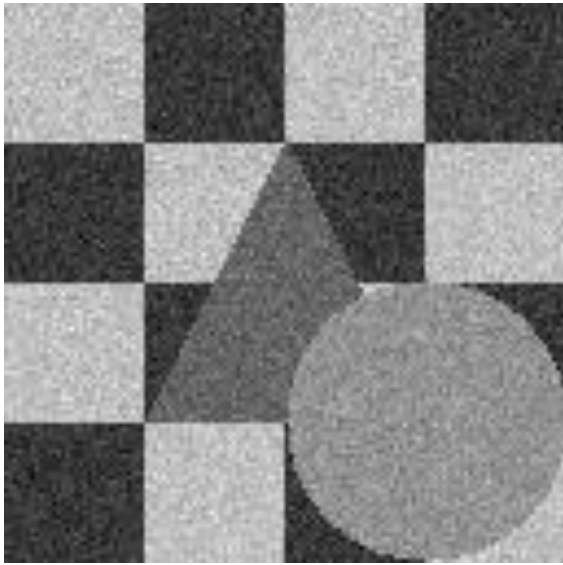
$$\tilde{h} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{h} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Laplace operátor - példák



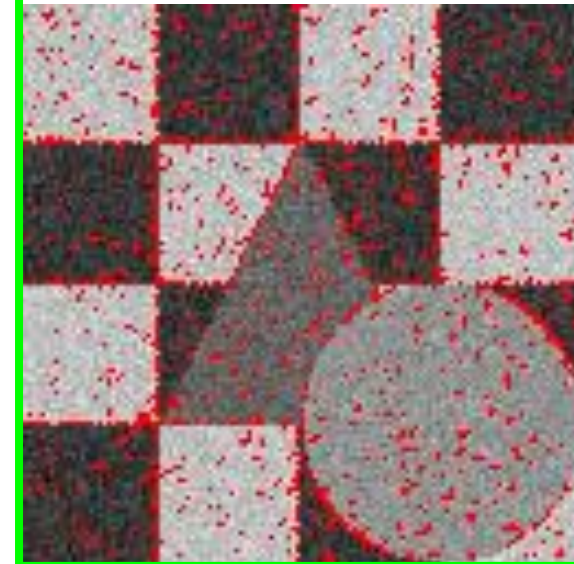
# Nulla-átmenetek+gradiens nagysága



Laplace

$T=200$   
küszöbölés

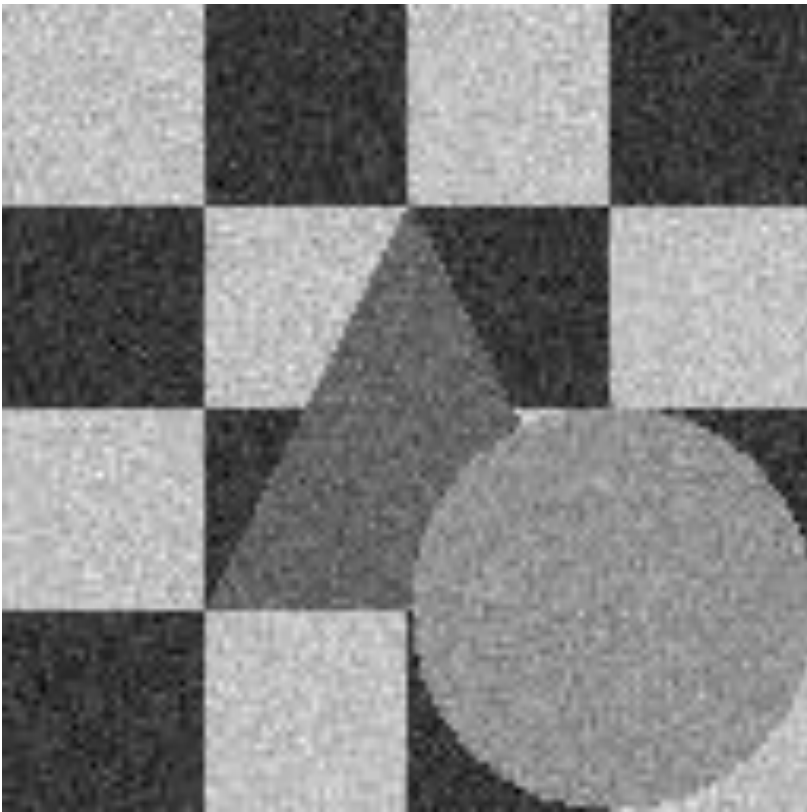
**Rendkívül  
zajérzékeny**



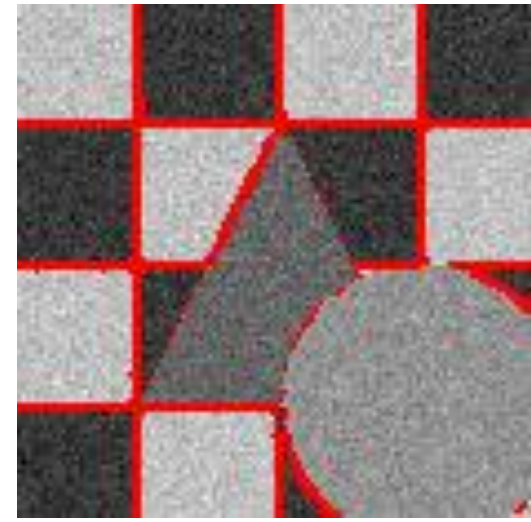
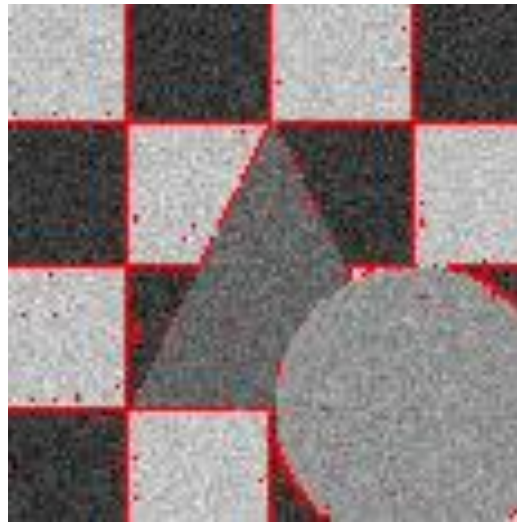
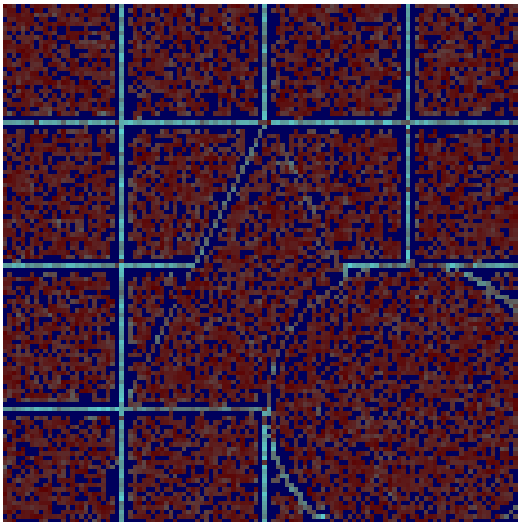
