

## EULER 300

*„A matematika különböző ágaiban Euler munkáinak tanulmányozása marad a legjobb iskola, azt semmi más nem helyettesítheti.”*

*(C.F. Gauss)*



Leonhard Euler  
(1707-1783)

Háromszáz évvel ezelőtt, 1707. április 15-én született a svájci Bázelen minden idők egyik legtermékenyebb matematikai géniusza Leonhard Euler. Közel 900 cikket és könyvet írt, amelyek egyben átfogják és szintetizálják is a XVIII. századnak szinte az egész matematikáját. Biztosak lehetünk benne, hogy nem múlik el úgy nap, hogy ne emlegetnék őt vagy valamelyik munkáját valahol a világon. A matematika számos tétele és fogalma egybeforrott a nevével, több matematikai jelölést ma is úgy használunk, ahogyan azt még Euler tette, vagy ahogyan éppen az ő tiszteletére azt később bevezették. Euler olyan gazdag tudományos örökséget hagyott az utókorra, hogy csak a közelmúltban sikerült összegyűjtött munkáit megjelentetni több mint 70 nagyméretű kötetben, amelyek kiadását még 1911-ben kezdték meg. Szinte felfoghatatlan, hogyan is volt erre a fantasztikus életműre képes, hiszen munkáinak közel a felét – miután a szeme világát elvesztette – káprázatos emlékezőtehetséggel, sokszor vakon diktálta le. De nem csak a matematikában, hanem a filozófiában, a fizikában, a mechanikában, a csillagászatban, a földrajzban és más területeken is alkotott. Gyakran úgy, hogy közben népes családjából éppen valamelyik gyermekét ringatta az ölében.

A nevét viselő sok tétel közül az Euler-formula a komplex számok elméletének egyik alapképlete:  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ , ahol  $x$  tetszőleges valós szám. Ha  $x$  helyére  $\pi$ -t írunk, megkapjuk az Euler-azonosságot:

$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$

Az Euler-azonosság a matematika egyik legszebb összefüggése. Őt nevezetes konstans, az  $e$  (Euler-szám), a  $\pi$ , az  $i$  imaginárius egység ( $i = \sqrt{-1}$ ), a  $0$  (zéróelem) és az  $1$  (egységelem) között teremt kapcsolatot. Az emberi gondolkodás egy igazgyöngye.

## *A gyermekkor és a tanulóévek*

Euler édesapja Paul Euler, kálvinista lelkész volt, aki jól ismerte a Bernoulli-családot, azt a híres svájci tudós-familiát, amely számos nagy matematikust és fizikust adott a világnak. Paul fiataalkorában Jacob Bernoulli (1654-1705) irányítása mellett maga is szívesen foglalkozott matematikával. Az első gyermekének, Leonhardnak születése után a család a közeli Reihenbe költözött, ahol az apa lelkipásztorként működött. A kis Euler gyermekkorát itt falun töltötte édesanyjával és két húgával együtt. Amikor Euler hatéves lett, anyai nagyanyjához küldték Bázélbe, ahol beírátták egy régivágású latin iskolába. Itt azonban matematikát nemigen tanították.

Euler 1720-ban, tizenhárom évesen már a bázeli egyetem filozófiai karán tanul. Három évre rá apja kérésére – aki úgy gondolta, hogy fiának egykoron az ő nyomdokaiba kellene majd lépnie –, átmegy a teológiai fakultásra. Ekkora azonban Jacob Bernoulli öccsének, Johann Bernoullinak (1667-1748) matematikai előadásait is látogatja, aki néha külön fogadja és beszélget a tehetséges diákkal. Euler így emlékezett erre vissza egy életrajzi vázlatában: „Hamarosan lehetőségem akadt bemutatkozni egy híres professzornak Johann Bernoullinak. Igaz, ő nagyon elfoglalt volt, és kereken visszautasította, hogy külön előadásokat tartson a számomra; de több hasznos tanácsot adott nekem a nehezebb matematikai könyvek önálló olvasásához és szorgalmas tanulmányozásához; és ha valamilyen akadállyal vagy nehézséggel találkoztam, engedélyt kaptam, hogy szombat délutánonként szabadon felkereshessem és akkor ő szívélyesen megmagyarázott mindent nekem, amit nem értettem.” Leonhard ekkor ismerkedett meg és kötött barátságot Johann Bernoulli fiaival, különösen Daniel Bernoullival (1700-1782).

