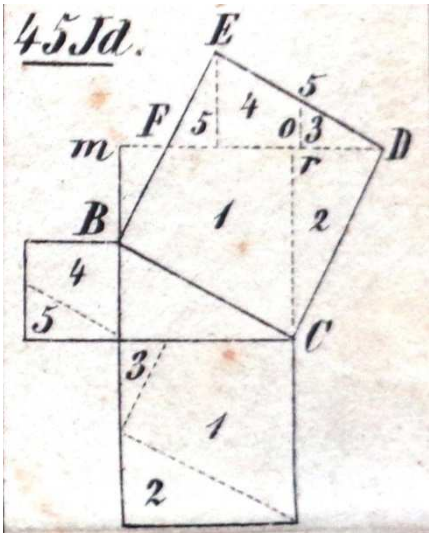
A Mathematikai elősarnok (1842) bemutatása II.

Nyomozás a Pitagorasz-tétel egy bizonyítása után

A dolgozat első részében *Lichard Dániel* (1812–1882) egykori selmeci tanárnak *Mathematikai elősarnok* című 1842-ben Pozsonyban megjelent könyvének néhány számtani példáját mutattuk be. A folytatásban a geometria vizeire evezünk és a Pitagorasz-tételnek egy érdekes bizonyításáról lesz szó, amelyet szintén itt találtunk. A könyvből kihajtható két lapon 131 ábra van, amelyek közül megakadt a szemünk egy olyan rajzon, amelyet nyugodtan lehetne a ma divatos „Bizonyítás szavak nélkül" (angolul: Proof without words) matematikai műfaj egyik példájaként is bemutatni. Valóban, mondhatni szavak nélkül, ránézésre látja az ember, hogy az ábra a Pitagorasz-tételnek egy bizonyítását adja, alkalmas átdarabolás segítségével.

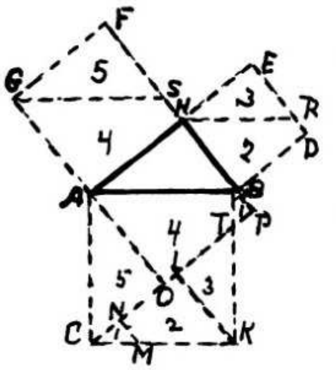


A *Mathematikai elősarnok* eredeti 45. ábrája.
(Az ábráról hiányzik az *A* és *n* pontok jelölése, valamint az *E* és *D* közötti *5* valójában *s*.)

A könyvben a 45. ábrához tartozó konstrukciót Lichard a következőképpen magyarázza: „Ez állítvány, híres találója szerint, Pythagoras' állítványának mondatik. Valóságát gyárilag is, a' következő szerkezettel, mutathatjuk. Az egyenszegű *ABC* háromszög' *BC* egyentalpán emeltessék a' négyzet *BCDE*; *D*-ből vonassék *DF* || *AC*-hez; *AC* végső *C* pontjából emeltessék az egyenszerű *Co*, *E*-ből pedig eresztessék *FD*-re az egyenszerű *En*. Tovább az egyenkar *AB* hosszabbítassék *m* felé mind addig, míg a' szinte hosszabbított *DF*-hez ér; végtére *DF*-ből vágassék el *Dr=Bm* 's a' vágó *r* pontbol az egyenszerű *rs* emeltessék. E' vonalok által az egyentalp' négyzete, *BCDE*, öt részre: 1, 2, 3, 4, 5re oszlik, mellyekből már (ha a' szerkezet' részeit vastagabb papirból kivágjuk) az egyenkarok' négyzeteit úgy tehetjük össze, a' mint azt az idomunkbani számok mutatják."

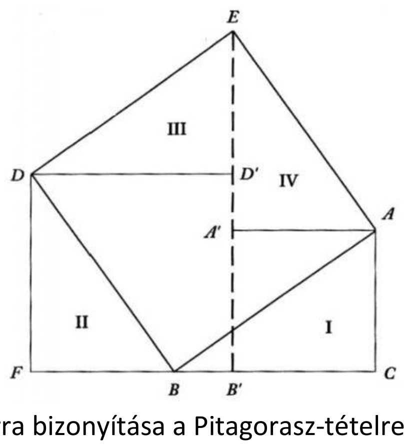
A fentiekhez annyit tehetünk még hozzá, hogy az egyik befogóra emelt négyzetet úgy vághatjuk ketté (kapva a 4 és 5 részeket), hogy *A*-n keresztül párhuzamost húzunk a *BC* átfogóval. A másik befogóra emelt négyzetet pedig úgy vágjuk három darabra, hogy szintén a négyzet egyik csúcsán keresztül párhuzamost húzunk *BC*-vel (megkapva így a 2 részt, ami egybevágó az eredeti derékszögű *ABC* háromszöggel), valamint merőlegest állítunk a 2 rész átfogójára (megkapva így az 1 és 3 részeket).

Az előbbi átdarabolással a Pitagorasz-tételre kaphatunk egy bizonyítást. Jól ismert, hogy a matematikában a Pitagorasz-tételre több száz különböző bizonyítás létezik. *Elisha Scott Loomis* (1852–1940) amerikai matematikatanár klasszikus *The Pythagorean Proposition* című könyvében sok más bizonyítás mellett az alábbit is közli, amely lényegében megegyezik a *Lichard* könyvében talált igazolással. Loomis azt írja, hogy ezt ő 1926. március 18-án dolgozta ki („*This dissection and proof were devised of the author on March 18, 1926*”), megjegyezve, hogy a Pitagorasz-tételnek számos olyan bizonyítása van, amely ezen alapszik.



E. S. Loomis 1926-ból származó eredeti konstrukciója a *The Pythagorean Proposition* című könyvéből. (Az ábrán az egyik befogóra emelt négyzetben a 4-es részből még le kell vágni az 1-es résznek, a *CNM*-nek megfelelő háromszöget, ami egybevágó a BPT háromszöggel .)

A *Mathematikai előcsarnok* tankönyvben olvasható bizonyításnak több variációja elképzelhető. Minden bizonnyal a felbontás alapgondolata sokkal régebben, akár az ókorban vagy a középkorban is ismert lehetett, hiszen már a görögök és később az arab tudósok is előszeretettel foglalkoztak hasonló átdarabolásokkal. Ilyenkor gyakran előfordulhatnak újrafelfedezések. Matematikatörténeti szakmunkákat elővéve bukkantunk rá Robert Shloming *Thabit ibn Qurra and the Pythagorean Theorem* című dolgozatára (*Mathematics Teacher* 63, 1970, 519–528), amelyből nyilvánvalóvá vált, hogy *Szábit ibn Kurra* (826 k.–901) bagdadi tudósnak a Pitagorasz-tételre adott több mint ezer éves bizonyítása szintén rokonságot mutat az előbbi két felbontással. A hozzá tartozó ábra alapján könnyen felfedezhetők az egymásnak megfeleltethető részek.



Szábit ibn Kurra bizonyítása a Pitagorasz-tételre a 9. századból.

Szabó Péter Gábor
pszabo@inf.u-szeged.hu