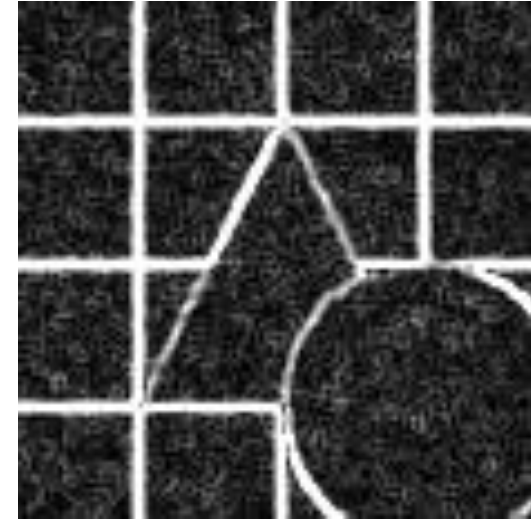
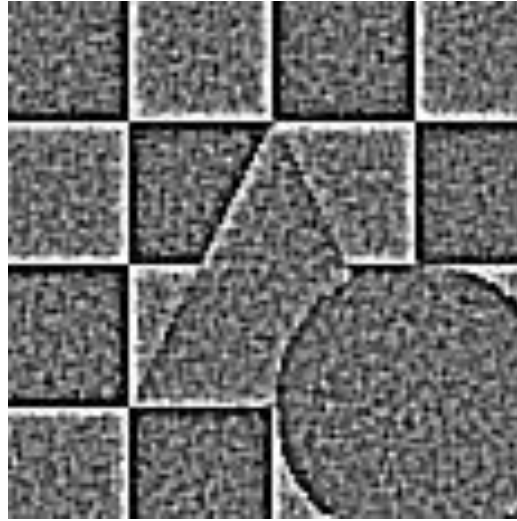
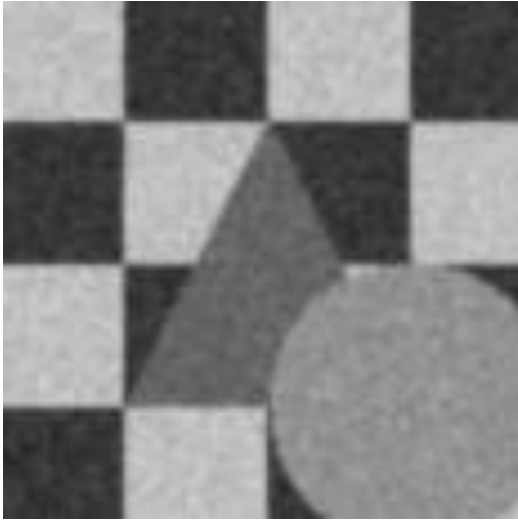
Gradiens nagysága a 0-átmenetekben

# Gauss simítás + Laplace operátor

- Zajra nagyon érzékeny, ezért az operátor alkalmazása előtt simítást szoktak alkalmazni
  - Például Gauss simítás:



# Gauss + Laplace & Sobel



Laplace

Sobel

# Marr-Hildreth operátor

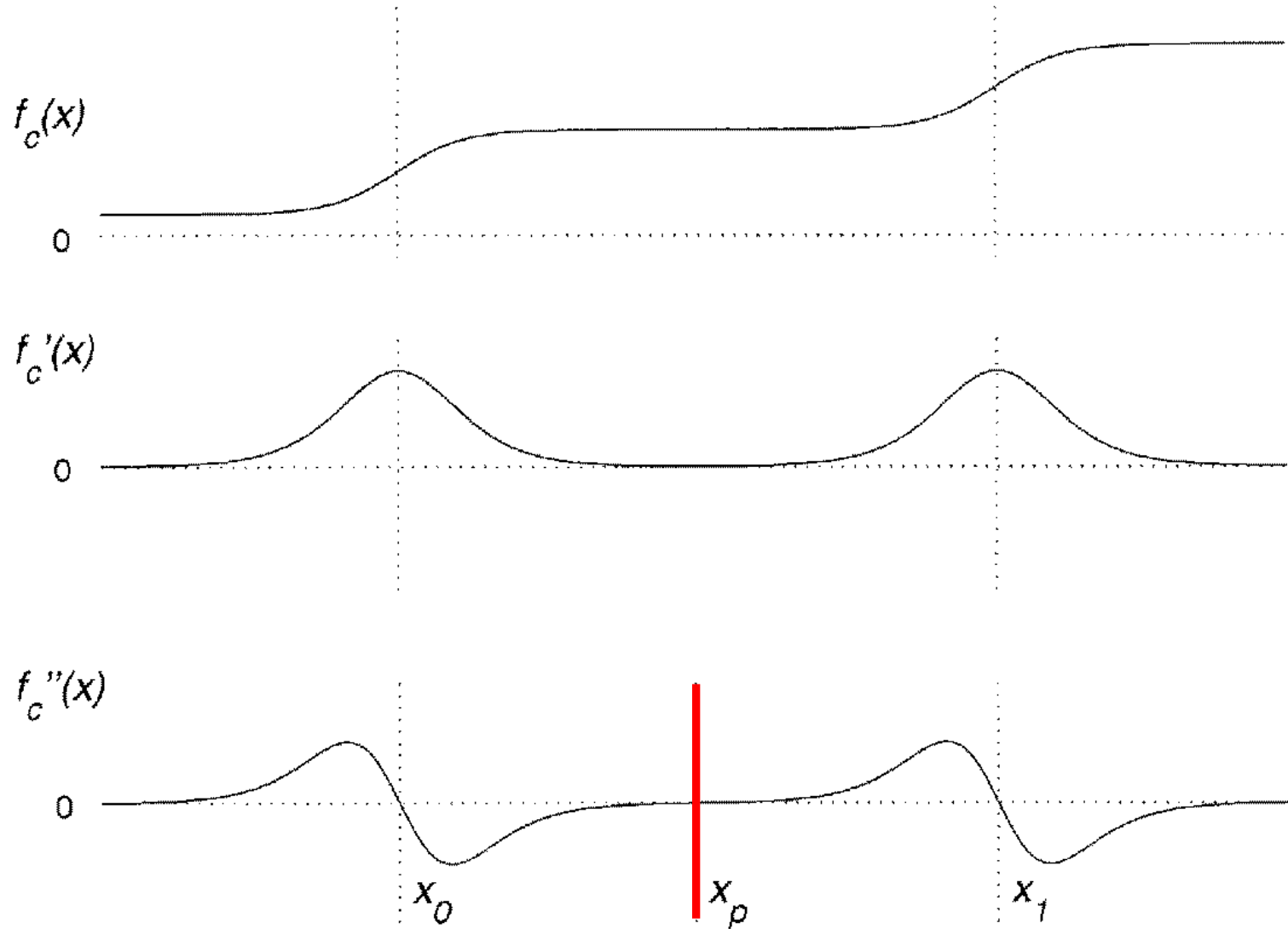
- Alkalmazhatjuk közvetlenül a Gauss szűrő második deriváltját: LoG (Laplacian of Gaussian)