Tizenhét évesen, 1724-ben magiszteri címet szerzett, záróvizsgáján Descartes és Newton munkáiról értekezett. Tudósi címet azt kapott, állást azonban nem. Habár Euler jámbor kálvinista volt, de Johann Bernoulli támogatásával világossá vált a számára, hogy az ő valódi hivatása a matematika és nem a lelkipásztorság, még akkor is, ha a tudományos karriernek pillanatnyilag nem nagy perspektívája látszódott nyíltni öelőtte. Álláskereséssel telt el az elkövetkezendő két év, még a bázeli egyetem fizikai tanszékére is pályázott. Ott többek között azzal utasították el, hogy túl fiatal még a katedrára. Ezidőtájt írja meg első fontos dolgozatát a Párizsi Akadémia pályázatára, amelynek témája a hajóárbócok legjobb elhelyezésének feladata volt. Euler ekkor még Svájcot sosem hagyta el, így hajót legfeljebb ha képen láthatott. A pályázaton ennek ellenére szépen szerepelt. 1726-ban cikke is megjelenik az ún. izochron görbékről a Leibniz által alapított Acta Eruditorum c. folyóiratban.

Ezidőtájt, 1725-ben nyílt meg Oroszország első tudományos intézete a Pétervári Akadémia, melynek hívására Daniel Bernoulli és idősebb bátyja, Nicolaus (1695-1726) el is utaztak Pétervárra. Szegény Euler is nagyon ment volna velük, ahogyan ezt később meg is írta: „Leírhatatlan vágyam támadt, hogy én is útra kelljek velük... Ez azonban nem válhatott olyan gyorsan valóra, pedig az említett ifjú Bernoulliak nagyon megígérték, hogy Pétervárra való megérkezésük után keresnek nekem egy tisztességes helyet.”

Daniel Bernoulli be is váltotta ígéretét. Amikor megtudta, hogy barátjának lehetősége lenne egy aszisztensi állásra Pétervárott az élettan területén, rögtön értesíti is Eulert, és siettetni, hogy még azon a télen jöjjön Pétervárra. Euler nagyon megörült a lehetőségnek, nem ijedt meg attól sem, hogy a jövőben orvostudománnyal kell majd esetleg foglalkoznia. De hát ilyen idők voltak akkoriban. Maga Johann Bernoulli is, aki eredetileg az orvostudománynak volt a doktora, az egyetemen matematikát tanított, meg néha görög nyelvet. Amit éppen kellett.

A 20 éves Euler 1727. április 5-én indult el Oroszországba, és Pétervárra 1727. május 5-én érkezett meg.

## *Péterváron (1727-1741)*

Daniel örömmel fogadta a Pétervárra érkező Eulert (Nicolaus sajnos már nem tehetette, előtte egy évvel 1726-ban, 31 éves korában meghalt). Euler bekapcsolódott az élettani kutatásokba, Daniel Bernoullihoz hasonlóan főleg a vérkeringés hidrodinamikai problémái foglalkoztatták.