$$\nabla^2 (G * f) = \nabla^2 G * f$$

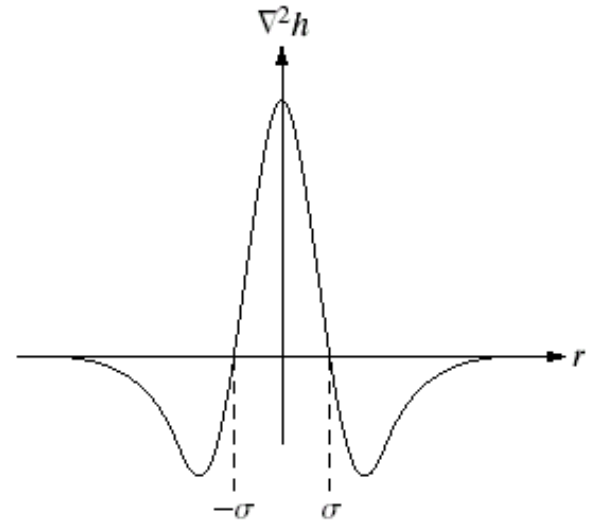
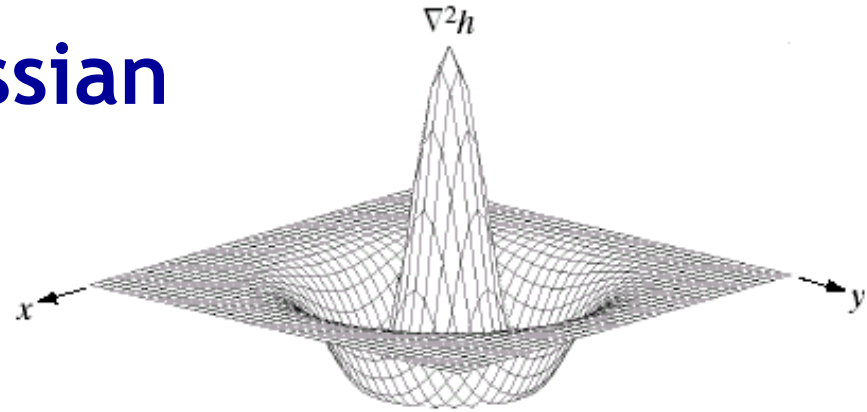
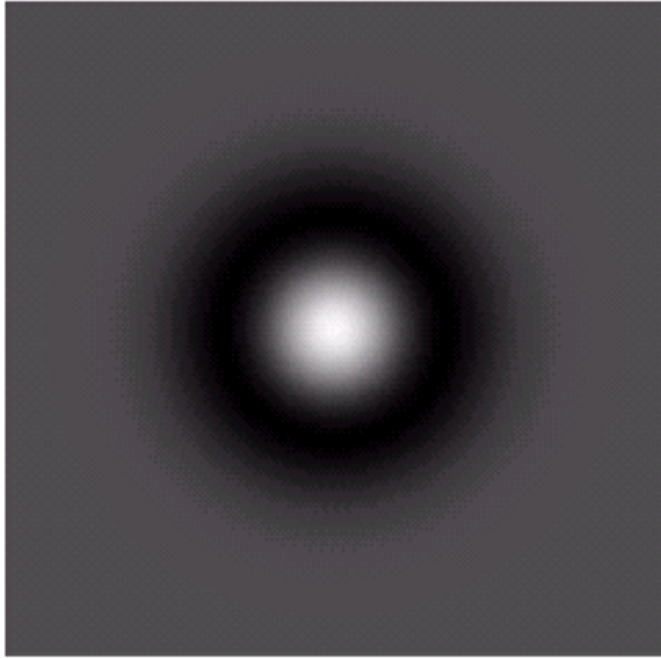
- Marr-Hildreth (LoG) operátor előnyei:
  - Az emlősök szemében hasonlóan működő receptorok találhatóak
  - Szimmetrikus: bármilyen irányú éleket megtalál
  - Nulla-átmeneteket egyszerűbb megtalálni (előjelváltás)
- Problémák:
  - Zajérzékeny
  - Némely esetben nem létező éleket is detektál



# Nulla-átmenetek - fantom élek



# LoG - Laplacian of Gaussian

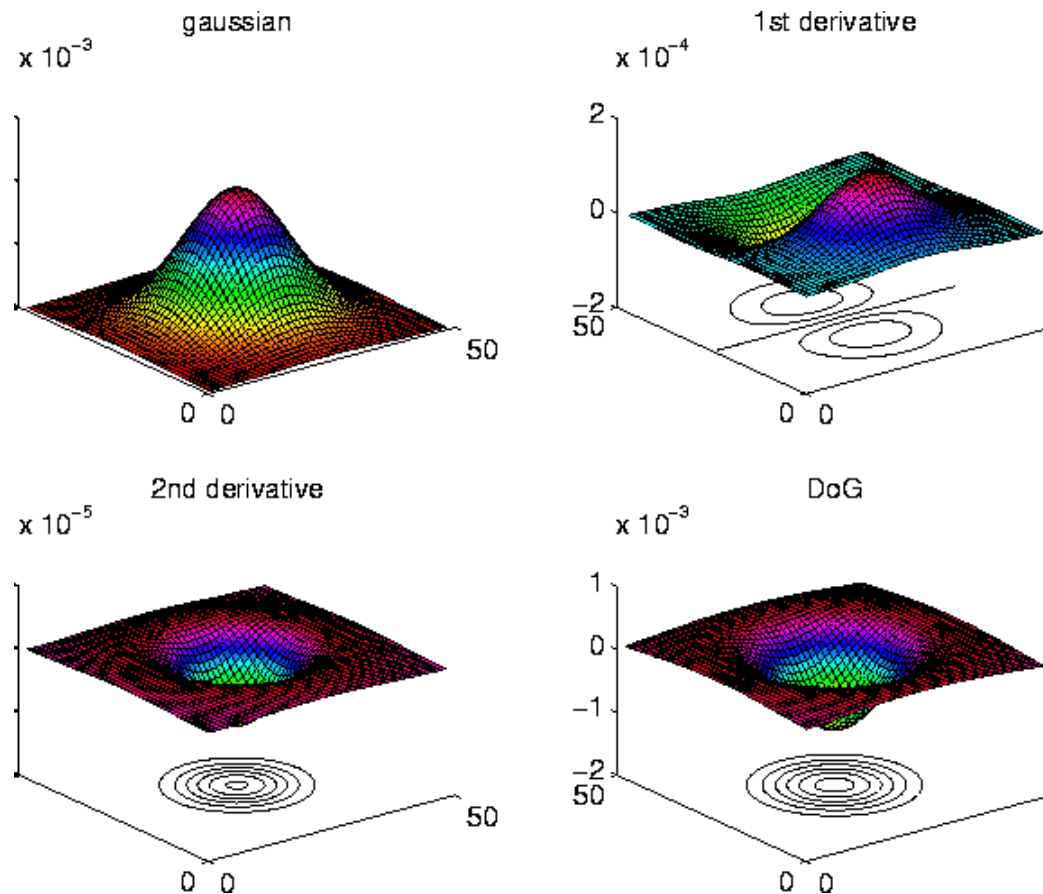


$$\nabla^2[G * f] = (\nabla^2 G) * f$$

$$\nabla^2 G(x, y, \sigma) = \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

# DoG operátor

- LoG jól közelíthető két Gauss szűrő különbségével, melyek szórásának aránya **1:1.6**
  - DoG (Difference of Gaussian) operátor ~ LoG

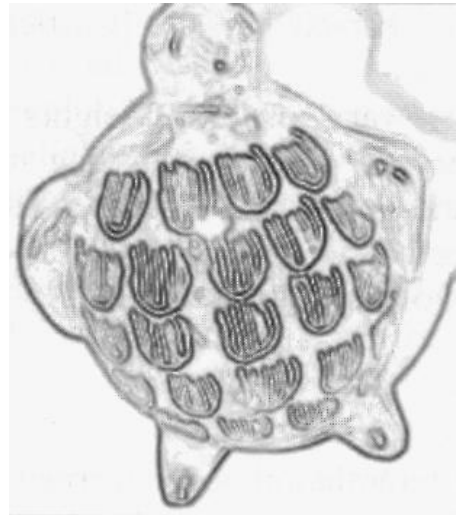


# Éldetektálás frekvenciatérben

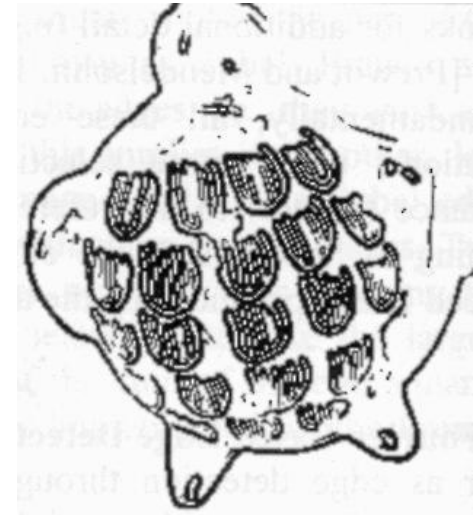
$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial}{\partial y}\right) f(x, y) \iff (2\pi i X)(2\pi i Y) F(X, Y)$$