A Pétervári Akadémia jövője azonban meglehetősen bizonytalan alapokon állt akkoriban. A nagyközönség úgy tekintett rá, mint valamilyen német jelenségre, funkciója a meginduláskor még nem volt egészen világos a számára. Az akadémikusok persze próbálták bizonygatni önnön értékeiket, hetente kétszer az Akadémia megnyitotta kapuit az orosz látogatók előtt. Az akadémikusok nyilvános előadásokat tartottak, ódákat szavaltak, néha szemképráztató mutatóanyagokat adtak elő. Sz. G. Gingyikin így ír erről a közelmúltban magyarul is megjelent *Történetek fizikusokról és matematikusokról* c. könyvében: „1729. február 24-én Leutmann professzor (egy prizma segítségével) addig ügyeskedett, míg az állami címerről készült ábrázolást sikerült átváltoztatnia a hatalmon lévő uralkodó képmásává. A »mulatságos tüzek« és kivilágítások szervezésében, az ünnepélyes ódák fogalmazásában, valamint a horoszkópkészítésben elért sikereiknek köszönhetően az akadémikusok helyzete valamelyest megszilárdult. A magasabbröptű dolgoknak nem volt becsülete, hacsak annak nem, hogy térképeket meg írásos javaslatokat készítettek a hajósok számára.”

1730-ban II. Péter cár halála utána azonban megkezdődött az akadémikusok tömeges menekülése Oroszországból. Euler is fontolgatta, hogy esetleg a tengerészeti szolgálatába lép, de egy akkor megüresedett álláshely arra ösztökélte, hogy maradjon továbbra is az Akadémián. A fizika tanszék professzora lett, majd rá két évre, amikor Daniel Bernoulli elhagyta Oroszországot, átvette tőle a matematika tanszékét. Euler – ellentétben több más kollégájával – nagyon szorgalmas munkát végzett a pozíciójában és az Akadémia egyik jelentős személyiségévé vált. Minden konferencián ott volt, előadásokat tartott, könyveket és cikkeket írt, vizsgáztatott, mindenféle bizottságokban benne volt, szakvéleményeket készített különböző találmányokról. Pétervári tartózkodása alatt 50 tudományos munkája jelent meg és további 80-at rendezett sajtó alá.

1734-ben Euler megnősült. Feleségül vette Katharina Gsellt, egy svájci származású festőakadémikus leányát. Tizenhárom gyermekük született, de közülük csak három fiú és két leány maradt meg. Családját féltőn szerető és gondozó családapa volt, egy komfortos házban laktak a Néva partján.

Házasságkötésének ideje más szempontból is jelentős Euler életében. Ettől kezdődően vett ugyanis részt hosszú éveken át Oroszország térképeinek ellenőrzésében. Sajnos hamarosan súlyos csapás éri. Három nap alatt elvégez egy olyan munkát, amelyre az akadémikustársai több hónapot kértek, jobb szemére azonban megvakul. 1740-ben úgy dönt, hogy abbahagyja a térképészeti munkát. Ezt írja ekkor Goldbach akadémikusnak: „A földrajz számomra halált hoz. Az egyik szememet tudja már rááldoztam és most újra hasonló veszélyben vagyok; amikor ma reggel küldtek néhány térképet, hogy vizsgáljam át, azonnal éreztem, hogy újra rohamom lesz, mivel ez a munka, ami azt igényli, hogy egyidőben nagy területet vizsgálgassanak, erősebben fárasztja a szemet, mint az olvasás, vagy csak az írás.” Erre az időszakra esik annak a híres gráfelméleti feladatnak a megoldása is, amit a königsbergi hidak problémájaként szoktunk emlegetni.

1741-ben az oroszországi bizonytalan politikai helyzet, és főleg gyenge egészségi állapota arra ösztönzi, hogy elfogadja a porosz király meghívását és elköltözzön Pétervárról. Benyújtja elbocsátási kérelmét, de megígéri, hogy továbbra is tartja a kapcsolatot az Akadémiával, és ha egészségi állapota jobbra fordul ismét vissza fog térni Oroszországba. Az Akadémiától rendben megkapja az utazáshoz szükséges úti okmányokat és átvezetik a tiszteletbeli tagok sorába, kiutalva neki évi kétszáz rubelt. Euler 1741. június 19-én elhagyja Pétervárt és július 25-én érkezik Berlinbe.