kiindulási kép

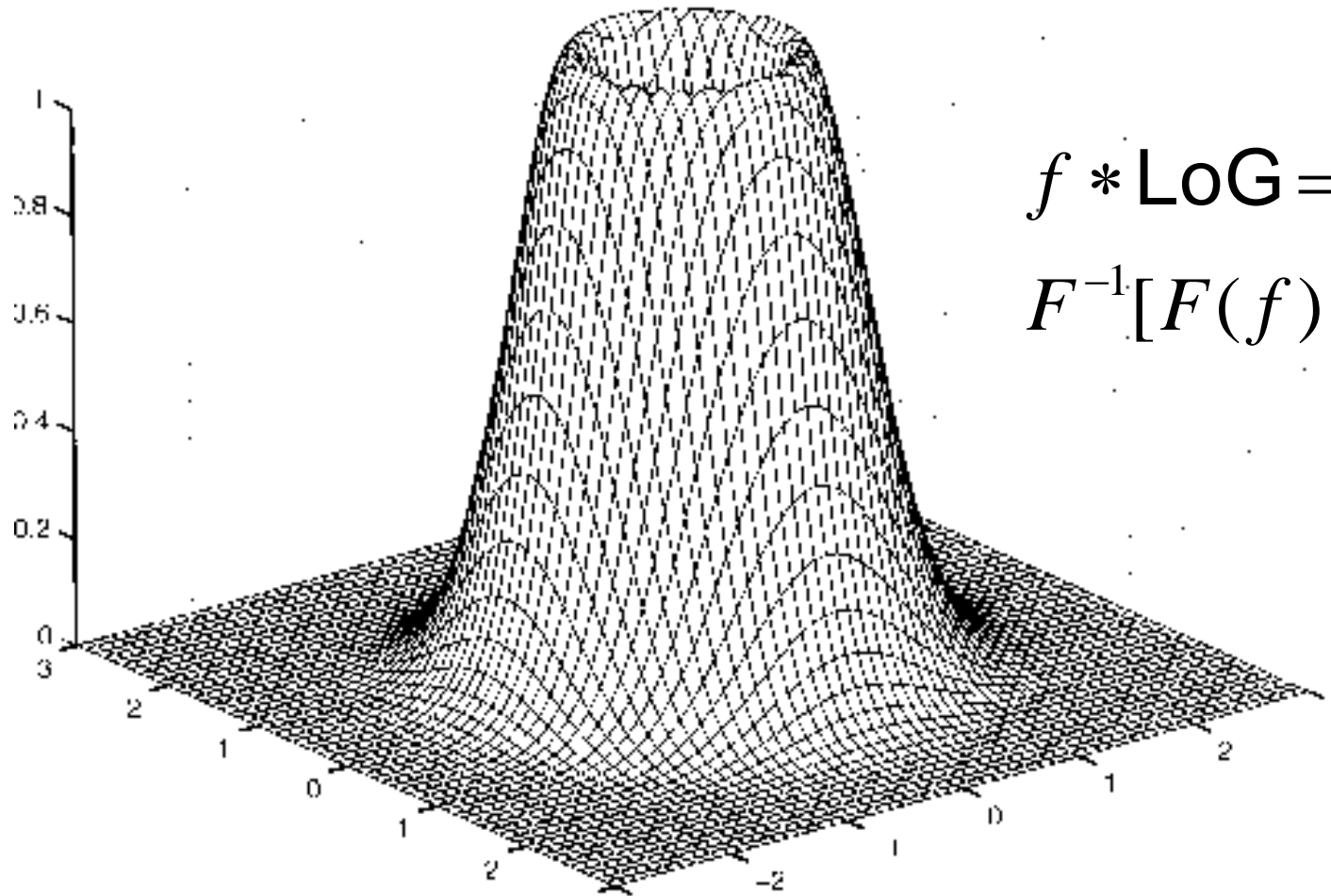


Fourier-értékkép



küszöbölt értékkép

# LoG a frekvenciaterben

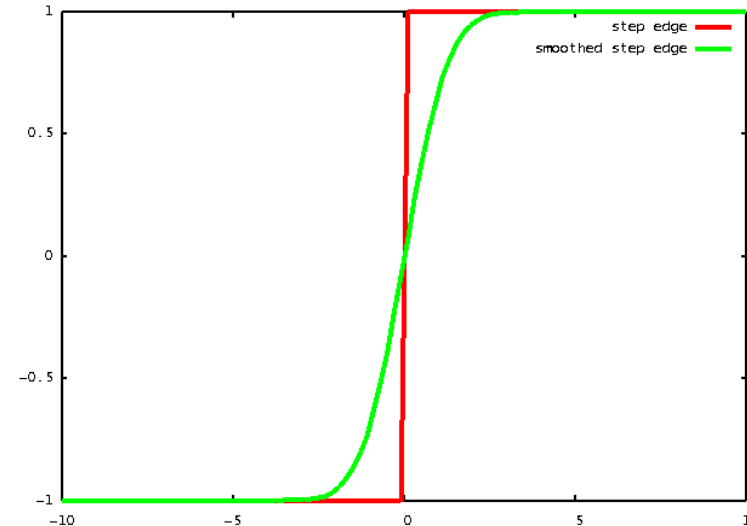


$$f * \text{LoG} = F^{-1}[F(f) \cdot F(\text{LoG})]$$

# Canny éldetektáló

- A leggyakrabban használt éldetektáló algoritmus
- Matematikailag meghatározott, optimális éldetektáló
- **Alapfeltételezés:**
  - Lépcsős él detektálására alkalmas
  - A kiindulási kép Gauss-zajjal terhelt
    - Leggyakrabban használt zaj modell, amely jó pontossággal írja le a szenzor, mintavételezés és kvantálás által keletkezett zajt (vagyis a digitális képrögzítés által létrehozott kép és az eredeti kép közötti eltérést).

J. Canny, [\*A Computational Approach To Edge Detection\*](#), IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8:679-714, 1986.



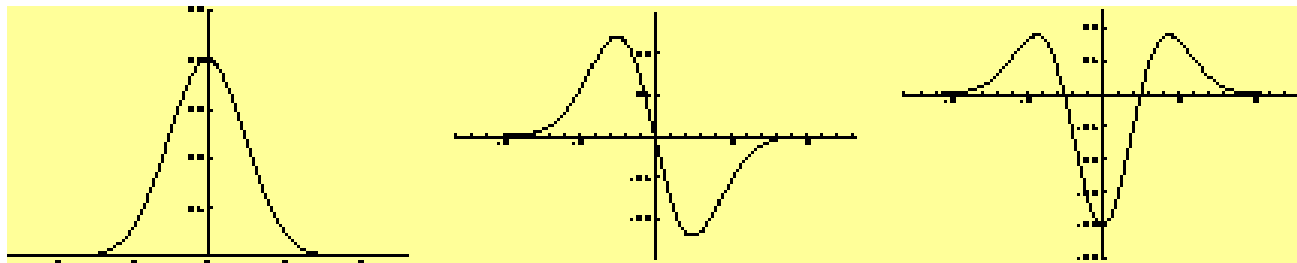
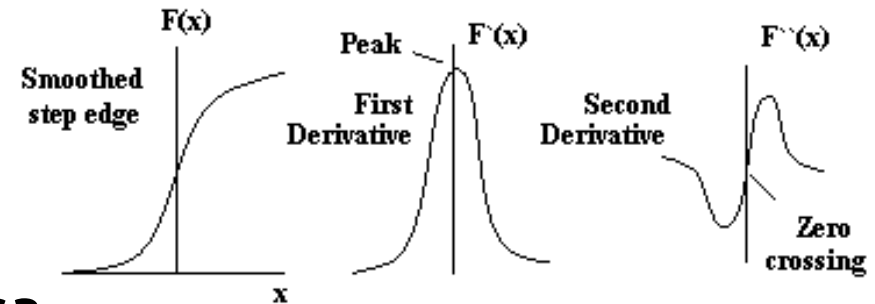
# Ideális éldetektáló

- Milyen kritériumoknak kell megfelelnie egy ideális éldetektálónak?
  - Megbízható
    - mindent valódi élt detektál
    - nem detektál hibás éleket (zajos kép)
  - Az éleket pontosan lokalizálja
  - Minden élt pontosan egyszer jelez (ld. Sobel operátor)
- A fenti kritériumokat matematikailag egy hibafüggvényben összefoglalva meghatározhatjuk az optimális szűrőt, amely nagyon közel áll a Gauss szűrő első deriváltjához.

# Canny éldetektáló algoritmus

- A Canny éldetektáló egy 4 lépésből álló eljárásból áll:

1. Gauss simítás
2. Differenciálás
3. Nem-maximumok elhagyása
4. Hiszterézis küszöbölés



- Az 1.-2. lépés összevonható
  - Konvolúció a Gauss szűrő első deriváltjával
- A 3. lépésben vagy a második derivált 0 átmeneteit vizsgáljuk, vagy a lokális gradiens maximumokat



# Canny: 1. Simitás, 2. Differenciálás

- Simitás egy kétdimenziós Gauss szűrővel
  - Nagyobb szűrő esetén lassú
  - Gauss szűrő szeparálható → két 1D Gauss szűrővel (x és y irányú) közelítünk (minden pontban 2 értéket ad)
- Differenciálás
  - 2D Gauss esetén x és y irányban differenciálunk (pl. Sobel)
  - Két 1D Gauss esetén például az
    - x irányú simított képen y-irányú differencia számítása
    - y irányú hasonlóan
  - Ezekből már számolható a gradiens nagysága és iránya, mint a Sobel operátornál.
- Ha nagyobb a Gauss szűrő akkor jobban csökkenti a zajt **DE** kevésbé pontosan lokalizálja az éleket!

## $\sigma$ hatása (Gauss szűrő mérete)

- $\sigma$  megválasztása befolyásolja a detektált élek részletgazdagságát
  - nagy  $\sigma$  fontosabb (nagyobb méretű) éleket detektál
  - kicsi  $\sigma$  lehetővé teszi a finomabb részletek detektálását