### *A berlini évek (1741-1766)*

Euler ahogyan Pétervárott úgy Berlinben is megérkezése után hamarosan hozzászokik az ottani élethez és a legkülönbözőbb munkákkal foglalatosskodik: részt vesz az állami lottójátékok megszervezésében, az özvegyi pénztárak reformjában, ellenőrzi a sólepárló üzemek állapotát, ballisztikai témájú könyveket ad ki. Mindent elvállal és sokféle dologhoz valóban jól is ért. A matematikai ismeretei mellett jártas volt a botanikában, a kémiában, az anatómiában, jól ismert több ókori nyelvet is. Olvasta a legjobb antik szerzők munkáit és a hozzá eljutó ókori matematikai irodalmat. Azt mondták róla, hogy kívülről tudta Vergilius Aeneisét, olyannyira, hogy az általa olvasott könyv minden lapján pontosan tudta, hogy az melyik verssel kezdődik és melyikkel ér véget.

A Berlini Tudományos Akadémia 1744-ben nyitotta meg kapuit, melynek matematikai osztályának vezetésével Eulert bízták meg. Egy időben arra is megkérték, hogy átmenetileg az Akadémia elnöki tisztjének feladatait is lássa el. Mitagadás számított is arra, hogy majdan ő lesz a leköszönő elnök utóda. A porosz király azonban másként döntött. Amikor eljött az idő Nagy Frigyes D'Alembertet (1717-1783) kérte fel az elnöki tisztségre. D'Alembert kiváló tudós volt és Eulernál tíz évvel fiatalabb is. Meglepetésként hatott, hogy D'Alembert visszautasította a felkérést, ami azonban korántsem jelentett szabad utat Euler számára.

Egy tudóstól akkoriban elvárták ott, hogy kellemes csevegő ember legyen, akiben a szalonok közönsége örömet leli. Euler azonban ezen kívánalmaknak nemigen felelt meg. Legalábbis annak a közízlésnek nem, amely a berlini udvarban dívott. Nagy Frigyes testvére Eulerral való találkozására ezt írta fivérének: „Úgy találtam, hogy személye alátámasztja azt a nagy igazságot, hogy semmi sem tökéletes. Szorgalmának köszönhetően kifejlesztette magában a logikus gondolkodást, és ugyanezzel szerzett magának nevet, de külseje és ügyetlen kifejezésmódja elhomályosítja összes csodálatos tulajdonságát, és meggátolja azt, hogy bennük örömet leljünk.” Kétségtelen, hogy a kor legnagyobb matematikusa Nagy Frigyes udvarában másodrendű szerepre volt ítélve. Maga a király így vélekedett Eulerről testvérenek előbbi soraira küldött válaszlevelében: „Gondoltam, hogy az Euler úrral való beszélgetés nem okoz neked különösebb élvezetet. Az ő epigrammái új görbék, valamiféle kúpszeletek kiszámításáról vagy pedig csillagászati mérésekről szólnak. A tudósok között vannak kiváló számolók, magyarázók, fordítók és rendszerezők, akik hasznosak a tudományok köztársaságában, de másutt egyáltalán nem tündökölnék. Hasonló célt szolgálnak mint a dóroszlopok az építészetben. Az alsó szinthez tartoznak, alátámasztják az egész épületet valamint a korinthuszi oszlopokat, amik díszítik azt.” Jól mutatják e sorok, hogy gyakran a tudományokat és művészeteket úgy általában szerető és pártoló egyének is mily homályban vannak mikor a négy alapművelet használatát meghaladó matematikáról esik szó. Ezek az emberek a matematikusokat, mint afféle „kiváló számolókat” könyvelik el, így a matematika művészeinek valódi szellemisége örök ismeretlen földrész marad a számukra.

Berlini évei alatt Euler közel 250 tudományos cikket publikált, ezek nagyrésze Berlinben jelent meg, de több mint 100 a Pétervári Akadémia kiadványaiban. Az orosz akadémiaival is folyamatos a kapcsolata, a hétvéves háború idején bőséges anyagi támogatást kap Oroszországból. Nem egyszer fontolgatta a visszatérés lehetőségét, és különösen a háború végeztével egyre sűrűbben gondolkodott a Pétervárra való átköltözésről. Az akkor trónra lépő II. Katalin is szívesen látta volna őt a Pétervári Akadémián. Euler a szokásosan járó fizetés két és félszeresét kéri, mellette megfelelő posztokat fiainak, független lakást és egy külön a számára létrehozandó alelnöki posztot megfelelő ranggal. II. Katalin cárnő jóvá is hagyja a kérését, bár a kért rangot végül megtagadják tőle.

Euler a 25 éves távollét után odahagyva Berlint 1766-ban visszatért Pétervárra. Helyét Nagy Frigyes mellett a fiatal Lagrange-zsal töltötték be.

## *Újra Oroszországban (1766-1783)*

Euler Pétervárra 1766. július 17-én érkezett meg, immár másodszor. A hatvanadik évében járó tudós nagyon sok még publikálatlan kéziratot hozott magával. Teli tervekkel és új gondolatokkal érkezik az orosz földre, de hamarosan rájön, hogy Katalin nem hajlandó órá bízni az Akadémia vezetését. A tudományos élet szervezése helyett persze így is megmaradt számára a tudomány művelése. A sors azonban ebben is súlyos csapással méri: megérkezése után nem sokkal Euler elveszti a másik szeme világát is. Fantasztikus az az aktivitás és tenni akarás, amellyel nem nyugodott bele abba, hogy az élet ilyen rúttól elbánt vele. Az ezt követő másfél évtized alatt több mint 400 szakcikket és 10 nagy könyvet diktált le. Elképesztő és csodálatos teljesítmény, különösen ha figyelembe vesszük, hogy a vakság mellé sajnos később sükettség is kezdett társulni.

1768 és 1774 között három kötetben jelennek meg a „Levelek egy német hercegnőhöz a fizika és filozófia különféle témáiról” c. Eulernek Anhalt Dessau hercegnőjéhez, II. Frigyes unokahúgához írott levelei. Nagyon sokféle témáról esik szó ezekben a levelekben: a fény, a hang, a látás, a zene, a gravitáció fizikájáról, különféle természeti jelenségekről, filozófiai kérdésekről, a világok legjobbjáról és minden gonoszság eredetéről, sőt vallási témákról is, így például a bűnösök megtéréséről vagy a lélek halál utáni állapotáról. A könyv fogadtatása azonban nem volt egységes. Voltak tudósok akik élesen bírálták egyes részeit, a nagyközönségnek viszont tetszettek az ott olvasottak. Még abban az évszázadban számos további kiadást is megérték a „Levelek”.

Euler első felesége Catharina 1776-ban elhunyt, Euler a rákövetkező évben újra megnősült, feleségül vette sógornőjét, Catharina féltestvérét Salome Abigail Gsellt. Súlyos csapásként érte az is, hogy a háza leégett és javainak jórésze odaveszett. Munkabírását ez sem tudta megtörni. Ezidőtájt, amikor Daniel Bernoulli unokaöccse Johann Bernoulli (1747-1807) meglátogatta ezt írta: „Bár arcról senkit sem tud felismerni, a feketét nem tudja elolvasni a fehérén, és nem tud tollal a papírra írni, matematikai számításait mégis a szokásos méretben, nagyon tisztán és rendezetten, krétával leírja egy fekete asztalra.” Euler lejegyzéseit ezután segítői egy nagy könyvben gyűjtötték össze, majd azokból több mint 100 cikket állítottak össze. Talán mulatságosan hangzik, de ezekben az években Euler annyi tudományos munkát írt, hogy az akadémiai kiadványok nem győzték a tempót a megjelentetésükkel. Euler meg is jegyezte Orlov grófnak az Akadémia egykori vezetőjének, hogy munkáit halála után még 20 éven keresztül publikálni fogják. Mint később kiderült óvatos becslés volt ez, az Akadémia 47 éven át foglalkozott a maradék anyag kiadásával.