Eredeti kép



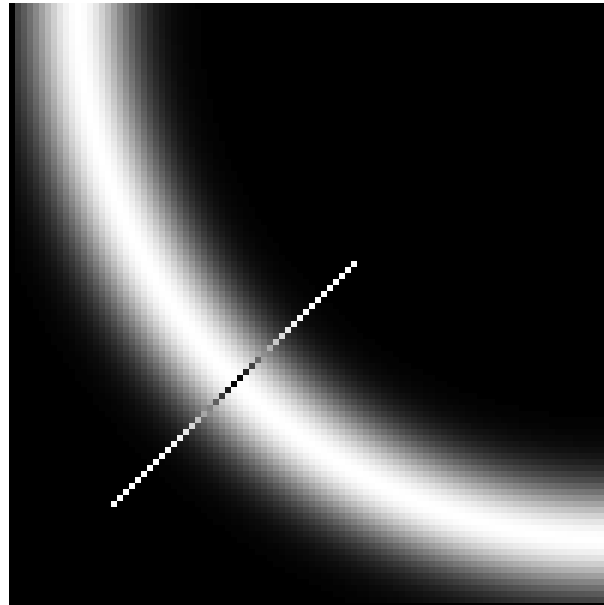
$\sigma = 1$



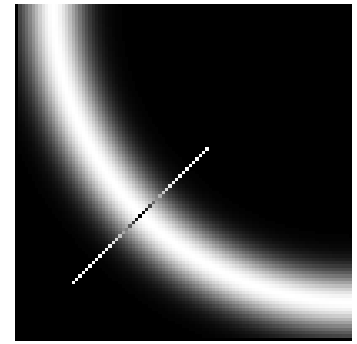
$\sigma = 2$

## Canny: 3. Nem-maximumok elhagyása

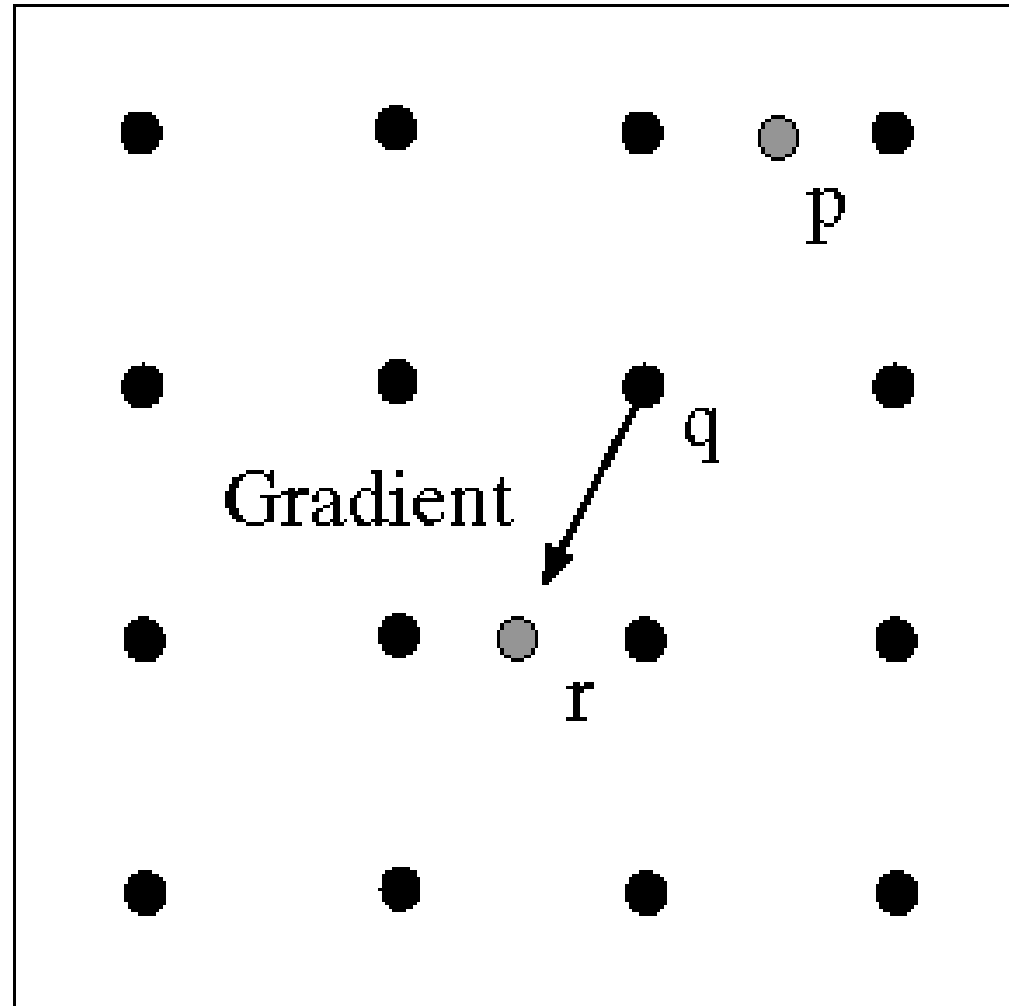
- Élek ott vannak, ahol a gradiensnek lokális maximuma van (vagy a 2. deriválnak 0 átmenete)
- A nem maximumokat el kell hagyni
  - Azokat akarjuk elhagyni, amelyek **merőlegesek** az élre (vagyis a gradiens irányába esnek)
  - Az él irányába esőket viszont érdemes megtartani, hogy folytonos éleket kapjunk (sarkoknál problémás lehet) - élkövetés



# Nem-maximumok elhagyása

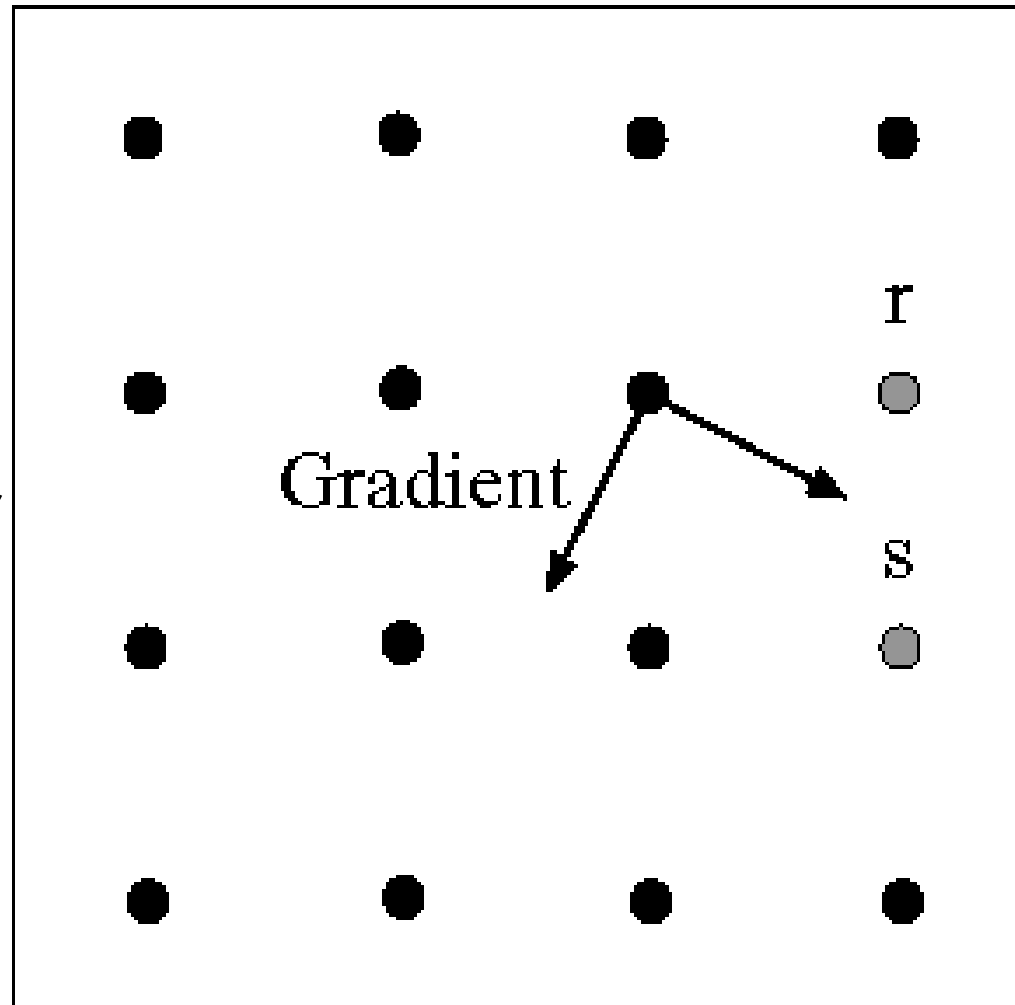
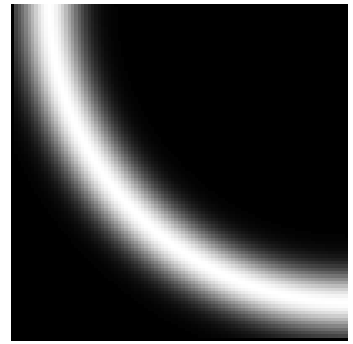