Az utolsó napig megőrizte munkaképességét. 1783. szeptember 18-án, 76 éves korában szélütésben hunyt el Pétervárott. Halála napján még a csillagász Lexellel az akkoriban felfedezett Uránusz bolygó pályájának meghatározására végzett számítások eredményeit vitatta meg. Pétervár Szmolenszki temetőjében temették el, de később átvitték az Alekszandro-Nyevszkaja Lavra sírkertjébe. Ma is itt alussza örök álmát.

### *Euler néhány matematikai eredményéről*

Euler matematikai örökségének számbevétele még címszavakban is terjedelmes listát eredményezne. Számos munkája van analízisből, végtelen sorokról és szorzatokról, numerikus analízisből, lánctörtekről, elemi és analitikus számelméletből, algebrából, geometriából, kombinatorikából, komplex számokról csak hogy a nagyobb témaköröket említsük. Itt most egy-egy nagyon híres eredményét említjük csak meg abban a reményben, hogy az érdeklődő olvasó a szakirodalomban további részletek után fog majd kutatni.

Euler sokat emlegetett szép sorelméleti tétele annak megmutatása, hogy a négyzetszámok reciprokösszege  $\frac{\pi^2}{6}$ -tal egyenlő. Formulával:

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}.$$

Az előbbi eredmény szerint a négyzetszámok reciprokösszege bár egy végtelen összeg, mégis egy véges konkrét állandó. A sorelmélet egyik alaperedménye, hogy a természetes számok reciprokösszege viszont minden határon túl nő, úgy is mondjuk ezt, hogy a sor divergens. Euler vizsgálva a

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n$$

különbséget, azt találta, hogy ha  $n$  minden határon túl is nő (vagyis  $n$  tart a végtelenbe) ez a különbség mégis egy véges állandó értékhez tart. Azt azonban ma sem tudja senki, hogy ez az érték racionális vagy irracionális szám  $e$ , mindenesetre Euler  $C$ -vel jelölte és ma Euler-konstansnak is hívják. Az  $\ln$  természetes alapú logaritmus függvény alapszámát, az  $e$ -t szintén Euler-számnak hívják, sőt éppen Euler tiszteletére jelölik  $e$ -vel. Euler több végtelen lánc törtes alakját megadta ennek a matematikában és az alkalmazásokban gyakran előforduló számnak, pl.

$$e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{3 + \frac{3}{4 + \dots}}}}$$

A lánc törtek elméletét is ő teremtette meg, ami azóta a matematika egy virágzó ágává nőtte ki magát.

Eulernek számos nagyon szép számelméleti eredménye volt. A tökéletes számok problémája az ókori görögöktől ered. Egy pozitív egész számot tökéletesnek mondunk, ha a szám megegyezik a nálánál kisebb pozitív osztóinak összegével (pl. a 28 tökéletes, mert a nálánál kisebb pozitív osztói 1,2,4,7,14 és ezek összege maga a szám, vagyis 28). A görögök négy tökéletes számot ismertek (ezek a 6, 28, 496 és a 8128), viszont tudták és a bizonyítás szerepel is Euklidész híres Elemek c. könyvében, hogy ha  $p$  olyan prímszám, amelyre  $2^p - 1$  is prím, akkor

$$2^{p-1}(2^p - 1)$$

mindig tökéletes számot fog adni. Euler – kétezer évvel a görögök után – megmutatta, hogy ennek az állításnak a megfordítása is igaz, abban az értelemben, hogy ha egy páros szám tökéletes szám, akkor az előállítható az előbbi alakban. Ő maga is talált új, addig nem ismert tökéletes számot. Azt, hogy van-e páratlan tökéletes szám azóta se tudja senki. Nevét a számelmélet sok más eredményét őrzi még, különösen nevezetes az Euler-lemma és az Euler-féle  $\varphi$  függvény. Ez utóbbi függvényen alapuló Euler-Fermat tétel fontos modern alkalmazásra talált a rejtjelezésben, így a számítógépek titkos üzenetküldésében is. Szintén sokat idézett eredménye Fermatnak az a sejtése, amelyre először Euler adott teljes bizonyítást: minden  $4k+1$  alakú prímszám előállítható két négyzetszám összegeként. És ha már a francia P.