- $q$ -ban maximum van, ha a  $q$ -beli gradiens magnitúdó nagyobb a gradiens irányába eső  $p$  és  $r$ -beli értékeknél.
  - Ha  $q$  maximum, akkor meghagyjuk, egyébként töröljük
  - $p$  és  $r$  általában nem egész pixelekre esik → a gradiens értékeket a környező pixelek értékeiből interpoláljuk



# Élkövetés

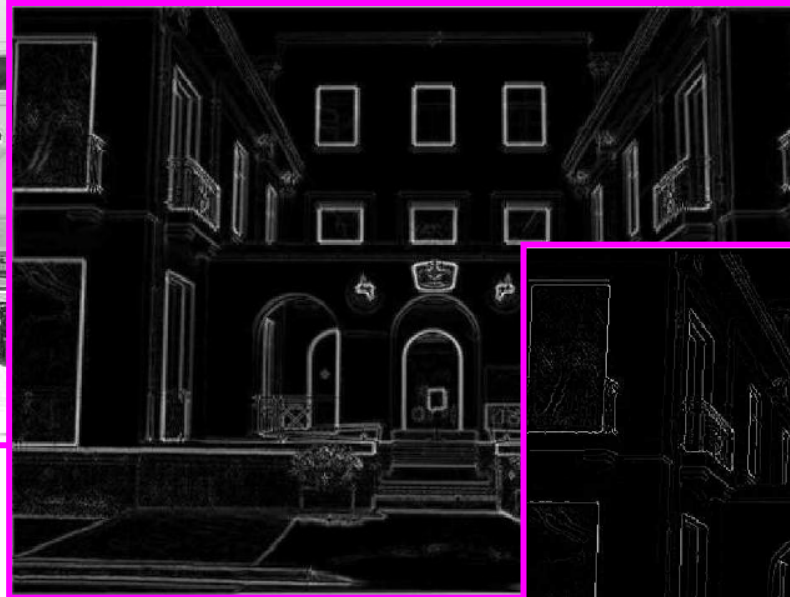
- Egy feltételezett élpontból (lokális gradiens maximum) kiindulva a következő vizsgálandó élpont az él irányába (vagyis a gradiens irányára merőlegesen) továbblépve az  $r$  vagy  $s$  pontban lesz



# Nem-maximális gradiensek elhagyása



eredeti



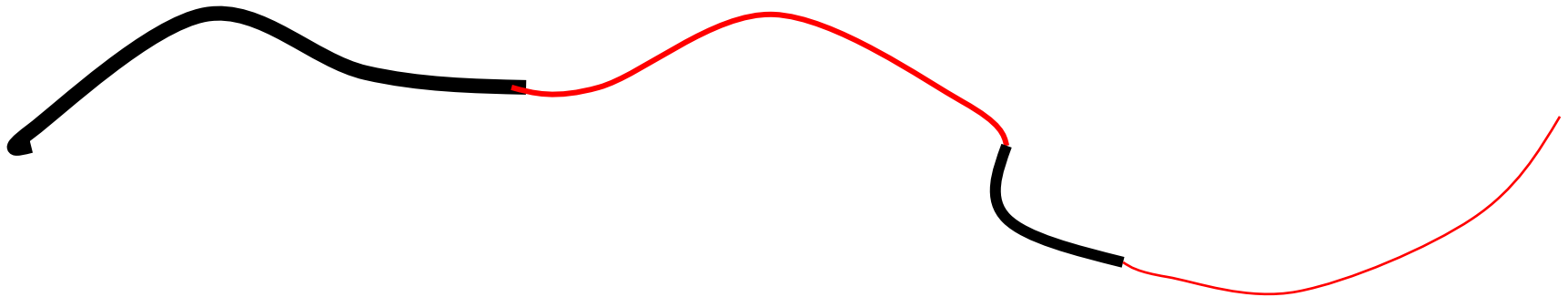
Gradiens magnitúdó



nem-max. gradiens elnyomása

# Canny: 4. Küszöbölés (hiszterézis)

- Küszöbölés: ha az élek értéke a küszöb körül ingadozik, akkor sok szakadás keletkezik
- **Hiszterézis**: egy helyett két küszöb (alsó, felső)
  - Ha a felső küszöbnél nagyobb, akkor vegyük fel élnek
  - Ha az alsó küszöb alatt van, akkor nem él
  - Ha a kettő között van, akkor vegyük fel élnek, ha egy szomszédos pixel élhez tartozik.



# Hiszterézis küszöbölés

**Input:** nem-maximális gradiensek elnyomásának eredménye és két küszöbérték ( $t_0 < t_1$ );

**Output:** korrigált (bináris) éltérkép.

- 1.** Legyen élpont minden  $t_1$ -nél nagyobb pont, és háttérpont minden  $t_0$ -nál kisebb pont
- 2.** Vizsgáljunk meg minden pontot, melyre a gradiens a  $[t_0, t_1]$  intervallumba esik.
- 3.** Ha valamely ilyen pont szomszédos egy élponttal, akkor legyen ő is élpont.
- 4.** Ismételjünk a 2. lépéstől, amíg bővül az élpontok halmaza.