Fermat nevét említettük ne felejtjük el, hogy Euler mutatta meg, hogy az  $F_5$  ún. Fermat-féle szám, vagyis olyan pozitív egész szám, amely

$$F_k = 2^{2^k} + 1$$

alakú a  $k=5$ -re biztosan nem prímszám, mivel osztható 641-gyel. Később kiderült, hogy az ilyen alakú prímszámok alapvető szerepet játszanak a szabályos sokszögek elméletében, igaz a  $k=0,1,2,3,4$  esetet leszámítva azóta sem talált senki további olyan  $k$  kitevőt, amelyre az előbbi formula prímet adna. De az sincs igazolva, hogy további ilyen pozitív egész  $k$  kitevő, amelyre  $F_k$  prímszám nem létezik, bár ez elég valószínűnek tűnik.

Euler poliédertételeként is emlegetik azt a szép geometriai eredményt, miszerint egy egyszerű konvex poliéder csúcsainak és lapjainak száma mindig kettővel több mint a poliéder éleinek száma (pl. a kocka esetén a csúcsok száma 8, a lapok száma 6, ezek összege 14, ami 2-vel több mint az élek száma, ami 12.). Formulával:

$$c - é + l = 2,$$

ahol  $c$  a csúcsok,  $l$  a lapok,  $é$  az élek száma.

A nálunk is nagy népszerűséget aratott japán nevű szudoku játék alapötlete is Eulertól ered. Latin négyzetnek hívta az olyan  $n \times n$ -es négyzetes táblázatokat, amelyeket az jellemez, hogy minden sorban és minden oszlopban pontosan egyszer szerepel  $n$  különböző szimbólum (pl. az  $1,2,\dots,n$  számok). A latin négyzet elnevezés onnan adódik, hogy Euler számok helyett különböző latin betűket használt a kitöltéskor. Az általa vizsgált 36 tiszt feladata így szól: Tekintsük a hadsereg hat fegyvernemét és hat rendfokozatát. Vegyünk minden fegyvernemből hat tisztet az adott rendfokozatokkal, összesen tehát harminchat tisztet. Elrendezhetők-e ők  $6 \times 6$ -os alakban úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban minden fegyvernem és minden rendfokozat képviseltetve legyen? Az itteni megoldást görög-latin négyzetnek nevezik; pontosabban neveznék a megoldást ha így elrendezhetők lennének a katonák. Csak több mint 200 év múlva, 1900-ban tudták bebizonyítani, hogy ez sosem fog sikerülni.

Eulerrel vette kezdetét a matematika ma oly dinamikusan fejlődő ága a gráfelmélet is még pedig a híres „königsbergi hidak problémájával”. A feladat mint ismeretes abból állt, hogy a várost átszelő Prégel folyó hídjain kellett úgy átsétálni, hogy közben minden hídon csak egyszer haladjunk át és végül visszaérkezzünk a kiindulópontba. Euler bebizonyította, hogy ilyen útvonalat lehetetlen megadni, ugyanis nem létezik.



A Prégel folyó híres königsbergi hídjainak elhelyezkedése.

Gauss egy Eulerről szóló idézetével kezdtük munkánkat, fejezzük be azt egy másik szintén Eulerről szóló idézettel. P.-S. Laplace híres francia matematikus és csillagász tömören csak ennyit mondott az érdeklődőknek: „*Olvassák Eulert, ő a mesterünk mindenben.*”

Ma már tényleg meg is tehetjük, összegyűjtött műveit kiadták.

**Szabó Péter Gábor**