# Hiszterézis küszöbölés



Eredeti kép



Magas küszöb  
(erős élek)

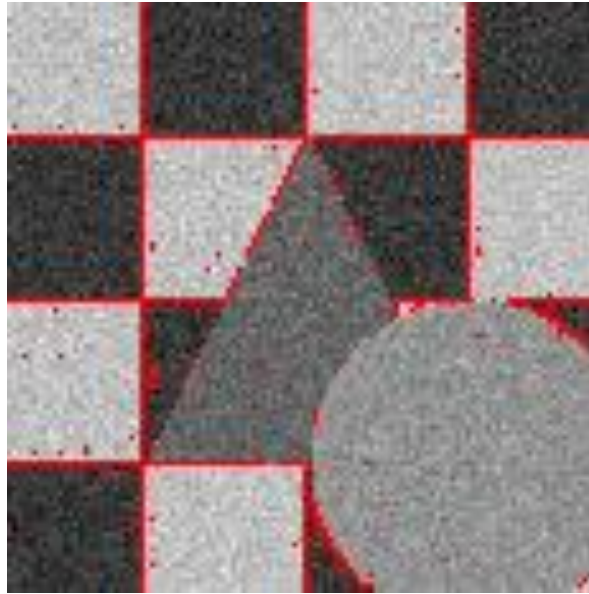
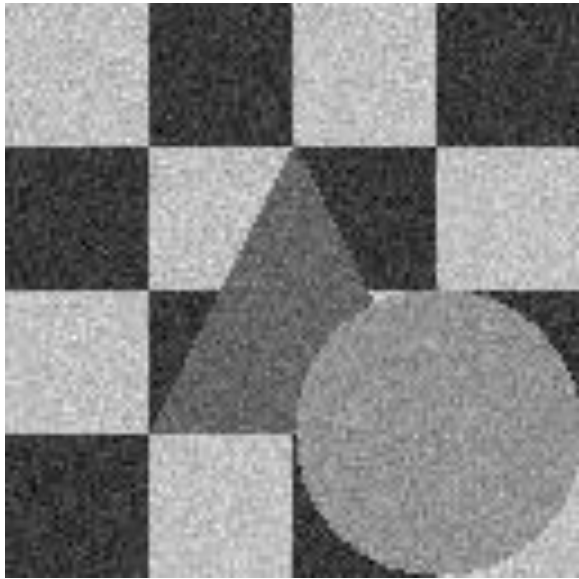


Alacsony küszöb  
(gyenge élek)

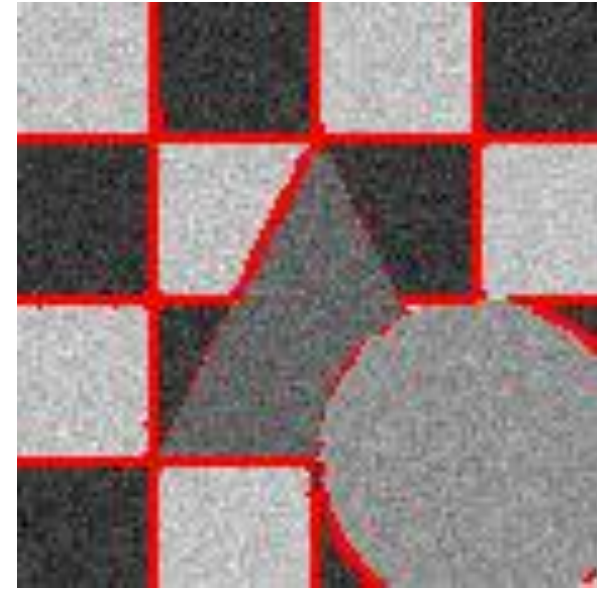


Hiszterézis küszöb

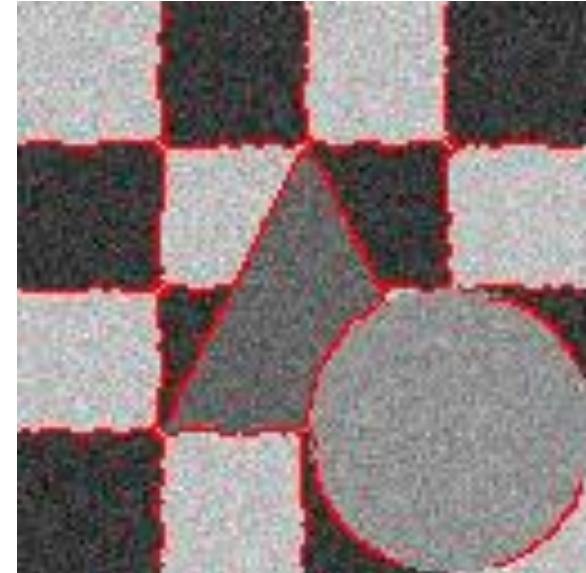
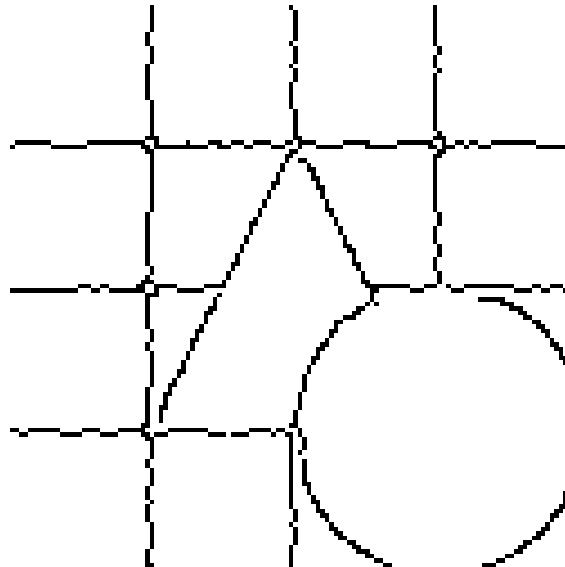
# Canny éldetektáló: példák



Best Laplace



Best Sobel



# Canny éldetektáló: példák

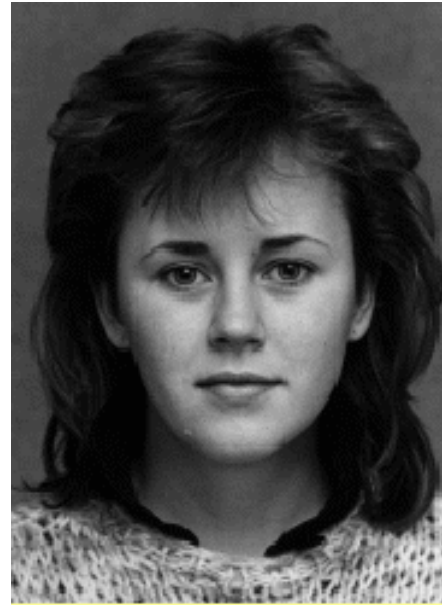


Image of girl



$\alpha=1, m=9, l=0.3, h=0.9$



$\alpha=0.5, m=7, l=0.3, h=0.9$



$\alpha=1, m=9, l=0.1, h=0.3$

# Felhasznált anyagok

- **Palágyi Kálmán: Digitális Képfeldolgozás**  
/pub/Digitalis\_kepfeldolgozas
- **Trevor Darrell: C280, Computer Vision**  
<http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/academic/class/15385-s06/lectures/ppts/>
- **Srinivasa Narasimhan: Computer Vision**  
<http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/academic/class/15385-s12/www/>
- **További források az egyes diákon megjelölve**